



数学试卷

学校 _____ 班级 _____ 姓名 _____

考生须知

1. 本试卷共 8 页, 三道大题, 28 个小题, 满分为 100 分, 考试时间为 120 分钟.
2. 请在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名.
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效.
4. 在答题卡上, 选择题、作图题用 2B 铅笔作答, 其他试题用黑色字迹签字笔作答.
5. 考试结束后, 请将答题卡交回.

一、选择题(本题共 8 个小题, 每小题 2 分, 共 16 分) 每题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个.

1. 某种电子元件的面积大约为 0.00000069 平方毫米, 将 0.00000069 这个数用科学记数法表示为

- A. 6.9×10^{-7} B. 6.9×10^7 C. -6.9×10^7 D. -6.9×10^{-7}

2. 已知 $a > b$, 则下列不等式中不成立的是

- A. $a + 2 > b + 2$ B. $a - 2 > b - 2$ C. $2a > 2b$ D. $-2a > -2b$

3. 下列运算正确的是

- A. $a + a^2 = a^3$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $(2a^3b)^3 = 6a^9b^3$ D. $a^6 \div a^4 = a^2$

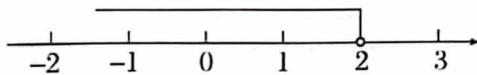
4. 下列调查方式, 正确的是

- A. 旅客乘坐高铁前的安检, 采用抽样调查方式.
 B. 某鞋厂了解全国中学生穿鞋的尺码范围, 采用全面调查方式.
 C. 了解北京市中学生的睡眠时间, 采用抽样调查方式.
 D. 了解一批手机电池的使用寿命, 采用全面调查方式.

5. 已知 $\begin{cases} x=1, \\ y=2 \end{cases}$ 是关于 x, y 的二元一次方程 $ax + y = 1$ 的一组解, 那么 a 的值为

- A. -1 B. 1 C. 0 D. 3

6. 如图, 是一个不等式的解集在数轴上的表示, 则这个不等式是下列选项中的

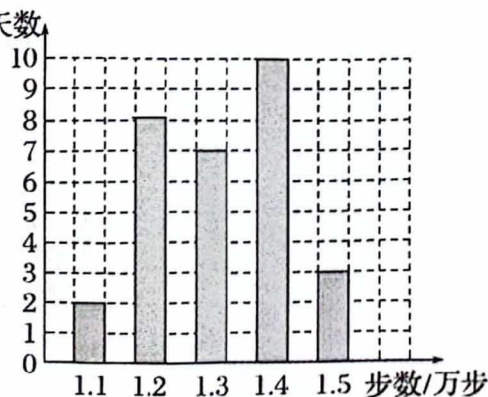


- A. $x - 4 < 2$ B. $4 - x > 2$ C. $-2x \geq 4$ D. $2x < 0$

7. 某健步走运动爱好者用手机软件记录了一个月(30 天) 每天健步走的步数(单位: 万步), 将记录结果绘制成了

如图所示的统计图. 在每天所走的步数这组数据中, 众数和中位数分别是(单位: 万步)

- A. 1.4, 1.35 B. 1.4, 1.3
 C. 1.2, 1.3 D. 1.3, 1.3



8. 已知有理数 a, b , 下列命题中是真命题的有

- ①如果 $ab=0$, 那么 $a=0$ 或 $b=0$;
 ②如果 $a^2=b^2$, 那么 $a=b$;
 ③如果 $a < b < 0$, 那么 $ab > 0$;
 ④如果 $|a| > |b|$, 那么 $(a+b)$ 的符号与 a 的符号相同;
 ⑤如果 $a > b > 0$, 那么 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

- A. ①②④ B. ②③⑤ C. ①③④ D. ①④⑤

二、选择题(本题共 8 个小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

9. 因式分解: $a^2 - 3a =$ _____.

10. 已知二次三项式 $y^2 + my + 1$ 是完全平方式, 其中 m 是一次项系数. 则 m 的所有取值是 _____.

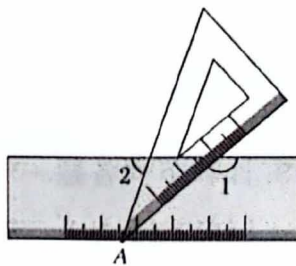
11. 把命题“对顶角相等”写成“如果……, 那么……”的形式为 _____.

12. 已知二元一次方程组 $\begin{cases} -x + 2y = 8, \\ 2x - y = -5, \end{cases}$ 那么 $x + y$ 的值为 _____.

13. 如果 $a^m \div a^n = 1$ ($a \neq 0, m, n$ 是正整数), 那么 m _____ n . (填写“>”, “=”, “<”)

14. 数学老师在课后做了课堂检测, 共 10 道题, 每题 10 分, 老师将全班同学的得分情况绘制成下表, 则全班同学这次课堂检测的平均成绩是 _____ 分.

成绩/分	70	80	90	100
人数/人	2	20	10	8



15. 如图, 直尺和含 30° 角的三角板叠放在一起, 三角板的顶点 A 恰好落在直尺的下沿上, 如果 $\angle 1 = 140^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 _____ $^\circ$.

16. 毕达哥拉斯学派对“数”与“形”的巧妙结合作了如下研究:

几何名称及图形 点数 层数	三角形数	正方形数	五边形数	六边形数
第一层	1	1	1	1
第二层	2	3	4	5
第三层	3	5	7	9
...
第六层	6	11	16	21
...
第 n 层	n	$2n-1$	$3n-2$	

第 n 层六边形数图形的几何点数是 _____ (用含有字母 n 的代数式表示).

17. 解下列方程组.

$$(1) \begin{cases} 3x-2y=1, \\ x-y=3; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x+2y=1, \\ 2x+y=5. \end{cases}$$

18. 解下列不等式(组).

$$(1) \begin{cases} 2x \leq x+5, \\ \frac{x+1}{2} > 2-x; \end{cases}$$

$$(2) -1 < -\frac{3x-2}{4} < 3.$$

19. 计算下列各题.

$$(1) (x+y)(x^2-xy+y^2)$$

$$(2) (12x^3-18x^2+6x) \div (-6x)$$

20. 分解因式.

$$(1) a^3-4a^2+4a$$

$$(2) (2x+3)^2-16$$

21. 计算下列各题.

(1) 先化简, 再求值: $(2x+y)^2 - (2x+y)(2x-y) - 2y^2$, 其中 $x = \frac{1}{4}$, $y = 2024$.

(2) 已知 $2x^2 - x - 1 = 0$, 求代数式 $(3x+2)(3x-2) - 3x(x+1)$ 的值.

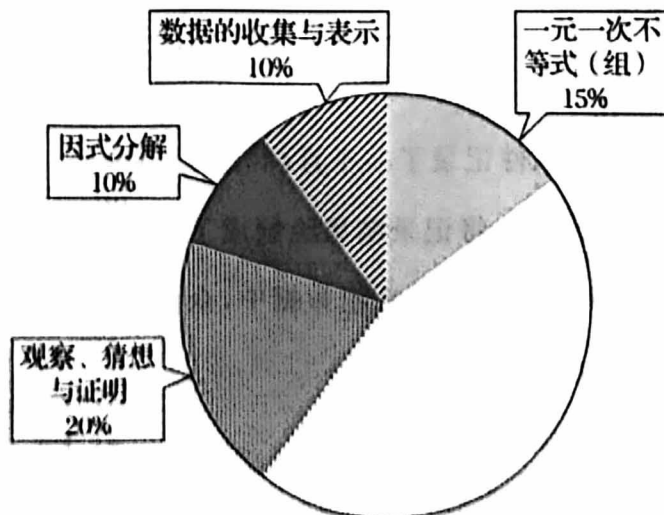
22. 本学期我们学习了一元一次不等式(组), 二元一次方程组, 整式的运算, 观察、猜想与证明, 因式分解, 数据的收集与表示六章内容. 在一次数学测试中, 试卷满分为 100 分, 小穆同学想用扇形图统计每一章分值所占百分比情况, 于是将测试内容及所占分值的分布情况整理计算后列出下列表格. 请你完成下列任务.

(1) 将表格中的内容补充完整.

测试内容	所占分值	百分比	圆心角度数
一元一次不等式(组)	15 分	15%	$360^\circ \times 15\% = 54^\circ$
二元一次方程(组)	20 分	20%	$360^\circ \times 20\% = 72^\circ$
整式的运算			
观察、猜想与证明	20 分	20%	$360^\circ \times 20\% = 72^\circ$
因式分解	10 分	10%	$360^\circ \times 10\% = 36^\circ$
数据的收集与表示	10 分	10%	$360^\circ \times 10\% = 36^\circ$

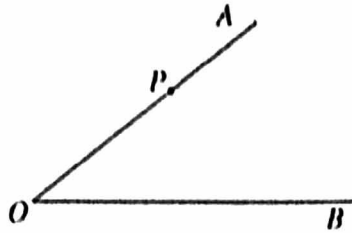
(2) 补全扇形统计图.

分值分布情况



23. 如图, 点 P 在 $\angle O$ 的一边 OA 上.

(1) 请你依据给出的画图步骤补全图形.



画法:

① 过点 P 画直线 $PC \perp OA$, 交射线 OB 于点 C ;

② 过点 P 画射线 OB 的垂线段 PD , 垂足为点 D ;

③ 过点 D 画直线 $DE \parallel OA$, 交直线 CP 于点 E .

(2) 完成下列任务:

① 写出图中所有与 $\angle O$ 相等的角;

② 如果 $OP=4, PC=3, OC=5$, 求点 P 到射线 OB 的距离.

24. 补全下列证明过程.

如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AC \perp AD$, 垂足为点 A , 点 E 在边 CD 上, 且 $EF \perp AD$, 垂足为点 F , $\angle 1 = \angle 6$, 求证: $\angle DAB + \angle D = 180^\circ$.

证明: $\because CA \perp AD, EF \perp AD,$

$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 90^\circ.$

$\therefore EF \parallel$ _____ . (理由: _____)

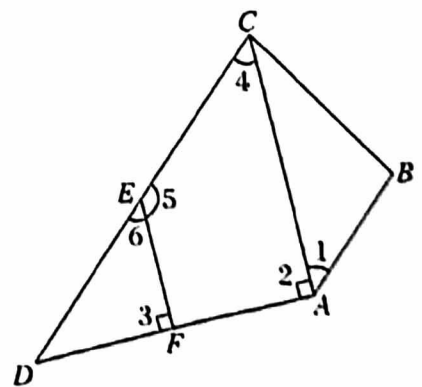
$\therefore \angle 4 =$ _____ . (理由: _____)

$\because \angle 1 = \angle 6,$

$\therefore \angle 1 =$ _____ . (理由: _____)

$\therefore DC \parallel$ _____ . (理由: _____)

$\therefore \angle DAB + \angle D = 180^\circ.$ (理由: _____)



25. 用一元一次不等式(组)解应用题.

某次数学竞赛中出了 10 道题, 每答对 1 题得 5 分, 每答错 1 题或不答扣 3 分, 问至少要答对几道题, 得分不低于 10 分.

26. 某工厂在甲地购买了一批原材料共 120 吨, 运往工厂车间进行加工生产. 工厂有小、中、大三种车型可供运输使用, 每种车的运载量和运费如下表(假设每辆车均满载)

	小	中	大
运载量/(吨/辆)	5	8	10
运费/(元/辆)	400	500	600

(1) 若这批物资用小、中两种车型来运送, 需运费 8200 元, 则需小、中两种车型的车各几辆?

(2) 工厂决定用小、中、大三种车型, 共 15 辆车同时运送这批原材料, 请你写出所有的符合条件的用车方案, 用车方案中运费最少是多少元? (小、中、大三种车均要参与运送)

27. 我们把按照某种规律排列的一列数,称为数列,我们规定:如果对于一个数列中任意相邻有序的三个数 a, b, c ,总满足 $c = ab - (a + b)$,则称这个数列为好运数列.

(1)在数列① $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}$;② $1, -2, -1, 3$ 中,是好运数列的是_____;(填序号)

(2)如果数列 $\dots, 2, x, 3x + 2, \dots$,是好运数列,求 x 的值;

(3)若数列 $\dots, m, n, 3, \dots$,是好运数列,且 m, n 都是正整数,直接写出所有符合条件的 m, n 的值.

28. 如图 1, $AB \parallel CD$, $\angle PAB = 150^\circ$, $\angle PCD = 120^\circ$, 求 $\angle APC$ 度数.

小明的解题思路是:

如图 2, 过点 P 作 $PE \parallel AB$, 通过平行线性质, 可分别求出 $\angle APE$ 、 $\angle CPE$ 的度数, 从而可求出 $\angle APC$ 的度数;

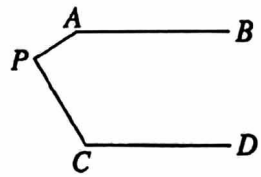


图 1

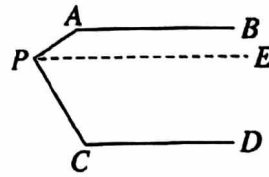


图 2

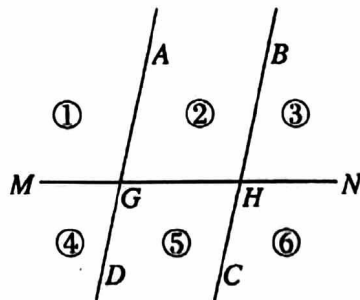
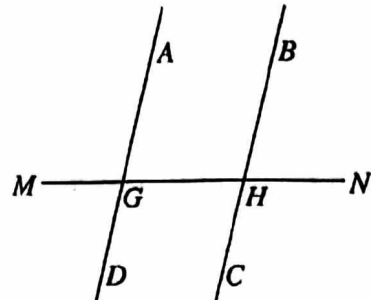


图 3



备用图

完成下列任务:

(1) 依据小明的思路写出求 $\angle APC$ 的度数的完整解答过程;

(2) 如图 3, $AD \parallel BC$, 直线 MN 与直线 AD, BC 分别相交于点 G, H , 这样三条直线将平面分成六个区域. 点 P 是平面内任意一点, 且满足 $\angle AGP = \angle \alpha$, $\angle BHP = \angle \beta$. 请你直接写出点 P 分别在 6 个区域运动时, $\angle GPH$ 、 $\angle \alpha$ 、 $\angle \beta$ 之间的数量关系, 并选择点 P 在某一区域内的情况进行证明. (点 P 不在直线 AD, BC, MN 上)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	D	D	C	A	B	B	C

二、填空题(本题共 10 个小题,每小题 2 分,共 20 分)

9. $a(a-3)$ 10. ± 2 11. 如果两个角是对顶角,那么这两个角相等 12. 3
 13. = 14. 86 15. 70 16. $4n-3$

三、解答题(17-21 题每题 6 分,22-25 题每题 5 分,26-28 题每题 6 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程,直接写结果不给分.

$$17. (1) \begin{cases} 3x-2y=1, & \text{①} \\ x-y=3; & \text{②} \end{cases}$$

解:② \times 2 得: $2x-2y=6$ ③

①-③得: $x=-5$

把 $x=-5$ 代入②得 $y=-8$

\therefore 方程组的解为: $\begin{cases} x=-5, \\ y=-8. \end{cases}$

$$(2) \begin{cases} x+2y=1, & \text{①} \\ 2x+y=5; & \text{②} \end{cases}$$

解:①+②得: $x+y=2$ ③

②-③得: $x=3$

①-③得: $y=-1$

\therefore 方程组的解为: $\begin{cases} x=3, \\ y=-1. \end{cases}$

$$18. (1) \begin{cases} 2x \leq x+5, & \text{①} \\ \frac{x+1}{2} > 2-x; & \text{②} \end{cases}$$

解:解不等式①得 $x \leq 5$

解不等式②得 $x > 1$

\therefore 不等式组的解集为: $1 < x \leq 5$

$$(2) -1 < -\frac{3x-2}{4} < 3.$$

解:化简不等式得: $-4 < -(3x-2) < 12.$

$$-4 < -3x+2 < 12 \quad \dots\dots\dots ($$

$$-6 < -3x < 10 \quad \dots\dots\dots ($$

$$2 > x > -\frac{10}{3} \quad \dots\dots\dots ($$

19. (1) $(x+y)(x^2-xy+y^2)$

解: 原式 $= x^3 - x^2y + xy^2 + x^2y - xy^2 + y^3$
 $= x^3 + y^3$

(2) $(12x^3 - 18x^2 + 6x) \div (-6x)$

解: 原式 $= -2x^2 + 3x - 1$

20. (1) 解: $a^3 - 4a^2 + 4a$

$= (a-2)^2$

(2) 解: $(2x+3)^2 - 16$

$= (2x+3+4)(2x+3-4)$

$= (2x+7)(2x-1)$

21. (1) $(2x+y)^2 - (2x+y)(2x-y) - 2y^2$

解: 原式 $= 4x^2 + 4xy + y^2 - (4x^2 - y^2) - 2y^2$

$= 4x^2 + 4xy + y^2 - 4x^2 + y^2 - 2y^2$

$= 4xy$

当 $x = \frac{1}{4}, y = 2024$ 时,

原式 $= 2024$

(2) $(3x+2)(3x-2) - 3x(x+1), 2x^2 - x - 1 = 0$

解: 原式 $= 9x^2 - 4 - 3x^2 - 3x$

$= 6x^2 - 3x - 4$

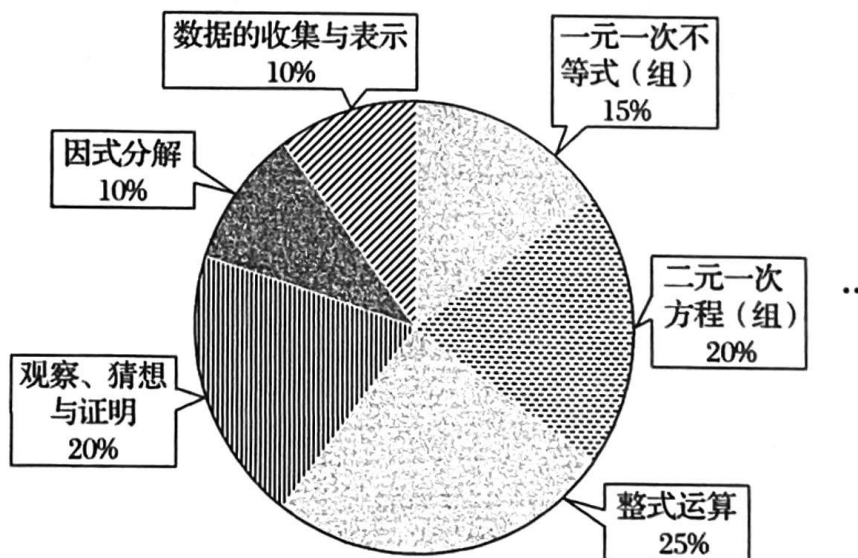
$= 3(2x^2 - x - 1) - 1$

$\because 2x^2 - x - 1 = 0$

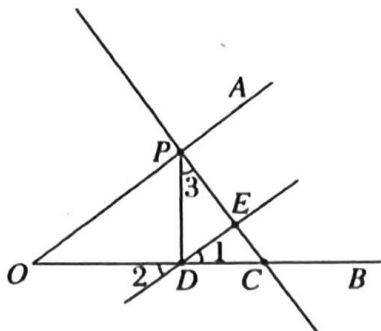
\therefore 原式 $= 3 \times 0 - 1 = -1$

22. 解: (1) 25, 25%, 90°,

(2)



23. 解:(1)



(2) $\angle 1, \angle 2, \angle 3$

(3) 在直角三角形 POC 中,

$$\triangle POC \text{ 的面积为: } \frac{1}{2}OP \cdot PC = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

$$\triangle POC \text{ 的面积还可以表示为: } \frac{1}{2}OC \cdot PD = \frac{1}{2} \times 5 \times PD = 6$$

$$\therefore PD = \frac{12}{5}$$

\therefore 点 P 到射线 OB 的距离为 $\frac{12}{5}$

24. 解:

证明: $\because CA \perp AD, EF \perp AD$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 90^\circ.$$

$\therefore EF \parallel AC$ (理由: 同位角相等, 两直线平行) (1分)

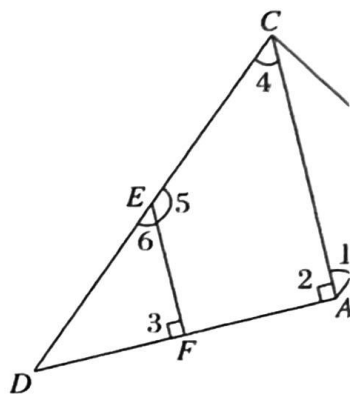
$\therefore \angle 4 = \angle 6$ (理由: 两条直线平行, 同位角相等) (2分)

$$\because \angle 1 = \angle 6$$

$\therefore \angle 1 = \angle 4$ (理由: 等量代换) (3分)

$\therefore DC \parallel AB$ (理由: 内错角相等, 两条直线平行) (4分)

$\therefore \angle DAB + \angle D = 180^\circ$ (理由: 两条直线平行, 同旁内角互补) (5分)



25. 解: 设至少答对 x 道题, 得分不低于 10 分.

依据题意得: $5x - 3(10 - x) \geq 10$

解不等式得: $x \geq 5$

答: 至少答对 5 道, 得分不低于 10 分.

26. 解: (1) 设需小、中两种车型的车分别为 x 辆, y 辆

$$(1) \begin{cases} 5x + 8y = 120, \\ 400x + 500y = 8200; \end{cases} \dots\dots\dots$$

解方程组得: $\begin{cases} x = 8, \\ y = 10 \end{cases}$

设需小、中、大三种车型的车分别为 x 辆, y 辆, z 辆.

$$(2) \begin{cases} 5x + 8y + 10z = 120, \\ x + y + z = 15. \end{cases}$$

x, y, z 都是正整数, 因此可得

用车方案①: 小中大车辆为 2, 10, 3;

用车方案②: 小中大车辆为 4, 5, 6

运费最少是 7600 元.

27. 解:(1)①

(2)根据题意得, $3x+2=2x-(2+x)$

解得 $x=-2$

(3)

m	2	3	5
n	5	3	2

28. (1)过 P 作 $PE \parallel AB$,

$\because AB \parallel CD$ (已知)

$\therefore PE \parallel CD$. (平行于同一条直线的两条直线互相平行)

$\therefore \angle APE + \angle PAB = 180^\circ$ (两条直线平行, 同旁内角互补)

同理: $\angle CPE + \angle PCD = 180^\circ$

$\because \angle PAB = 150^\circ, \angle PCD = 120^\circ,$

$\therefore \angle APE = 30^\circ, \angle CPE = 60^\circ$ (2分)

$\therefore \angle APC = \angle APE + \angle CPE = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$

(2)点 P 在①内时, $\angle GPH = \angle \beta - \angle \alpha$;

点 P 在②内时, $\angle GPH = \angle \alpha + \angle \beta$;

点 P 在③内时, $\angle GPH = \angle \alpha - \angle \beta$;

点 P 在④内时, $\angle GPH = \angle \alpha - \angle \beta$;

点 P 在⑤内时, $\angle GPH = 360^\circ - \angle \alpha - \angle \beta$;

点 P 在⑥内时, $\angle GPH = \angle \beta - \angle \alpha$

证明: 点 P 在②内

过点 P 作 $PF \parallel AD$, 交 MN 于点 E .

$\because AD \parallel BC,$

$\therefore PF \parallel AD \parallel BC$

$\therefore \angle \alpha = \angle 1, \angle \beta = \angle 2.$

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle \alpha + \angle \beta.$

$\because \angle GPH = \angle 1 + \angle 2,$

$\therefore \angle GPH = \angle \alpha + \angle \beta$

