



## 数 学

## 考生须知

1. 本试卷共 6 页，共三道大题，30 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在答题卡上准确填写学校、班级、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将答题卡交回。

一、选择题（共 10 道小题，每小题 2 分，共 20 分下列各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

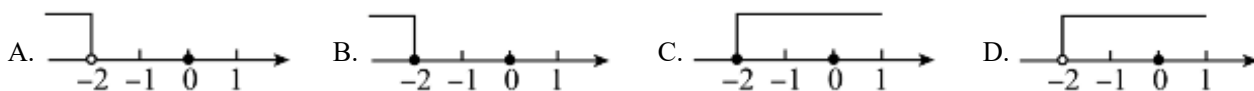
1. 下列调查中，适宜全面调查的是（ ）

- A. 调查某班学生喜欢的体育项目  
B. 调查全国初中生的身高情况  
C. 调查某一条河流的水质  
D. 调查某品牌新能源汽车的最大续航里程

2. 超级计算机“神威·太湖之光”被誉为国之重器，达到峰值计算速度时，它计算 1 亿次需要的时间约为 0.000000000794 秒。将 0.000000000794 用科学记数法表示应为（ ）

- A.  $794 \times 10^{-12}$       B.  $7.94 \times 10^{-11}$       C.  $7.94 \times 10^{-10}$       D.  $0.794 \times 10^{-9}$

3. 不等式  $x+2 > 0$  的解集在数轴上表示正确的是（ ）



4. 下列计算正确的是（ ）

- A.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$       B.  $(a^3)^2 = a^6$       C.  $a^2 + a^3 = a^5$       D.  $(2a)^2 = 2a^2$

5. 若  $m < n$ ，则下列结论中不正确的是（ ）

- A.  $m-3 < n-3$       B.  $m+2 < n+2$       C.  $\frac{m}{2} < \frac{n}{2}$       D.  $-2m < -2n$

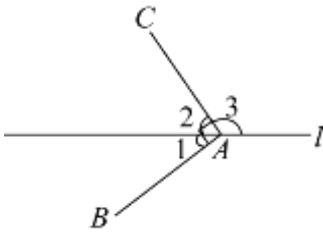
6. 下列因式分解正确的是（ ）

- A.  $25x^2 - y^2 = (5x+y)(5x-y)$       B.  $x^2 - 6x - 9 = (x-3)^2$   
C.  $x^2 + x + 1 = (x+1)^2$       D.  $x^2y + xy + x = x(xy+y)$

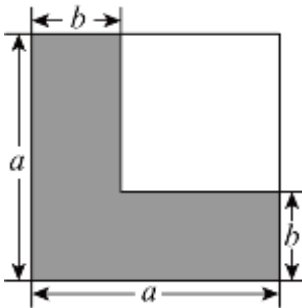
7. 下列命题中，假命题是（ ）

- A. 对顶角相等  
B. 两条直线被第三条直线所截，同位角相等  
C. 过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行  
D. 如果  $a \parallel b$ ， $b \parallel c$ ，那么  $a \parallel c$





17. 图中阴影部分的面积是\_\_\_\_\_ (用含  $a$ ,  $b$  的代数式表示).



18. 计算:  $(a+3b)(a-b)-b(2a-b)=$ \_\_\_\_\_.

19. 若关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} 2x-1 < x+2 \\ x \geq a \end{cases}$  有整数解, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

20. 某校举办足球比赛, 共有甲、乙、丙、丁四支球队参赛, 其中每两支球队之间都要进行一场比赛, 那么这四支球队共进行了\_\_\_\_\_场比赛, 若胜一场积 3 分, 平一场积 1 分, 负一场积 0 分, 且甲、乙两队分别积 6 分和 5 分, 则丙队最多能积\_\_\_\_\_分.

**三、解答题 (共 10 道小题, 共 60 分; 第 21 题 10 分, 第 22-26 题, 每题 5 分, 第 27 题 7 分, 第 28-30 题, 每题 6 分)**

21. 计算:

(1)  $|-2| - (-1)^{2024} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - (-5)^0$ ;

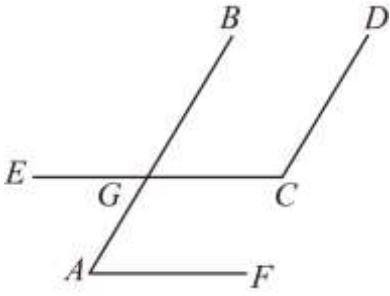
(2)  $2x^2y \cdot x^4y^2 + (2x^2y)^3$ .

22. 解方程组:  $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 4x + 3y = 5 \end{cases}$ .

23. 解不等式组:  $\begin{cases} 5x + 2 \leq 4x + 5 \\ 2x - 1 > \frac{x-8}{3} \end{cases}$ .

24. 分解因式:  $x^3y + 4x^2y + 4xy$ .

25. 已知: 如图,  $AB \parallel CD$ ,  $\angle A + \angle C = 180^\circ$ , 求证:  $EC \parallel AF$ .



26. 当  $a = -2$ ,  $b = -1$  时, 求代数式  $(a - 2b)(2b + a) - (a - b)^2$  的值.

27. 某区为提高居民垃圾分类的意识, 决定采购 A, B 两种型号可进行垃圾分类的垃圾桶, 并分发至每个社区. 若购买 1 个 A 型垃圾桶和 2 个 B 型垃圾桶共需要 130 元; 购买 2 个 A 型垃圾桶和 3 个 B 型垃圾桶共需要 220 元.

(1) 求两种型号垃圾桶的单价;

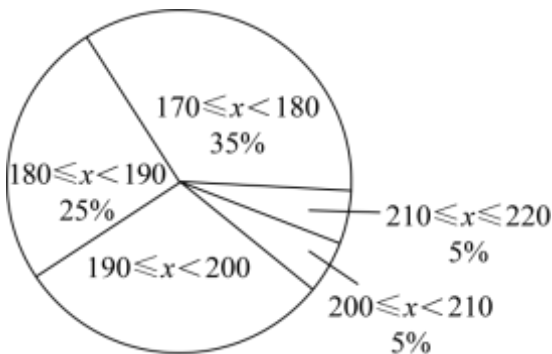
(2) 若该区要购买 A, B 两种型号的垃圾桶共 10000 个, 且总费用不超过 460000 元, 则最多可购买 A 型垃圾桶多少个?

28. 为了鼓励学生积极参加体育锻炼, 提高学生的身体素质, 某校七年级组织了跳绳比赛, 每班各有 20 名学生参加比赛, 对 1 班、2 班参赛学生一分钟跳绳个数的数据进行整理、描述和分析, 下面给出了部分信息 (数据分成 5 组:  $170 \leq x < 180$ ,  $180 \leq x < 190$ ,  $190 \leq x < 200$ ,  $200 \leq x < 210$ ,  $210 \leq x \leq 220$ ).

a. 1 班参赛学生一分钟跳绳个数的统计表如下:

个数	$170 \leq x < 180$	$180 \leq x < 190$	$190 \leq x < 200$	$200 \leq x < 210$	$210 \leq x \leq 220$
人数	6	6	4	3	1

b. 2 班参赛学生一分钟跳绳个数的扇形统计图如下:



c. 1 班参赛学生一分钟跳绳个数在  $180 \leq x < 190$  这一组的是:

181 181 181 183 185 189

d. 1 班、2 班参赛学生一分钟跳绳个数的平均数、中位数如下:

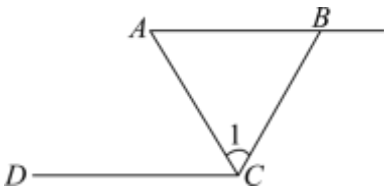
班级	平均数	中位数

1班	186.3	$m$
2班	186.3	188

根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 写出表中  $m$  的值；
- (2) 在2班参赛学生一分钟跳绳个数的扇形统计图中，求“ $190 \leq x < 200$ ”所在扇形的圆心角度数；
- (3) 在1班参赛学生中，记一分钟跳绳个数超过平均数的人数为  $p_1$ ，在2班参赛学生中，记一分钟跳绳个数超过平均数的人数为  $p_2$ ，比较  $p_1$ ， $p_2$  的大小，并说明理由。

29. 已知：如图， $AB \parallel CD$ ， $\angle A = \angle 1$ 。



- (1) 求证：CA 平分  $\angle BCD$ ；
- (2)  $E$  是线段  $AC$  上一个动点（不与点  $A$ ， $C$  重合），连接  $BE$ ，若  $\angle BCD = 120^\circ$ ，用等式表示  $\angle BEC$  与  $\angle EBA$  之间的数量关系，并证明。

30. 对于关于  $x$ ， $y$  的二元一次方程组  $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ （其中  $a_1$ ， $b_1$ ， $c_1$ ， $a_2$ ， $b_2$ ， $c_2$  是常数），给出如下

定义：若该方程组的解满足  $|x - y| = 1$ ，则称这个方程组为“美好”方程组。

- (1) 下列方程组是“美好”方程组的是\_\_\_\_\_（只填写序号）；
- ①  $\begin{cases} x + y = 0 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$ ； ②  $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$ ； ③  $\begin{cases} x - y = -1 \\ 3x + 5y = 7 \end{cases}$ ； ④  $\begin{cases} x + y = -1 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$ 。
- (2) 若关于  $x$ ， $y$  的方程组  $\begin{cases} x - 3y = a \\ 2x - 4y = 4a \end{cases}$  是“美好”方程组，求  $a$  的值；
  - (3) 若对于任意的有理数  $m$ ，关于  $x$ ， $y$  的方程组  $\begin{cases} 2amx + (b-1)y = m \\ x + 2y = 4 \end{cases}$  都是“美好”方程组，求  $ab$  的值。

## 参考答案

一、选择题（共 10 道小题，每小题 2 分，共 20 分下列各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

1. 【答案】A

【分析】本题考查了抽样调查和全面调查的区别. 根据全面调查与抽样调查的特点对四个选项进行判断即可得到结论.

【详解】解：A、调查某班学生喜欢的体育项目，适宜全面调查，故本选项不符合题意；  
B、调查全国初中生的身高情况，适宜抽样调查，故本选项不符合题意；  
C、调查某一条河流的水质，适宜抽样调查，故本选项不符合题意；  
D、调查某品牌新能源汽车的最大续航里程，适宜抽样调查，故本选项不符合题意；  
故选：A.

2. 【答案】C

【分析】本题考查了科学记数法的表示方法，科学记数法的表现形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数，确定  $n$  的值时，要看把原数变成  $a$  时，小数点移动了多少位， $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同，当原数绝对值大于等于 10 时， $n$  是非负数，当原数绝对值小于 1 时， $n$  是负数，表示时关键是要正确确定  $a$  的值以及  $n$  的值.

【详解】解：将 0.00000000794 用科学记数法表示应为  $7.94 \times 10^{-10}$ ，  
故选：C.

3. 【答案】D

【分析】根据不等式的性质，求出不等式的解集，进而判定在数轴上表示正确选项即可.

【详解】解： $\because x + 2 > 0$

$\therefore x > -2$

在数轴上表示 D 选项是正确的；

故选：D.

【点睛】本题主要考查了解不等式并把解集在数轴上表示，熟练掌握不等式的性质，会求不等式的解集，是解题的关键. 注意：“ $>$ 、 $<$ ”在数轴上是空心小圆圈，“ $\geq$ 、 $\leq$ ”在数轴上是实心小圆点.

4. 【答案】B

【分析】本题考查了同底数幂相乘、幂的乘方与积的乘方、合并同类项，根据同底数幂相乘、幂的乘方与积的乘方、合并同类项的运算法则逐项判断即可得出答案，熟练掌握运算法则是解此题的关键.

【详解】解：A、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故原选项计算错误，不符合题意；

B、 $(a^3)^2 = a^6$ ，故原选项计算正确，符合题意；

C、 $a^2$  和  $a^3$  不是同类项，不能直接相加，故原选项计算错误，不符合题意；

D、 $(2a)^2 = 4a^2$ ，故原选项计算错误，不符合题意；

故选：B.

5. 【答案】D

【分析】本题主要考查了不等式的基本性质，不等式的基本性质为：不等式两边同时加或减去同一个整式，不等号方向不变；不等式两边同时乘以（或除以）同一个大于0的整式，不等号方向不变；不等式两边同时乘以（或除以）同一个小于0的整式，不等号方向改变，根据不等式的性质逐项判断即可，熟练掌握不等式的基本性质是解题的关键.

【详解】解：A、 $\because m < n$ ， $\therefore m - 3 < n - 3$ ，故A正确，不符合题意；

B、 $\because m < n$ ， $\therefore m + 2 < n + 2$ ，故B正确，不符合题意；

C、 $\because m < n$ ， $\therefore \frac{m}{2} < \frac{n}{2}$ ，故C正确，不符合题意；

D、 $\because m < n$ ， $\therefore -2m > -2n$ ，故D错误，符合题意；

故选：D.

6. 【答案】A

【分析】本题考查了因式分解的定义及提公因式法分解因式，根据因式分解是指将几个单项式和的形式转化为几个单项式或多项式的积的形式，逐个判断即可，熟练掌握把一个多项式化为几个整式的积的形式，这种变形叫做把这个多项式因式分解是解题的关键.

【详解】解：A、 $25x^2 - y^2 = (5x + y)(5x - y)$ ，原选项因式分解正确，符合题意；

B、 $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$ ，原选项因式分解不正确，不符合题意；

C、 $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$ ，原选项因式分解不正确，不符合题意；

D、 $x^2y + xy + x = x(xy + y + 1)$ ，原选项因式分解不正确，不符合题意；

故选：A.

7. 【答案】B

【分析】本题考查了命题与定理，根据对顶角的性质、平行线的性质、平行线的判定、平行公理逐项判断即可得出答案，熟练掌握对顶角的性质、平行线的性质、平行线的判定、平行公理是解此题的关键.

【详解】解：A、对顶角相等，故原说法正确，为真命题，不符合题意；

B、两条平行直线被第三条直线所截，同位角相等，故原说法错误，为假命题，符合题意；

C、过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行，故原说法正确，为真命题，不符合题意；

D、如果 $a \parallel b$ ， $b \parallel c$ ，那么 $a \parallel c$ ，故原说法正确，为真命题，不符合题意；

故选：B.

8. 【答案】C

【分析】本题考查了二元一次方程组的解，解二元一次方程组，由题意得出 $\begin{cases} a + b = 3 \\ a + 2b = 5 \end{cases}$ ，再利用加减消元法解二元一次方程组即可得出答案.

【详解】解：∵  $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$  是二元一次方程组  $\begin{cases} ax+by=3 \\ ax+2by=5 \end{cases}$  的解，

$$\therefore \begin{cases} a+b=3 \\ a+2b=5 \end{cases},$$

解得：  $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$ ,

故选：C.

9. 【答案】D

【分析】本题考查了平均数、中位数、众数，一般地设  $n$  个数据  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的平均数为

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n),$$

掌握平均数，中位数、众数的计算方法是解本题的关键. 根据平均数、中位

数、众数的特点，一组数每个都加上 1 后，平均数改变，中位数改变，众数改变即可得出答案.

【详解】解：一组数据  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的每一个数都加上 1，则新数据为  $x_1+1, x_2+1, \dots, x_n+1$

∴ ①新数据的众数比原数据的众数多 1；②新数据的平均数比原数据的平均数多 1；正确

③新数据的中位数与原数据的中位数也增加 1，故错误；

故选：D.

10. 【答案】C

【分析】本题考查了一元一次方程的应用，借助幻方，由题意：每一横行、每一竖列以及两条对角线上的 3 个数之和相等，先假设未知数，再根据题意列出方程，解之即可，找准等量关系，正确列出方程是解题的关键.

【详解】解：如图，

$m$	12	$n$
$x$	$y$	$b$
8	6	$a$

∴ 每行、每列和每条对角线上的数字和都相等，

$$\therefore 8+6+a=12+y+6, \quad 8+6+a=a+b+n, \quad 8+6+a=m+x+8, \quad m+12+n=m+x+8,$$

$$\therefore y=a-4, \quad n=10, \quad m=a-8, \quad x=14, \quad b=4,$$

$$\therefore a-8+a-4+a=8+6+a,$$

解得：  $a=13$ ,

故选：C.

二、填空题（共 10 道小题，每小题 2 分，共 20 分）

11. 【答案】  $3(a+2)(a-2)$

【分析】要将一个多项式分解因式的一般步骤是首先看各项有没有公因式，若有公因式，则把它提取出

来，之后再观察是否是完全平方式或平方差式，若是就考虑用公式法继续分解因式。

【详解】 $3a^2 - 12$

$$= 3(a^2 - 4)$$

$$= 3(a+2)(a-2).$$

12. 【答案】 $y = -2x + 1$

【分析】把  $x$  看做已知数求出  $y$  即可。

【详解】解：方程  $2x + y - 1 = 0$ ，解得： $y = -2x + 1$ ，故答案为  $-2x + 1$ 。

【点睛】此题考查了解二元一次方程，解题的关键是将  $x$  看做已知数求出  $y$ 。

13. 【答案】 $3a^2bc$

【分析】本题考查了单项式除以单项式，根据单项式除以单项式的运算法则计算即可得出答案，熟练掌握运算法则是解此题的关键。

【详解】解： $(-6a^2b^4c^2) \div (-2b^3c) = (6 \div 2)a^2b^{4-3}c^{2-1} = 3a^2bc$ ，

故答案为： $3a^2bc$ 。

14. 【答案】 $x + y = 1$

【分析】本题考查了二元一次方程的解，由  $x$ 、 $y$  的值，可得出  $x + y$  的值，用其组成方程即可，解题的关键是根据二元一次方程的解找出符合题意得二元一次方程。

【详解】解： $\because \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$ ，

$\therefore$  该方程可以为  $x + y = 1$ ，

故答案为： $x + y = 1$ 。（答案不唯一）

15. 【答案】 ①. 8； ②. 9.

【分析】本题考查了众数和中位数，根据众数和中位数的定义就可以求解，正确理解众数和中位数的定义是解题关键。

【详解】解：根据表格可知，出现次数最多的为 8 个共 4 次，

$\therefore$  众数为 8，

$\because$  15 名男生做引体向上个数的统计数据，

$\therefore$  第 8 个数据为 9 个，故中位数为 9，

故答案为：8，9。

16. 【答案】 $126^\circ$

【分析】本题考查了垂线的定义、几何图中角度的计算、利用邻补角求角的度数、一元一次方程的应用，由垂线的定义得出  $\angle BAC = 90^\circ$ ，设  $\angle 1 = (2x)^\circ$ ， $\angle 2 = (3x)^\circ$ ，由题意得出  $2x + 3x = 90$ ，得出  $\angle 2 = (3x)^\circ = 54^\circ$ ，最后利用邻补角的定义计算即可得出答案。

【详解】解： $\because AB \perp AC$ ，

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\because \angle 1 : \angle 2 = 2 : 3,$$

$$\therefore \text{设 } \angle 1 = (2x)^\circ, \angle 2 = (3x)^\circ,$$

$$\because \angle 1 + \angle 2 = \angle BAC,$$

$$\therefore 2x + 3x = 90,$$

$$\text{解得: } x = 18,$$

$$\therefore \angle 2 = (3x)^\circ = 54^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 180^\circ - \angle 2 = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ,$$

故答案为:  $126^\circ$ .

17. 【答案】  $2ab - b^2$

【分析】 本题考查了整式的运算, 根据图形阴影部分面积大正方形面积减去小正方形面积即可, 熟练掌握完全平方公式的运算是解题的关键.

$$\text{【详解】 解: 阴影部分的面积是 } a^2 - (a-b)^2 = a^2 - a^2 + 2ab - b^2 = 2ab - b^2,$$

故答案为:  $2ab - b^2$ .

18. 【答案】  $a^2 - 2b^2$

【分析】 本题考查了多项式乘以多项式、单项式乘以多项式, 先根据多项式乘以多项式、单项式乘以多项式的运算法则去括号, 再合并同类项即可得出答案, 熟练掌握运算法则是解此题的关键.

$$\text{【详解】 解: } (a+3b)(a-b) - b(2a-b) = a^2 - ab + 3ab - 3b^2 - 2ab + b^2 = a^2 - 2b^2,$$

故答案为:  $a^2 - 2b^2$ .

19. 【答案】  $a \leq 2$

【分析】 本题考查不等式组整数解求参数问题, 解出不等式的解集, 在根据有整数解列不等式即可求解, 解题的关键是掌握知识点的应用.

$$\text{【详解】 解: 解不等式 } 2x - 1 < x + 2 \text{ 得, } x < 3,$$

$\therefore$  不等式组有整数解,

$$\therefore a \leq 2,$$

故答案为:  $a \leq 2$ .

20. 【答案】 ①. 6 ②. 4

【分析】 本题考查了逻辑推理, 根据题意写出这四支球队共进行了甲乙、甲丙、甲丁、乙丙、乙丁、丙丁, 共6场比赛, 结合题意得出甲胜2场, 乙胜1场, 平2场, 分析即可得出答案.

【详解】 解:  $\because$  共有甲、乙、丙、丁四支球队参赛, 其中每两支球队之间都要进行一场比赛,

$\therefore$  这四支球队共进行了甲乙、甲丙、甲丁、乙丙、乙丁、丙丁, 共6场比赛,

$\because$  胜一场积3分, 平一场积1分, 负一场积0分, 且甲、乙两队分别积6分和5分,

$\therefore$  甲胜2场输1场, 乙胜1场, 平2场,

∴甲乙比赛中，乙胜，甲丙比赛中甲胜，甲丁比赛中甲胜，乙丙比赛中双方打平，乙丁比赛中双方打平，

∴当丙丁比赛时，丙胜丁时，丙队获得的积分最多，最多能积 $3+1=4$ 分.

故答案为：6，4.

### 三、解答题（共10道小题，共60分；第21题10分，第22-26题，每题5分，第27题7分，第28-30题，每题6分）

21. 【答案】(1) 4；

(2)  $10x^6y^3$ .

【分析】(1) 先化简绝对值，计算乘方，负整数指数幂，零指数幂，再算加法即可得到答案；

(2) 先根据单项式乘以单项式，幂的乘方法则化简，再合并同类项即可；

本题考查了有理数的运算和整式的运算，熟练掌握运算法则是解题的关键.

【小问1详解】

解：原式 $=2-1+4-1$

$=4$ ；

【小问2详解】

解：原式 $=2x^6y^3+8x^6y^3$

$=10x^6y^3$ .

22. 【答案】 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

【分析】本题考查了解二元一次方程组，根据代入消元法解二元一次方程组即可，熟练掌握运算方法是解此题的关键.

【详解】解： $\begin{cases} 3x-y=7① \\ 4x+3y=5② \end{cases}$ ，

由①可得： $y=3x-7$ ，

将 $y=3x-7$ 代入②得： $4x+3(3x-7)=5$ ，

解得： $x=2$ ，

将 $x=2$ 代入 $y=3x-7$ 得： $y=3 \times 2 - 7 = -1$ ，

∴原方程组的解为 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$ .

23. 【答案】 $-1 < x \leq 3$

【分析】本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键. 分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集.

【详解】解： 
$$\begin{cases} 5x+2 \leq 4x+5 \text{①} \\ 2x-1 > \frac{x-8}{3} \text{②} \end{cases},$$

解不等式①得：  $x \leq 3$ ，

解不等式②得：  $6x-3 > x-8$ ，

$\therefore x > -1$ ，

$\therefore$  不等式组的解集是  $-1 < x \leq 3$ 。

24. 【答案】  $xy(x+2)^2$

【分析】 本题考查的是因式分解，先提公因式，再利用完全平方公式分解因式即可。

【详解】解：  $x^3y + 4x^2y + 4xy$   
 $= xy(x^2 + 4x + 4)$   
 $= xy(x+2)^2$

25. 【答案】 证明见解析

【分析】 本题考查了平行线的判定与性质，牢记判定定理是解题的关键。由平行线的性质可得  $\angle C = \angle AGC$ ，再进行等量代换，利用平行线的判定即可证明。

【详解】证明：  $\because AB \parallel CD$ ，  
 $\therefore \angle C = \angle AGC$ ，  
 $\because \angle A + \angle C = 180^\circ$ ，  
 $\therefore \angle A + \angle AGC = 180^\circ$ ，  
 $\therefore EC \parallel AF$ 。

26. 【答案】  $2ab - 5b^2$ ，  $-1$

【分析】 本题考查了整式的混合运算—化简求值，先利用平方差公式和完全平方公式去括号，再合并同类项即可化简，再代入  $a = -2$ ，  $b = -1$  计算即可得出答案，熟练掌握运算法则是解此题的关键。

【详解】解：  $(a-2b)(2b+a) - (a-b)^2$   
 $= (a-2b)(a+2b) - (a-b)^2$   
 $= a^2 - 4b^2 - (a^2 - 2ab + b^2)$   
 $= a^2 - 4b^2 - a^2 + 2ab - b^2$   
 $= 2ab - 5b^2$ ，

当  $a = -2$ ，  $b = -1$  时，原式  $= 2 \times (-2) \times (-1) - 5 \times (-1)^2 = 4 - 5 = -1$ 。

27. 【答案】 (1) 购买 1 个 A 型垃圾桶需要 50 元，购买 1 个 B 型垃圾桶需要 40 元

(2) 最多可购买 A 型垃圾桶 6000 个

【分析】 本题考查了二元一次方程组的应用、一元一次不等式的应用，理解题意，正确列出二元一次方程

组以及一元一次不等式是解此题的关键.

(1) 设购买 1 个 A 型垃圾桶需要  $x$  元, 购买 1 个 B 型垃圾桶需要  $y$  元, 根据“购买 1 个 A 型垃圾桶和 2 个 B 型垃圾桶共需要 130 元; 购买 2 个 A 型垃圾桶和 3 个 B 型垃圾桶共需要 220 元”列出二元一次方程组, 解方程组即可得出答案;

(2) 设购买 A 型垃圾桶  $a$  个, 则购买 B 型垃圾桶  $(10000-a)$  个, 根据“总费用不超过 460000 元”列出一元一次不等式, 解不等式即可得出答案.

**【小问 1 详解】**

解: 设购买 1 个 A 型垃圾桶需要  $x$  元, 购买 1 个 B 型垃圾桶需要  $y$  元,

$$\text{由题意得: } \begin{cases} x+2y=130 \\ 2x+3y=220 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=50 \\ y=40 \end{cases},$$

$\therefore$  购买 1 个 A 型垃圾桶需要 50 元, 购买 1 个 B 型垃圾桶需要 40 元;

**【小问 2 详解】**

解: 设购买 A 型垃圾桶  $a$  个, 则购买 B 型垃圾桶  $(10000-a)$  个,

$$\text{由题意得: } 50a+40(10000-a) \leq 460000,$$

$$\text{解得: } a \leq 6000,$$

$\therefore$  最多可购买 A 型垃圾桶 6000 个.

28. **【答案】**(1) 184;

(2)  $108^\circ$ ;

(3)  $p_2 \geq p_1$ , 理由见解析.

**【分析】**(1) 根据中位数的定义即可求解,

(2) 用  $360^\circ$  乘以百分比即可;

(3) 根据平均数的定义分析即可求解;

本题考查了中位数, 众数, 平均数和统计图, 熟练掌握知识点的应用是解题的关键.

**【小问 1 详解】**

$\therefore$  有 20 名学生参加比赛,

$\therefore$  1 班中位数落在  $180 \leq x < 190$  这一组, 为这一组第 4 位同学和第 5 位同学成绩的平均数,

$$\therefore \text{中位数为 } m = \frac{183+185}{2} = 184,$$

**【小问 2 详解】**

$$360^\circ \times (1 - 25\% - 35\% - 5\% - 5\%) = 360^\circ \times 30\% = 108^\circ;$$

**【小问 3 详解】**

解：  $p_2 \geq p_1$ ，理由，

$\therefore$  1班的平均数为186.3，2班的平均数为186.3，

$\therefore$  1班的记一分钟跳绳个数超过平均数的人数  $p_1 = 20 - 6 - 5 = 9$ （人），

若2班  $180 \leq x < 190$  这一组全低于平均数为186.3，记一分钟跳绳个数超过平均数的人数

$p_2 = 20 - 7 - 4 = 9$ （人），

$\therefore p_2 \geq 9$ ，

$\therefore p_2 \geq p_1$  .

29. 【答案】(1) 证明见解析；

(2)  $\angle BEC = 60^\circ + \angle EBA$  .

【分析】(1) 根据平行线的性质得  $\angle A = \angle ACD$ ，又  $\angle A = \angle 1$ ，则，从而  $\angle 1 = \angle ACD$  求证；

(2) 过  $E$  作  $EF \parallel AB$ ，则  $AB \parallel EF \parallel CD$ ，根据平行线的性质  $\angle ACD = \angle FEC$ ， $\angle ABE = \angle BEF$ ，再根据角度和差即可求解；

本题考查了平行线的性质，角平分线的定义和平行公理推论，熟练掌握知识点的应用是解题的关键.

【小问1详解】

$\therefore AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle A = \angle ACD$ ，

$\therefore \angle A = \angle 1$ ，

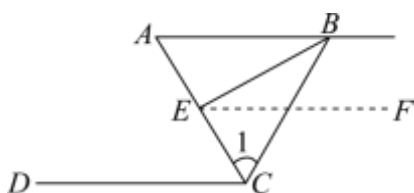
$\therefore \angle 1 = \angle ACD$ ，

$\therefore CA$  平分  $\angle BCD$ ；

【小问2详解】

$\angle BEC = 60^\circ + \angle EBA$ ，理由：

如图，过  $E$  作  $EF \parallel AB$ ，



$\therefore AB \parallel EF \parallel CD$ ，

$\therefore \angle ACD = \angle FEC$ ， $\angle ABE = \angle BEF$ ，

由(1)得： $\angle 1 = \angle ACD$ ，

$\therefore \angle BCD = 120^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle ACD = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle BEC = \angle BEF + \angle CEF = 60^\circ + \angle EBA$ ，即  $\angle BEC = 60^\circ + \angle EBA$  .

30. 【答案】(1) ②③ (2)  $a = \pm \frac{1}{3}$

$$(3) \frac{1}{4} \text{ 或 } \frac{3}{4}$$

【分析】本题主要考查了解二元一次方程组：

(1) 根据“美好”方程组的定义，逐项判断即可求解；

(2) 先求出原方程组的解，再代入  $|x-y|=1$ ，即可求解；

$$(3) \text{ 先联立得： } \begin{cases} |x-y|=1 \\ x+2y=4 \end{cases}, \text{ 可得 } \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=\frac{2}{3} \\ y=\frac{5}{3} \end{cases}, \text{ 再代入 } 2amx+(b-1)y=m, \text{ 可求出 } a, b \text{ 的}$$

值，即可求解。

【小问1详解】

$$\text{解： } \textcircled{1} \begin{cases} x+y=0 \\ 2x-y=0 \end{cases}, \text{ 解得： } \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}, \text{ 此时 } |x-y| \neq 1;$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x+y=1 \\ 2x-y=2 \end{cases}, \text{ 解得： } \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}, \text{ 此时 } |x-y|=1;$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} x-y=-1 \\ 3x+5y=7 \end{cases}, \text{ 解得： } \begin{cases} x=\frac{1}{4} \\ y=\frac{5}{4} \end{cases}, \text{ 此时 } |x-y|=1;$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} x+y=-1 \\ x+2y=0 \end{cases}, \text{ 解得： } \begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}, \text{ 此时 } |x-y| \neq 1;$$

故答案为：②③；

【小问2详解】

$$\text{解： } \begin{cases} x-3y=a \textcircled{1} \\ 2x-4y=4a \textcircled{2} \end{cases},$$

$$\text{由 } \textcircled{2} - \textcircled{1} \times 2 \text{ 得： } 2y = 2a,$$

$$\text{解得： } y = a,$$

$$\text{把 } y = a \text{ 代入 } \textcircled{1} \text{ 得： } x - 3a = a,$$

$$\text{解得： } x = 4a,$$

$$\therefore \text{关于 } x, y \text{ 的方程组 } \begin{cases} x-3y=a \\ 2x-4y=4a \end{cases} \text{ 是“美好”方程组,}$$

$$\therefore |x-y|=1,$$

$$\therefore |4a-a|=1,$$

$$\text{解得： } a = \pm \frac{1}{3};$$

【小问3详解】

解：∵关于  $x, y$  的方程组  $\begin{cases} 2amx + (b-1)y = m \\ x + 2y = 4 \end{cases}$  都是“美好”方程组，

$$\therefore |x - y| = 1,$$

联立得：  $\begin{cases} |x - y| = 1 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$ ，

解得：  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{5}{3} \end{cases}$ ，

把  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$  代入  $2amx + (b-1)y = m$  得：

$$4am + b - 1 = m,$$

$$\therefore (4a - 1)m + b - 1 = 0,$$

∵  $m$  为任意有理数，

$$\therefore 4a - 1 = 0, b - 1 = 0, \text{ 解得： } a = \frac{1}{4}, b = 1,$$

$$\therefore ab = \frac{1}{4};$$

把  $\begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{5}{3} \end{cases}$  代入  $2amx + (b-1)y = m$  得：

$$\frac{4}{3}am + \frac{5}{3}(b-1) = m,$$

$$\therefore \left(\frac{4}{3}a - 1\right)m + \frac{5}{3}(b-1) = 0,$$

∵  $m$  为任意有理数，

$$\therefore \frac{4}{3}a - 1 = 0, \frac{5}{3}(b-1) = 0, \text{ 解得： } a = \frac{3}{4}, b = 1,$$

$$\therefore ab = \frac{3}{4};$$

综上所述， $ab$  得值为  $\frac{1}{4}$  或  $\frac{3}{4}$ 。