



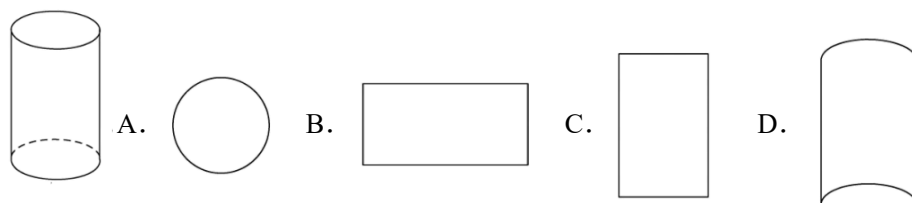
考生须知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。
2. 在答题纸上准确填写学校名称、准考证号，并将条形码贴在指定区域。
3. 题目答案一律填涂或书写在答题卡上，在练习卷上作答无效。
4. 在答题纸上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 练习结束，请将答题纸交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

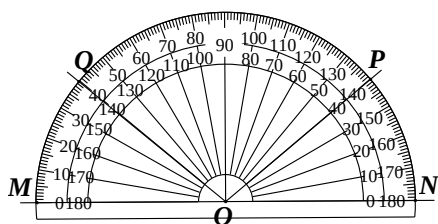
1. 如图所示的圆柱，其俯视图是



2. 2022 年 10 月 12 日，“天宫课堂”第三课在距离地球约 400 000 米的中国空间站开讲，数据 400 000 用科学记数法表示为

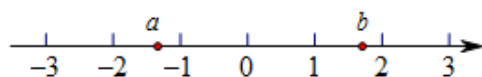
A. 40×10^4 B. 4×10^5 C. 4×10^6 D. 0.4×10^6

3. 已知
- M, N, P, Q
- 四点的位置如图所示，下列结论正确的是



- A. $\angle NOQ = 40^\circ$ B. $\angle NOP = 140^\circ$
 C. $\angle NOP$ 比 $\angle MOQ$ 大 D. $\angle MOQ$ 与 $\angle MOP$ 互补

4. 实数
- a, b
- 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是



- A.
- $a < -2$
- B.
- $b > 2$
- C.
- $b - a < 0$
- D.
- $a > -b$

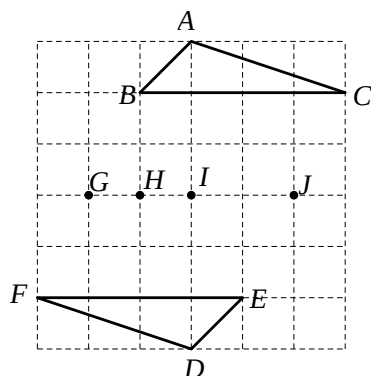
5. 一个不透明的口袋中有三个完全相同的小球，把它们分别标号为 1, 2, 3，随机摸出一个小球然后放回，再随机摸出一个小球，求两次摸出小球的标号相同的概率是

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{2}{9}$

6. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x+m=0$ 有实数根，则实数 m 的取值范围为

- A. $m < 1$ B. $m \leq 1$ C. $m > 1$ D. $m \geq 1$

7. 如图，在正方形网格中， $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J$ 是网格线交点， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 关于某点成中心对称，则其对称中心是



- A. 点 G B. 点 H C. 点 I D. 点 J

8. 下面的三个问题中都有两个变量：

- ①面积一定的等腰三角形，底边上的高 y 与底边长 x ；
 ②将泳池中的水匀速放出，直至放完，泳池中的剩余水量 y 与放水时间 x ；
 ③计划从 A 地到 B 地铺设一段铁轨，每日铺设长度 y 与铺设天数 x 。

其中，变量 y 与变量 x 满足反比例函数关系的是

- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是_____。

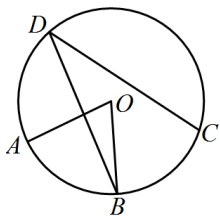
10. 分解因式： $3m^2+6m+3=$ _____。

11. 方程 $\frac{1}{x-3} = \frac{2}{x}$ 的解为_____。

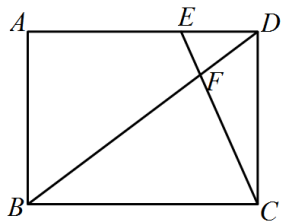
12. 在平面直角坐标系 xOy 中，若反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过点 $A(2, 3)$ 和点 $B(-2, m)$ ，则 m 的值为_____。

13. 九年级（1）班同学分 6 个小组参加植树活动，此活动 6 个小组的植树棵数的数据如下：5，7，3， x ，6，4（单位：株）。若这组数据的众数是 5，则该组数据的平均数是_____。

14. 如图， A, B, C, D 是 $\odot O$ 上的四个点， $AB=BC$ ，若 $\angle AOB=68^\circ$ ，则 $\angle BDC=$ _____°。



第 14 题图



第 15 题图

15. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 是 AD 边上一点, 且 $AE=2DE$, 连接 CE 交对角线 BD 于点 F . 若 $BD=10$, 则 DF 的长为_____.

16. 某校需要更换部分体育器材, 打算用 1800 元购买足球和篮球, 并且把 1800 元全部花完. 已知每个足球 60 元, 每个篮球 120 元, 根据需要, 购买的足球数要超过篮球数, 并且足球数不超过篮球数的 2 倍, 写出一种满足条件的购买方案_____.

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27-28 题, 每小题 7 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $2\sin 60^\circ - \sqrt{12} + |-\sqrt{3}| + (\pi - 1)^0$

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} x+3(x-2) \geq 4, \\ \frac{x-1}{3} < x+1. \end{cases}$$

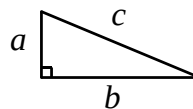
19. 已知 $x^2 + x - 1 = 0$, 求代数式 $(2x+1)(2x-1) - x(x-3)$ 的值.

20. 下面是用面积关系证明勾股定理的两种拼接图形的方法, 请选择其中一种, 完成证明.

勾股定理: 在直角三角形中, 两直角边的平方和等于斜边的平方.

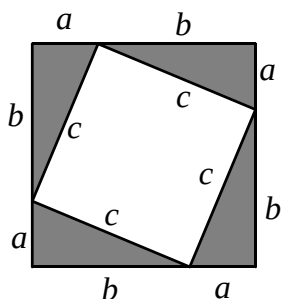
已知: 如图, 直角三角形的直角边长分别为 a , b , 斜边长为 c .

求证: $a^2 + b^2 = c^2$.



方法一

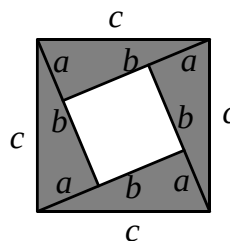
如图, 大正方形的边长为 $(a+b)$, 小正方形的边长为 c .



证明:

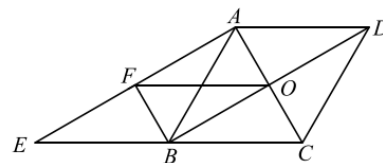
方法二

如图, 大正方形的边长为 c , 小正方形的边长为 $(b-a)$.



证明:

21. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 的交于点 O , 延长 CB 到 E , 使得 $BE=BC$. 连接 AE . 过点 B 作 $BF \parallel AC$, 交 AE 于点 F , 连接 OF .



- (1) 求证: 四边形 $AFBO$ 是矩形;
- (2) 若 $\angle ABC = 60^\circ$, $BF = 1$, 求 OF 的长.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象经过点 $(1, 1)$, $(2, 3)$.

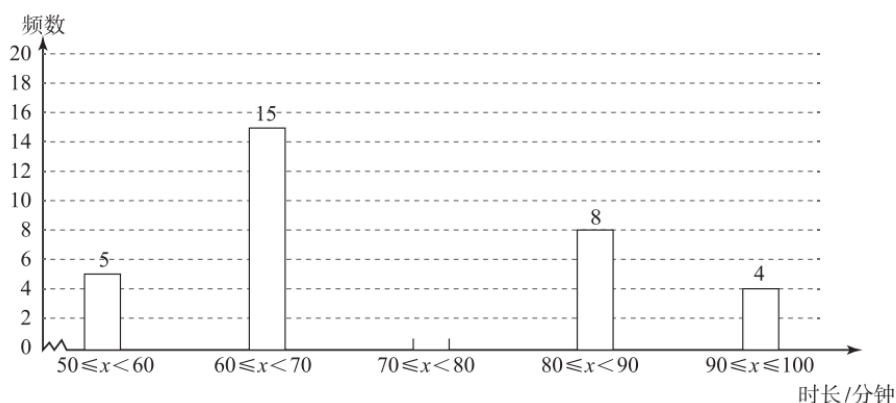
- (1) 求该函数的解析式;
- (2) 当 $x > -1$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = mx (m \neq 0)$ 的值大于一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的值, 直接写出 m 的取值范围.

23. 某校为了解九年级学生周末家务劳动时长的情况, 随机抽取了 50 名学生, 调查了这些学生某一周末家务劳动时长 (单位: 分钟) 的数据, 并对数据 (保留整数) 进行整理、描述和分析, 下面给出部分信息:

a. 学生家务劳动时长的数据在 $70 \leq x < 80$ 这一组的具体数据如下:

72, 72, 73, 74, 74, 75, 75, 75, 75, 75, 75, 76, 76, 76, 77, 77, 78, 79

b. 学生家务劳动时长的数据的频数分布直方图如下:

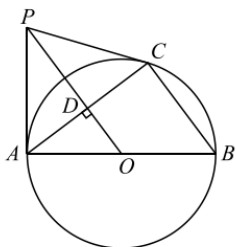


根据以上信息, 回答下列问题:

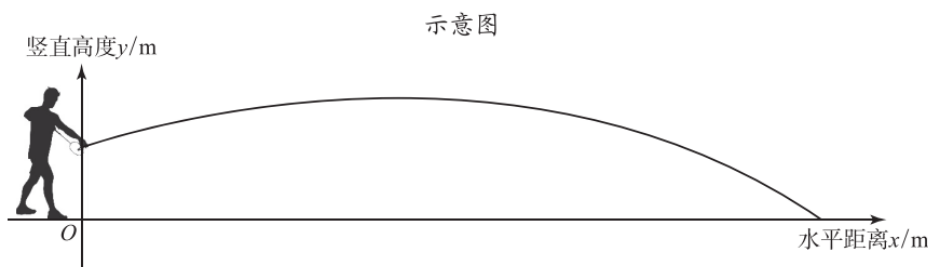
- (1) 补全频数分布直方图;
- (2) 学生家务劳动时长的数据的中位数为_____;
- (3) 若该校九年级有学生 500 人, 估计该校九年级学生家务劳动时长至少 90 分钟的有_____人.

24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 为圆上一点, 连接 AC , BC , 过点 O 作 $OD \perp AC$ 于点 D . 过点 A 作 $\odot O$ 的切线交 OD 的延长线于点 P , 连接 CP .

- (1) 求证: CP 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 过点 B 作 $BE \perp PC$ 于点 E , 若 $CE = 4$, $\cos \angle CAB = \frac{4}{5}$, 求 OD 的长.



25. 羽毛球作为国际球类竞技比赛的一种，发球后羽毛球的飞行路线可以看作是抛物线的一部分．建立如图所示的平面直角坐标系，羽毛球从发出到落地的过程中竖直高度 y （单位：m）与水平距离 x （单位：m）近似满足函数关系式： $y = a(x - h)^2 + k (a \neq 0)$ ．



某次发球时，羽毛球的水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下：

水平距离 x/m	0	2	4	6	8	...
竖直高度 y/m	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{3}{2}$	1	...

请根据上述数据，解决问题

(1) 直接写出羽毛球飞行过程中竖直高度的最大值，并求出满足的函数关系

$$y = a(x - h)^2 + k (a \neq 0) ;$$

(2) 已知羽毛球场的球网高度为 1.55m，当发球点 O 距离球网 5m 时羽毛球_____（填“能”或“不能”）越过球网．

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $(-2, y_1)$ ， $(2, y_2)$ ， $(3, y_3)$ 在抛物线 $y = x^2 - 2tx + t^2 + 1$ 上．

(1) 抛物线的对称轴是直线_____（用含 t 的式子表示）；

(2) 当 $y_1 = y_2$ ，求 t 的值；

(3) 点 $(m, y_3) (m \neq 3)$ 在抛物线上，若 $y_2 < y_3 < y_1$ ，求 t 取值范围及 m 的取值范围．

27. 在 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，点 D 为射线 CB 上一动点（不与 B ， C 重合），连接 AD ，点 E 为 AB 延长线上一点，且 $DE = AD$ ，作点 E 关于射线 CB 的对称点 F ，连接 BF ， DF ．

(1) 如图 1，当点 D 在线段 CB 上时，

①依题意补全图形，求证： $\angle DAB = \angle DFB$ ；

②用等式表示线段 BD ， BF ， BC 之间的数量关系，并证明；

(2) 如图 2，当点 D 在线段 CB 的延长线上时，请直接用等式表示线段 BD ， BF ， BC 之间的数量关系．

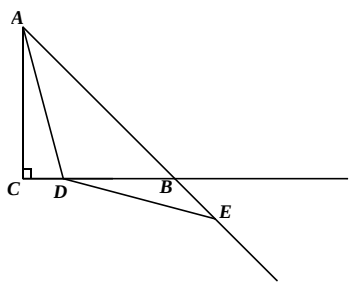


图 1

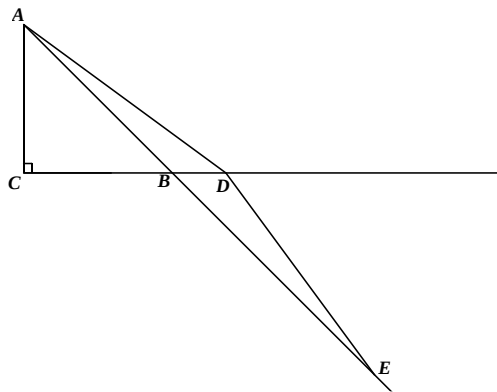


图 2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于 $\triangle ABC$ 与 $\odot O$, 给出如下定义: 若 $\triangle ABC$ 的一个顶点在 $\odot O$ 上, 除这个顶点外 $\triangle ABC$ 与 $\odot O$ 存在且仅存在一个公共点, 则称 $\triangle ABC$ 为 $\odot O$ 的“相关三角形”.

(1) 如图 1, $\odot O$ 的半径为 1, 点 $C(2, 0)$, $\triangle AOC$ 为 $\odot O$ 的“相关三角形”.

在点 $P_1(0, 1)$, $P_2(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, $P_3(1, 1)$ 这三个点中, 点 A 可以与点_____重合;

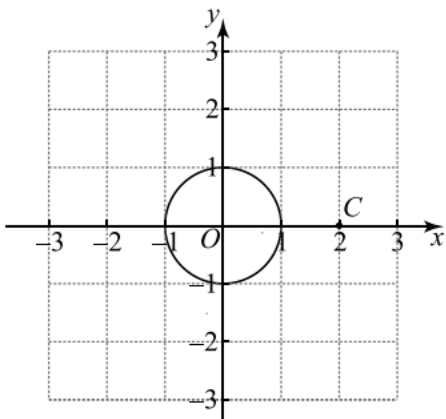


图 1

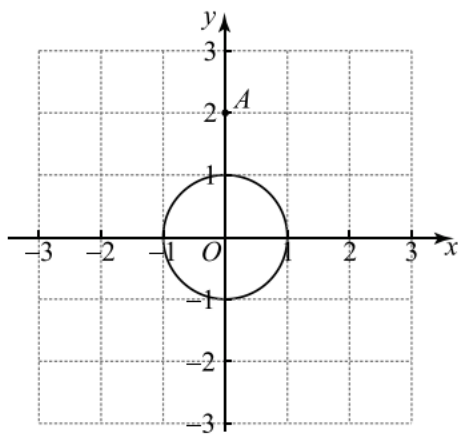
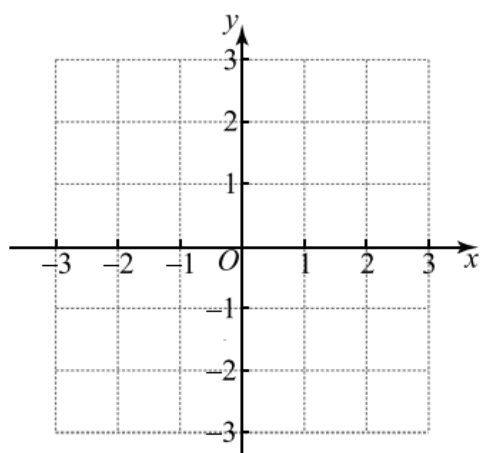


图 2

(2) 如图 2, $\odot O$ 的半径为 1, 点 $A(0, 2)$, 点 B 是 x 轴上的一动点, 且点 B 的横坐标 x_B 的取值范围是 $-1 < x_B < 1$, 点 C 在第一象限, 若 $\triangle ABC$ 为直角三角形, 且 $\triangle ABC$ 为 $\odot O$ 的“相关三角形”. 求点 C 的横坐标 x_C 的取值范围;

(3) $\odot O$ 的半径为 r , 直线 $y = -\sqrt{3}x + \sqrt{3}$ 与 $\odot O$ 在第一象限的交点为 A , 点 $C(2, 0)$, 若平面直角坐标系 xOy 中存在点 B (点 B 在 x 轴下方), 使得 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 且 $\triangle ABC$ 为 $\odot O$ 的“相关三角形”. 直接写出 r 的取值范围.



备用图

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	B	D	D	A	B	C	B

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. $x \geq 1$ 10. $3(m+1)^2$
 11. $x = 6$ 12. -3
 13. 5 14. 34
 15. $\frac{5}{2}$ 16. 答案不唯一，9 个篮球，12 个足球；8 个篮球，14 个足球

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）

17. 解：原式 $= \sqrt{3} - 2\sqrt{3} + \sqrt{3} + 1$ 4 分
 $= 1$5 分

18. 解： $\begin{cases} x+3(x-2) \geq 4, & \text{①} \\ \frac{x-1}{3} < x+1. & \text{②} \end{cases}$

解不等式①，得 $x \geq \frac{5}{2}$2 分

解不等式②，得 $x > -2$4 分

$\therefore$ 不等式组的解集为 $x \geq \frac{5}{2}$5 分

19. 解： $(2x+1)(2x-1) - x(x-3)$
 $= 4x^2 - 1 - x^2 + 3x$ 2 分
 $= 3x^2 + 3x - 1$3 分

$\because x^2 + x - 1 = 0$,
 $\therefore x^2 + x = 1$,4 分

$\therefore 3x^2 + 3x = 3$,

$\therefore$ 原式

$= 3 - 1 = 2$
5 分

20. 选择方法一.

证明： $\because (a+b)^2 = 4 \times \frac{1}{2} ab + c^2$,3 分

$$\therefore a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

选择方法二.

$$\text{证明: } \because (b-a)^2 + 4 \times \frac{1}{2} ab = c^2, \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore b^2 - 2ab + a^2 + 2ab = c^2, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

21. (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore AO = OC, AC \perp BD,$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ.$$

$$\because BE = BC,$$

$$\therefore OB \parallel AE.$$

$$\text{又} \because BF \parallel AC,$$

$$\therefore \text{四边形 } AFBO \text{ 是平行四边形.}$$

$$\text{又} \because \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{四边形 } AFBO \text{ 是矩形.} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore \angle ABO = \frac{1}{2} \angle ABC.$$

$$\because \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ABO = 30^\circ.$$

$$\because \text{四边形 } AFBO \text{ 是矩形,}$$

$$\therefore OB \parallel AF, OF = AB, \angle BFA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FAB = \angle ABO,$$

$$\therefore \angle FAB = 30^\circ.$$

$$\text{又} \because \text{在 } \triangle ABF \text{ 中, } \angle BFA = 90^\circ, BF = 1,$$

$$\therefore AB = 2BF = 2,$$

$$\therefore OF = 2. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

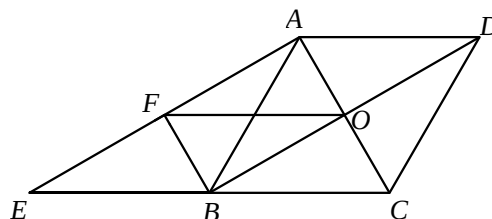
$$22. (1) \text{ 解: 依据题意, 得 } \begin{cases} k + b = 1, \\ 2k + b = 3. \end{cases} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

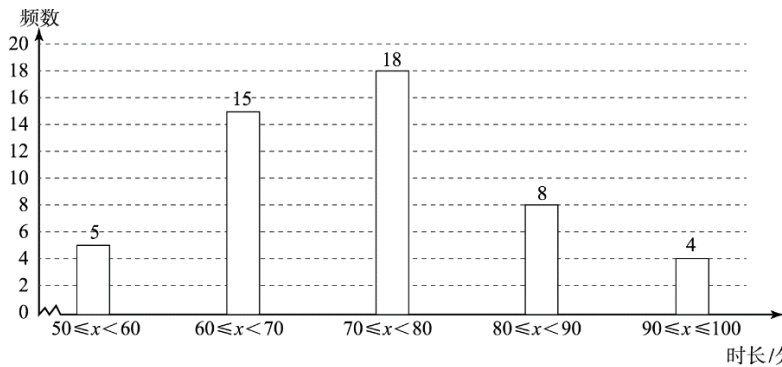
$$\text{解得 } \begin{cases} k = 2, \\ b = -1. \end{cases} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{该函数的解析式为 } y = 2x - 1.$$

$$(2) 2 \leq m \leq 3. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

23. 解: (1) 如图





时长/分钟.....2 分

(2) 74.5;4 分

(3) 40.6 分

24. (1) 证明: 连接 OC .

$\because AP$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore AP \perp OA$,

$\therefore \angle PAO = 90^\circ$.

$\because OD \perp AC$,

$\therefore AD = CD$,

$\therefore AP = CP$,

又 $\because OA = OC$, $OP = OP$,

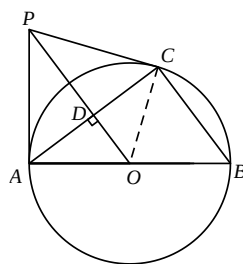
$\therefore \triangle AOP \cong \triangle COP$,

$\therefore \angle PAO = \angle PCO = 90^\circ$,

$\therefore OC \perp PC$.

又 $\because$ 点 C 在 $\odot O$ 上,

$\therefore CP$ 是 $\odot O$ 的切线.3 分



(2) 解: $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$.

$\therefore \angle ACO + \angle OCB = 90^\circ$.

$\because CP$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle OCE = 90^\circ$,

$\therefore \angle OCB + \angle ECB = 90^\circ$,

$\therefore \angle ECB = \angle OCA$.

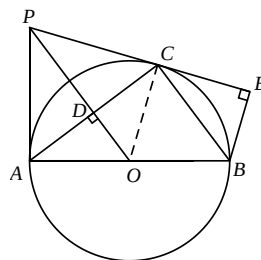
$\because OA = OC$,

$\therefore \angle CAB = \angle OCA$,

$\therefore \angle CAB = \angle ECB$.

$\because \cos \angle CAB = \frac{4}{5}$,

$\therefore \cos \angle BCE = \frac{4}{5}$.



$$\because BE \perp PC,$$

$$\therefore \angle CEB = 90^\circ.$$

$$\text{在} \triangle BCE \text{ 中, } \because CE=4, \cos \angle BCE = \frac{CE}{CB} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore CB=5.$$

$$\because OA=OB, AD=CD,$$

$$\therefore OD = \frac{1}{2} BC = \frac{5}{2}. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$25. \text{ 解: (1) 最大值是 } \frac{5}{3} \text{ m. } \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

根据表格中的数据可知, 抛物线的顶点坐标为 $(4, \frac{5}{3})$,

$$\therefore h=4, k=\frac{5}{3},$$

$$\therefore y = a(x-4)^2 + \frac{5}{3} (a \neq 0).$$

$$\because \text{当 } x=0 \text{ 时, } y=1,$$

$$\therefore a(0-4)^2 + \frac{5}{3} = 1$$

$$\text{解得 } a = -\frac{1}{24},$$

$$\therefore \text{函数关系为 } y = -\frac{1}{24}(x-4)^2 + \frac{5}{3}. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 能. } \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$26. \text{ 解: (1) } x=t. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$(2) \because \text{点 } (-2, y_1), (2, y_2) \text{ 在抛物线上, 且 } y_1 = y_2,$$

$$\therefore 2-t = t - (-2).$$

$$\text{解得 } t=0. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$(3) \because \text{点 } (-2, y_1), (2, y_2), (3, y_3) \text{ 在抛物线 } y = x^2 - 2tx + t^2 + 1 \text{ 上,}$$

$$\therefore y_1 = 4 + 4t + t^2 + 1, y_2 = 4 - 4t + t^2 + 1, y_3 = 9 - 6t + t^2 + 1.$$

$$\text{由 } y_2 < y_3, \text{ 得 } t < \frac{5}{2}.$$

$$\text{由 } y_3 < y_1, \text{ 得 } t > \frac{1}{2}.$$

$$\therefore \frac{1}{2} < t < \frac{5}{2}. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\because \text{点 } (m, y_3) (m \neq 3) \text{ 在抛物线上,}$$

$$\therefore \text{点 } (m, y_3), (3, y_3) \text{ 关于抛物线的对称轴 } x=t \text{ 对称, 且 } m < t.$$

$$\therefore 3-t=t-m,$$

$$\text{解得 } m=2t-3.$$

$$\therefore -2 < m < 2. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

27. (1) ①补全图形, 如下图.1 分

证明:

$$\because DE=AD,$$

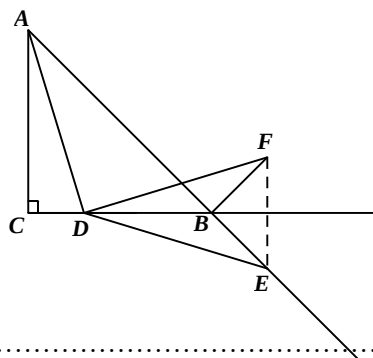
$$\therefore \angle DAB=\angle DEA.$$

$\because$ 点 E 关于射线 CB 的对称点为 F ,

$$\therefore \triangle DBF \cong \triangle DBE,$$

$$\therefore \angle DFB=\angle DEB,$$

$$\therefore \angle DAB=\angle DFB. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$



$$\textcircled{2} BC=BD+\frac{\sqrt{2}}{2}FB. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

证明: 设 EF 与射线 CB 交于点 G .

$\because$ 点 E 关于射线 CB 的对称点为 F ,

$$\therefore \triangle DBF \cong \triangle DBE, EF \perp CB,$$

$$\therefore \angle BDF=\angle BDE, DF=DE, \angle DFB=\angle DEB.$$

$$\because AC=BC, \angle C=90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC=\angle CBA=45^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC=\angle BDE+\angle DEB=45^\circ,$$

$$\therefore \angle DFB+\angle BDF=45^\circ.$$

$$\because \angle CAD+\angle DAB=45^\circ,$$

$$\text{又 } \because \angle DAB=\angle DFB,$$

$$\therefore \angle CAD=\angle BDF.$$

$$\because DE=AD, DF=DE,$$

$$\therefore AD=DF.$$

$$\because \angle C=90^\circ, EF \perp CB,$$

$$\therefore \angle C=\angle FGD=90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle DGF,$$

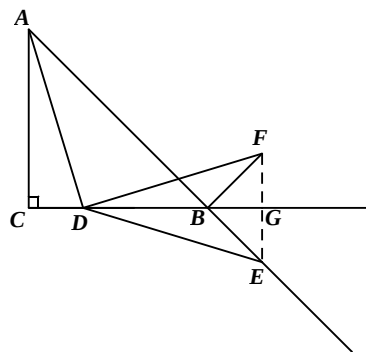
$$\therefore CD=FG.$$

$$\because \angle FBG=\angle DFB+\angle BDF=45^\circ,$$

$\therefore \triangle FBG$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore FB=\sqrt{2}FG,$$

$$\therefore FG=\frac{\sqrt{2}}{2}FB,$$



$$\therefore CD = \frac{\sqrt{2}}{2} FB.$$

$$\because BC = BD + CD,$$

$$\therefore BC = BD + \frac{\sqrt{2}}{2} FB. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$(2) BC = \frac{\sqrt{2}}{2} FB - BD. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

28. (1) P_2 ; $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

(2)

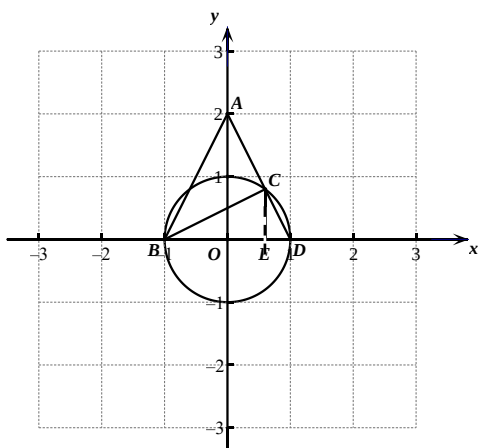


图 2-1

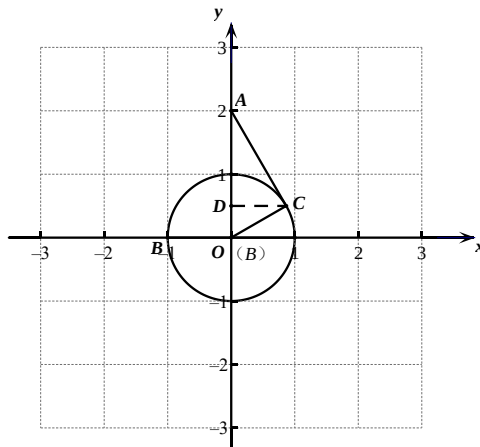


图 2-2

解：由条件可知，点 C 在 $\odot O$ 上，

如图 2-1 所示，当 $B(-1, 0)$ ， $D(1, 0)$ 时，连接 AD ，与 $\odot O$ 交于点 C ，

$\therefore BD$ 为 $\odot O$ 直径，

$$\therefore \angle BCD = \angle ACB = 90^\circ.$$

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle AOD$ 中， $\angle AOD = 90^\circ$ ，

由勾股定理得 $AD = \sqrt{5}$.

$$\because \text{在 } \text{Rt}\triangle BCD \text{ 中, } \cos \angle CDB = \frac{DC}{BD},$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle AOD \text{ 中, } \cos \angle CDB = \frac{OD}{AD},$$

$$\therefore \frac{DC}{BD} = \frac{OD}{AD},$$

$$\therefore \frac{DC}{2} = \frac{1}{\sqrt{5}},$$

$$\therefore CD = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

过点 C 作 $CE \perp BD$.

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle CED \text{ 中, } \cos \angle CDB = \frac{DE}{CD} = \frac{1}{\sqrt{5}},$$

$$\therefore DE = \frac{2}{5}.$$

$$\because OD = 1,$$

$$\therefore OE = \frac{3}{5},$$

$$\therefore x_C = \frac{3}{5}. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

如图 2-2 所示, 当 B 位于原点, AC 与圆 O 相切时, 过点 C 作 $CD \perp y$ 轴于点 D .

$\because AC$ 与 $\odot O$ 相切,

$$\therefore \angle ACO = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle AOC \text{ 中, 由勾股定理得 } AC = \sqrt{3}.$$

$$\because \text{在 Rt}\triangle DCA \text{ 中, } \sin \angle DAC = \frac{DC}{AC},$$

$$\text{在 Rt}\triangle OCA \text{ 中, } \sin \angle DAC = \frac{OC}{AO},$$

$$\therefore \frac{DC}{AC} = \frac{OC}{AO},$$

$$\therefore \frac{DC}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore DC = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\therefore x_C = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{综上所述, } \frac{3}{5} < x_C \leq \frac{\sqrt{3}}{2}. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$(3) r \text{ 的取值范围 } \frac{\sqrt{3}}{2} \leq r \leq 1. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$