2023 北京通州初三一模

数　学

一、选择题（本题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）每题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

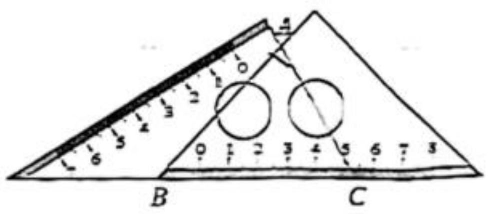
1. 下列图形：（1）线段；（2）角；（3）等边三角形；（4）平行四边形，其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　）

A.（1）　　B.（2）　　C.（3）　　D.（4）

2. 2023 年 1 月国家统计局网站数据显示，2022 年全国居民人均消费支出 24538 元，将 24538 月科学记数法表示（　）

A. 0.24538×10^{6}　　B. 2.4538×10^{5}　　C. 2.4538×10^{4}　　D. 2.4538×10^{3}

3. 如图，一副三角板拼成如图所示图形，则 $\angle BAC$ 的度数为（　）

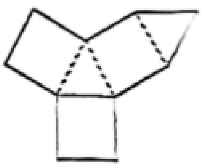


A. 75°　　B. 60°　　C. 105°　　D. 120°

4. 正七边形的外角和是（　）

A. 900°　　B. 700°　　C. 360°　　D. 180°

5. 如图，是某一个几何体的表面展开图，这个几何体是（　）



A. 五棱锥　　B. 四棱锥　　C. 四棱柱　　D. 三棱柱

6. 点 M，N 在数轴上的位置如图所示，点 M，N 表示的有理数为 a，b．如果 $ab<0, a+b>0$，那么下列描述数轴原点的位置说法正确的是（　）

A. 原点 O 在点 M 左侧　　B. 原点 O 在点 N 的右侧

C. 原点 O 在点 M、N 之间，且 $|OM|>|ON|$　　D. 原点 O 在点 M、N 之间，且 $|OM|<|ON|$

7. 如图 1，一个均匀的转盘被平均分成 10 等份，分别标有 1，2，3，4，5，6，7，8，9，10．小凯转动转盘做频率估计概率的实验，当转盘停止转动后，指针指向的数字即为实验转出的数字．图 2，是小凯记录下的实验结果情况，那么小凯记录的实验是（　）

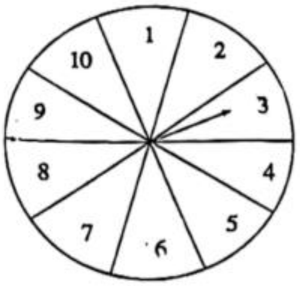


图 1

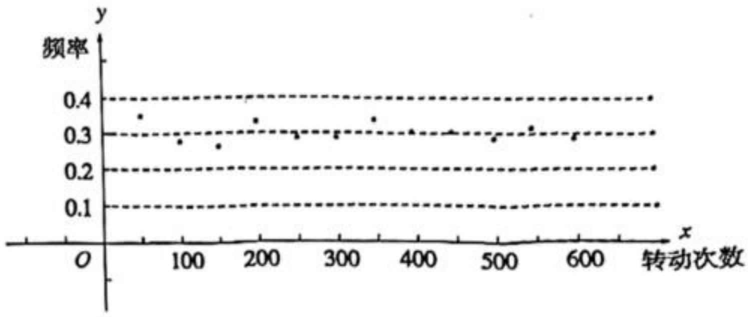
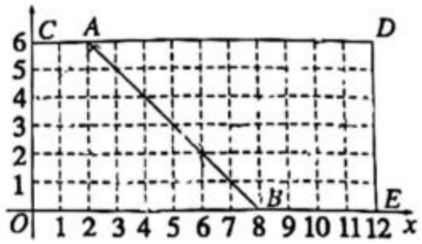


图 2

A. 转动转盘后，出现偶数　　　　B. 转动转盘后，出现能被 3 整除的数

C. 转动转盘后，出现比 6 大的数　　　　D. 转动转盘后，出现能被 5 整除的数

8. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，四边形 $OCDE$ 是一个矩形，小球 P 从点 $A(2,6)$ 出发沿直线向点 B 运动，到达点 B 时被第一次反弹．每当小球 P 沿直线运动碰到矩形的边时反弹，反弹时反射角等于入射角，当小球 P 第 100 次碰到矩形的边时，小球 P 所在位置的坐标为（　）



A. $(4,0)$　　　　B. $(8,6)$　　　　C. $(5,12)$　　　　D. $(12,4)$

二、填空题（本题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）

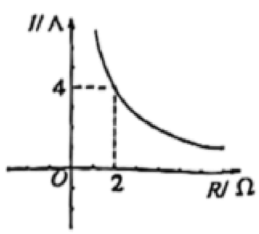
9. 若代数式 $\dfrac{x+1}{x-1}$ 有意义，那么 x 的取值范围是__________.

10. 分解因式：$2x^2-8x+8=$______.

11. 已知 n 为整数，且 $\sqrt{7}<n<\sqrt{10}$，则 n 等于__________.

12. 方程 $\dfrac{1}{x}=\dfrac{2}{3x-3}$ 的解是__________.

13. 由电源、开关、滑动变阻器及若干导线组成的串联电路中，已知电源电压为定值，闭合开关后，改变滑动变阻器的阻值 R（始终保持 $R>0$），发现通过滑动变阻器的电流 I 与滑动变阻器的电阻 R 成反比例函数关系，它的图象如图所示，若使得通过滑动变阻器的电流不超过 $4A$，则滑动变阻器阻值的范围是__________.

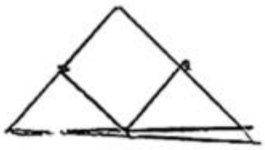


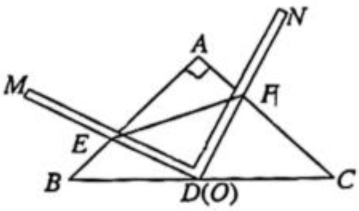
14. 为探究浸种处理对花生种子萌发率的影响，九年级的生物小组同学取 1000 粒花生种子完成实验．同学们将 1000 粒花生种子平均分成五组，获得如下花生种子萌发量数据．如表格．

组别 处理	花生种子萌发量（单位：粒）				
	第 1 组	第 2 组	第 3 组	第 4 组	第 5 组
浸种 24 小时、25℃	186	180	180	176	178

在温度 25℃的条件下，将 5000 粒种子浸种 24 小时，萌发量大致为__________粒．

15. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90^\circ, AB=AC=4$，将一个直角尺 MON 的直角顶点 O 与 BC 边上的中点 D 重合，并绕点 D 旋转，分别交 AB、AC 于点 E、F，如果四边形 $AEDF$ 恰巧是正方形，则 BE 的长度为__________．





16. 某学校带领 150 名学生到农场参加植树劳动，学校同时租用 A，B，C 三种型号客车去农场，其中 A，B，C 三种型号客车载客量分别为 40 人、30 人、10 人，租金分别为 700 元、500 元、200 元．为了节省资金，学校要求每辆车必须满载，并将学生一次性送到农场植树，请你写出一种满足要求的租车方案__________，满足要求的几种租车方案中，最低租车费用是__________元．

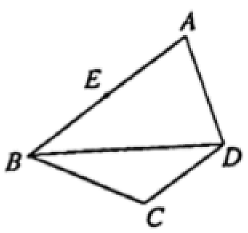
三、解答题（17-23 题每题 5 分，24、25 题每题 6 分，26-28 每题 7 分，共 68 分）

17. 计算：$(\frac{1}{2})^{-1}+(2023-\sqrt{3})^0-\sqrt{12}+6\tan30^\circ$

18. 解不等式组 $\begin{cases}\dfrac{x}{3}\le\dfrac{x+1}{4}\\ 2(x+1)>3x+1\end{cases}$

19. 先化简，再求值：已知 $3x^2+x+1=0$，求 $(x+1)(x-2)-(3+2x)(2x-3)$ 的值．

20. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB\parallel CD, AB=BD=2CD$，$E$ 为 AB 的中点，请你用无刻度的直尺在图中画 $\triangle ABD$ 的边 AD 上的高线，小蕊的画法如下．请你按照小蕊的画法完成画图，并填写证明的依据．



画法：

①连接 ED，

②连接 CE，交 BD 于点 F，

③连接 AF，交 DE 于点 P

④作射线 BP，交 AD 于点 H，

$\therefore$ BH 即为所求 $\triangle ABD$ 的边 AD 上的高线

证明：

$\because$ $AB = 2CD$，E 为 AB 的中点，

$\therefore$ $BE = CD$．

$\because$ $AB \parallel CD$，

$\therefore$四边形 $EBCD$ 是平行四边形．____________________．

$\therefore$点 F 是 BD 中点．____________________．

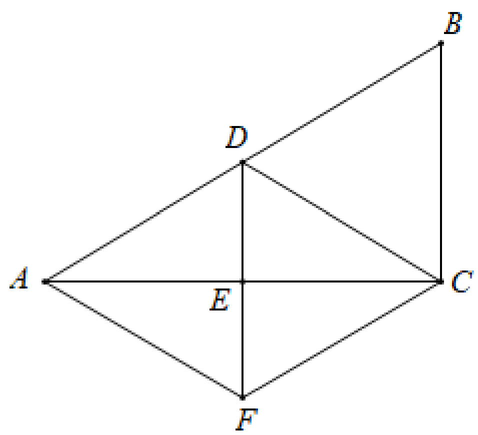
$\therefore$ AF、DE 是 $\triangle ABD$ 的中线

$\therefore$ BH 是 $\triangle ABD$ 的中线

$\because$ $AB = BD$

$\therefore$ BH 是 AD 边上的高线．____________________．

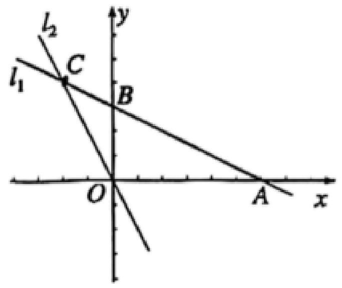
21. 已知在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB = 90°$，点 D，E 分别是边 AB, AC 中点，连接 CD, DE，延长 DE 到点 F，使得 $EF = DE$，连接 AF, CF．



（1）求证：四边形 $AFCD$ 是菱形

（2）如果 $\sin\angle CAF = \dfrac{3}{5}$，且 $AC = 8$，求 AB 的长．

22. 如图，平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = -\dfrac{1}{2}x + 3$ 的图象 l_1 分别与 x，y 轴交于 A，B 两点，正比例函数 $y = kx$ 的图象 l_2 与 l_1 交于点 $C(m, 4)$．

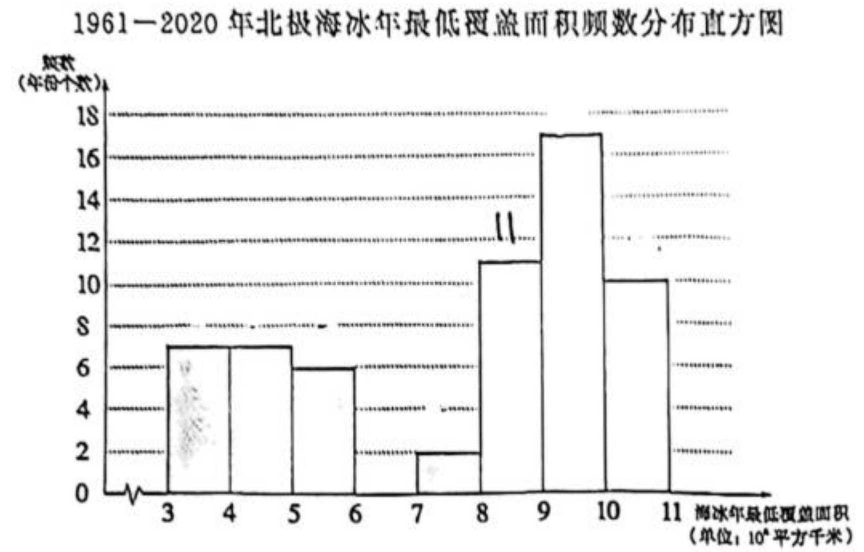


（1）求 m 的值及 l_2 的表达式；

（2）一次函数 $y=nx+1$ 的图象为 l_3，且 l_1,l_2,l_3 三条直线不能围成三角形，直接写出所有满足条件的 n 的值．

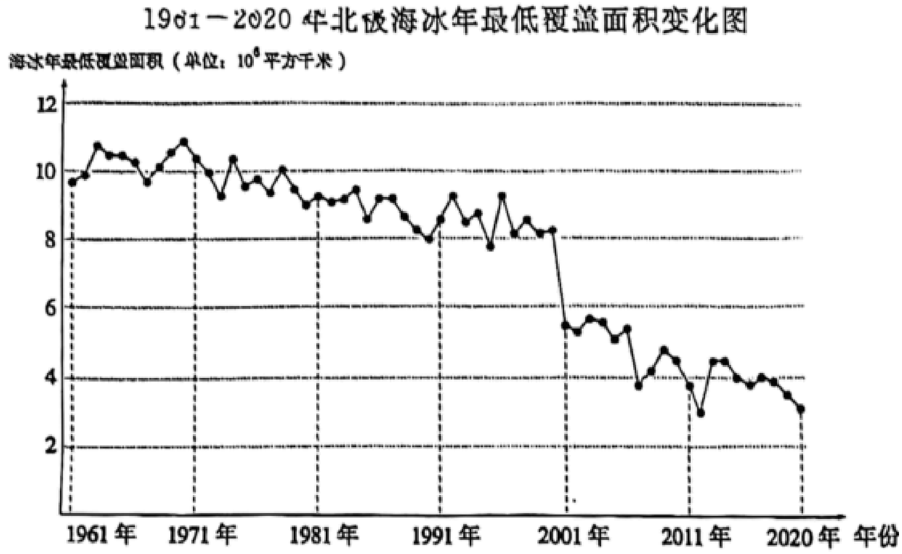
23. 北极海冰是地球系统的重要组成部分，其变化可作为全球气候变化的重要指示器，为了应对全球气候问题，科学家运用卫星遥感技术对北极海冰覆盖面积的变化情况进行监测，根据对多年的数据进行整理、描述和分析，形成了如下信息：

a.1961-2020 年间北极海冰年最低覆盖面积变化的频数分布直方图如下所示：（数据分成 8 组：$3\le x<1,4\le x<5,5\le x<6,6\le x<7,7\le x<8,8\le x<9,9\le x<10,10\le x<11$）



b．1961-2020 年间北极海冰年最低覆盖面积的数据在 $8\le x<9$ 这一组的是：

8.0，8.2，8.2，8.3，8.3，8.5，8.6，8.6，8.6，8.7，8.8



（1）写出1961-2020年间北极海冰年最低覆盖面积的中位数是__________（10^6平方千米）；

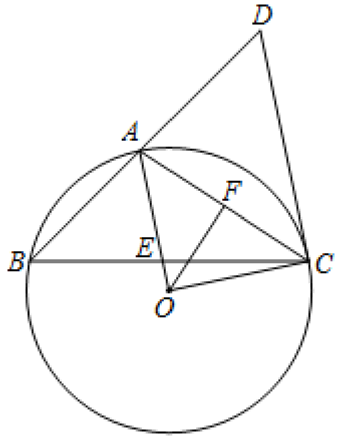
（2）北极海冰最低覆盖面积出现了大面积的缩减是__________年．

（3）请参考反映1961—2020年间北极海冰年最低覆盖面积变化的折线图，解决以下问题：

①记北极地区1961-1990年北极海冰年最低覆盖面积的方差为s_1^2，1991-2020年北极海冰年最低覆盖面积的方差为s_2^2．请直接判断s_1^2__________s_2^2的大小关系（填写“>”“<”或“=”）；

②根据2000年以后北极海冰年最低覆盖面积的相关数据，推断全球气候发生了怎样的变化？在你的生活中应采取哪些措施应对这一变化？

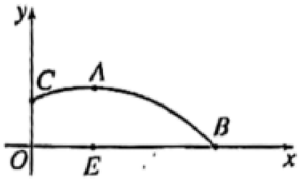
24. 如图，$\triangle ABC$是圆内接三角形，过圆心O作$OF\perp AC$，连接OA,OC，过点C作$CD\parallel AO$，交BA的延长线于点D，$\angle COF=45°$．



（1）求证：DC是$\odot O$的切线；

（2）如果$BC\cdot CE=8$，求$\odot O$半径的长度．

25. 如图，OC是学校灌溉草坪用到的喷水设备，喷水口C离地面垂直高度为1.5米，喷出的水流都可以抽象为平面直角坐标系中的一条抛物线．



（1）灌溉设备喷出水流的最远射程可以到达草坪的最外侧边沿点 B，此时，喷水口 C 喷出的水流垂直高度与水平距离的几组数据如下表，

水平距离 x/米	0	0.5	1	2	3	4
竖直高度 y/米	1.5	1.71875	1.875	2	1.875	1.5

结合数据，求此抛物线的表达式，并求出水流最大射程 OB 的长度.

（2）为了全面灌溉，喷水口 C 可以喷出不同射程的水流，喷水口 C 喷出的另外一条水流形成的抛物线满足表达式 $y=a\left(x-\dfrac{2}{3}\right)^2+h$，此水流最大射程 $OE=2$ 米，求此水流距离地面的最大高度.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $(-1,n),(2,p)$ 在二次函数 $y=-x^2+bx+2$ 的图象上.

（1）当 $n=p$ 时，求 b 的值；

（2）当 $(2-n)(n-p)>0$，求 b 的取值范围.

27. 直线 MO 是线段 AB 的垂直平分线，垂足为点 O，点 C 是直线 OM 上一点，连接 AC . 以 AC 为斜边作等腰直角 $\triangle ACD$，连接 OD .

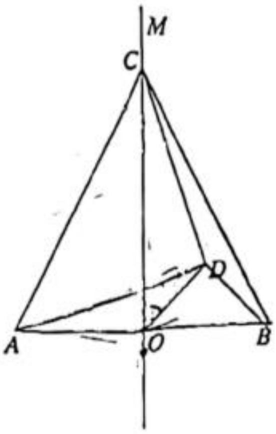


图 1

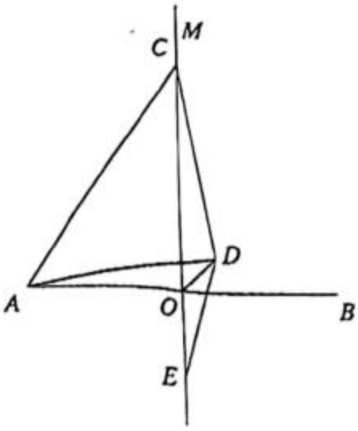


图 2

（1）如图 1，若 $CO=AB$，求 $\angle AOD$ 的度数；

（2）如图 2 所示，点 E 是直线 MO 上一点，且 $CE=AB$，连接 DE，延长 DO 至点 F，使得 $OF=OD$，连接 AF . 根据题意补全图 2，写出线段 DE,AF 之间的关系，并证明.

28. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=90°, AB=AC$，给出如下定义：作直线 l 分别交 AB,AC 边于点 M，N，点 A 关于直线 l 的对称点为 A'，则称 A' 为等腰直角 $\triangle ABC$ 关于直线 l 的“直角对称点”．（点 M 可与点 B 重合，

点 N 可与点 C 重合）

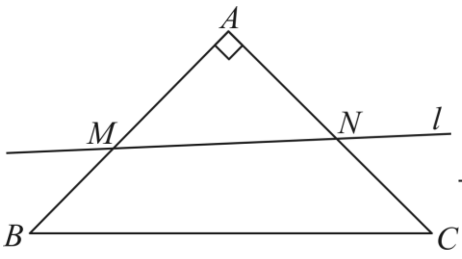


图1

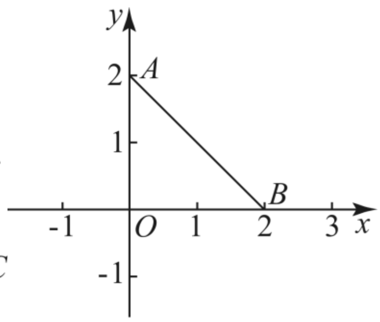


图2

（1）在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(0,2), B(2,0)$，直线 $l: y=kx+1$，O' 为等腰直角 $\triangle AOB$ 关于直线 l 的“直角对称点”．

①当 $k=-1$ 时，写出点 O' 的坐标__________；

②连接 BO'，求 BO' 长度的取值范围；

（2）$\odot O$ 的半径为10，点 M 是 $\odot O$ 上一点，以点 M 为直角顶点作等腰直角 $\triangle MPQ$，其中 $MP=2$，直线 l 与 MP、MQ 分别交于 E、F 两点，同时 M' 为等腰直角 $\triangle MPQ$ 关于直线 l 的“直角对称点”，连接 OM'．当点 M 在 $\odot O$ 上运动时，直接写出 OM' 长度的最大值与最小值．

参考答案

一、选择题（本题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）每题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1.【答案】A

【解析】

【分析】根据轴对称图形的定义：一个平面图形，沿某条直线对折，直线两旁的部分，能够完全重合，中心对称图形的定义：一个平面图形，绕一点旋转180°，与自身完全重合，逐一进行判断即可．

【详解】解：线段既是轴对称图形又是中心对称图形；角是轴对称图形不是中心对称图形；等边三角形是轴对称图形不是中心对称图形；平行四边形不是轴对称图形是中心对称图形；故既是轴对称图形又是中心对称图形的是（1）；

故选 A．

【点睛】本题考查轴对称图形和中心对称图形的识别．熟练掌握轴对称图形和中心对称图形的定义，是解题的关键．

2.【答案】C

【解析】

【分析】科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\le|a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值≥10时，n是正整数；当原数的绝对值<1时，n是负整数．

【详解】解：$24538=2.4538\times10^4$．

故选：C．

【点睛】此题考查了科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\le|a|<10$，n为整数，表示时关键要正确确定a的值以及n的值．

3.【答案】A

【解析】

【分析】根据一幅三角板各个角的度数，结合三角形的内角和定理，即可求出答案．

【详解】解：由题意，得：$\angle ABC=45^\circ,\angle BCA=60^\circ$，

$\therefore\angle BAC=180^\circ-\angle ABC-\angle BCA=75^\circ$；

故选 A．

【点睛】本题考查了角的和差运算．熟记一幅三角板中各个角的度数是解题的关键．

4.【答案】C

【解析】

【分析】由多边形外角和为360°可得答案．

【详解】解：$\because$多边形的外角和为：360°，

∴正七边形的外角和是$360°$，

故选 C.

【点睛】本题考查的是正多边形的外角和问题，熟记多边形的外角和为$360°$是解本题的关键.

5.【答案】D

【解析】

【分析】侧面为三个长方形，底边为三角形，故原几何体为三棱柱.

【详解】解：观察图形可知，这个几何体是三棱柱.

故选：D.

【点睛】本题考查的是三棱柱的展开图，从实物出发，结合具体的问题，辨析几何体的展开图，通过结合立体图形与平面图形的转化，建立空间观念，是解决此类问题的关键.

6.【答案】D

【解析】

【分析】由$ab<0$可知，原点在M,N之间，根据$a+b>0$，$\left|ON\right|>\left|OM\right|$，进行判断即可.

【详解】解：∵点M，N表示的有理数为a，b，$ab<0$，

∴a,b异号，

∴原点O在点M、N之间，

∵$a+b>0$，

∴$\left|ON\right|>\left|OM\right|$，

故选 D.

【点睛】本题考查用数轴上的点表示有理数．熟练掌握两个有理数的乘积小于 0，两数异号，以及绝对值的意义，是解题的关键.

7.【答案】B

【解析】

【分析】根据图 2 可知，试验的概率为0.3，逐一进行判断即可.

【详解】解：由图 2 可知，当转动次数为 600 次时，频率为0.3，故该事件的概率约为0.3.

A、转动转盘后，出现偶数的概率为0.5，不符合题意；

B、转动转盘后，出现能被 3 整除的数，转盘中共有 10 个数字，其中能被3整除的数字为$3,6,9$，共 3 个，概率为0.3，符合题意；

C、转动转盘后，出现比 6 大的数，转盘中共有 10 个数字，其中比 6 大的数字为$7,8,9,10$共 4 个，概率为0.4，不符合题意；

D、转动转盘后，出现能被 5 整除的数，转盘中共有 10 个数字，其中能被5整除的数字为$5,10$，共 2 个，概率为0.2，不符合题意；

故选 B.

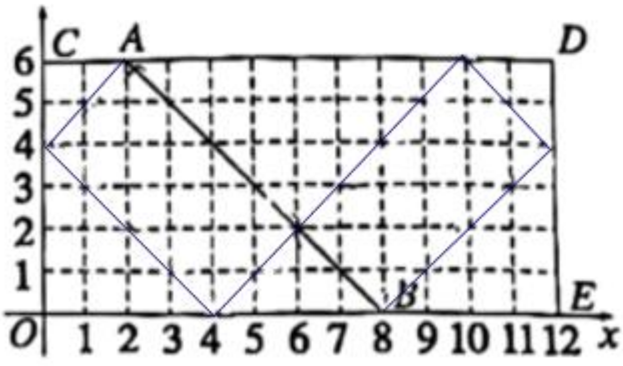
【点睛】本题考查利用频率估计概率．熟练掌握利用频率估计概率的方法，是解题的关键.

8.【答案】A

【解析】

【分析】根据反射角与入射角的定义作出图形，可知每6次反弹为一个循环组依次循环，用100除以6，根据商的情况确定所对应的点的坐标即可.

【详解】解：如图，



$\because 100 \div 6 = 16 \ldots 4$，

$\therefore$当小球P第100次碰到矩形的边时，小球P所在位置的坐标为$(4,0)$.

故选：A.

【点睛】此题考查了坐标的变化规律，找到小球位置变化规律是解题的关键.

二、填空题（本题共8个小题，每小题2分，共16分）

9.【答案】$x \neq 1$

【解析】

【分析】要使分式有意义，分式的分母不能为0．依此可得$x-1 \neq 0$，求解即可.

【详解】分式有意义，则$x-1 \neq 0$，所以$x \neq 1$.

故答案为：$x \neq 1$.

【点睛】本题考查了分式有意义的条件，解此类问题，只要令分式中分母不等于0，求得x的值即可.

10.【答案】$2(x-2)^2$

【解析】

【分析】先提取公因式2，再利用完全平方公式分解因式即可.

【详解】解：原式$=2(x^2-4x+4)$

$=2(x-2)^2$.

故答案为：$2(x-2)^2$.

【点睛】本题考查了综合提公因式法和公式法分解因式，熟练掌握因式分解的方法是解题的关键.

11.【答案】3

【解析】

【分析】根据$\sqrt{7}<\sqrt{9}<\sqrt{10}$，即可直接求出整数$n$.

【详解】∵n为整数，且$\sqrt{7}<n<\sqrt{10}$，而$\sqrt{7}<\sqrt{9}<\sqrt{10}$

∴$n=\sqrt{9}=3$

故答案为：3

【点睛】此题考查二次根式的取值范围，解题关键是找出二次根式临近的整数来判断二次根式的取值范围.

12.【答案】$x=3$

【解析】

【分析】先去分母变为整式方程，然后解整式方程，得出x的值，最后检验即可.

【详解】解：$\frac{1}{x}=\frac{2}{3x-3}$，

去分母得：$3x-3=2x$，

解整式方程得：$x=3$，

经检验$x=3$是原方程的解，

所以方程的解为$x=3$，

故答案为：$x=3$.

【点睛】本题主要考查了解分式方程，解题的关键是熟练掌握解分式方程的一般步骤准确计算，注意解分式方程要进行检验.

13.【答案】$R\geq 2$

【解析】

【分析】根据反比例函数的性质，进行求解即可.

【详解】解：由图象可知，I随着R的增大而减小，当$R=2$时，$I=4$，

∴若使得通过滑动变阻器的电流不超过$4A$，则滑动变阻器阻值的范围是$R\geq 2$；

故答案为：$R\geq 2$.

【点睛】本题考查反比例函数的实际应用．熟练掌握反比例函数的性质，是解题的关键.

14.【答案】4500

【解析】

【分析】分别求出5个小组的萌发率，求出平均萌发率，再进行计算即可.

【详解】解：第1组的花生种子的萌发率为：$\frac{186}{200}\times 100\%=93\%$，

第2组的花生种子的萌发率为：$\frac{180}{200}\times 100\%=90\%$，

第3组的花生种子的萌发率为：$\frac{180}{200}\times 100\%=90\%$，

第 4 组的花生种子的萌发率为：$\frac{176}{200}\times100\%=88\%$，

第 5 组的花生种子的萌发率为：$\frac{178}{200}\times100\%=89\%$，

∴花生种子的萌芽率的平均值为：$\frac{1}{5}\left(93\%+90\%+90\%+88\%+89\%\right)=90\%$，

∴在温度 25℃的条件下，将 5000 粒种子浸种 24 小时，萌发量大致为$5000\times90\%=4500$；

故答案为：4500；

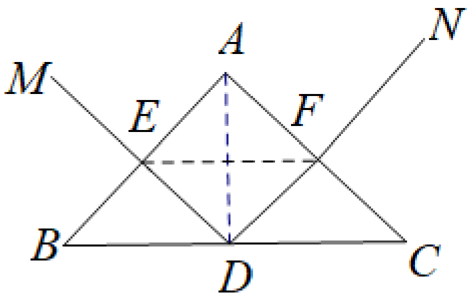
【点睛】本题考查利用样本估计总体．正确的求出萌芽率，是解题的关键．

15.【答案】2

【解析】

【分析】由四边形 $AEDF$ 是正方形得到 $AE=AF=DE=DF,AD=EF$，由 $\angle BAC=90°,AB=AC=4$，得到 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，求出 $CB=4\sqrt{2}$，由直角三角形的性质得到 $AD=EF=\frac{1}{2}BC=2\sqrt{2}$，在 $\mathrm{Rt}\triangle AEF$ 中，求出 $AE=2$，即可得到答案．

【详解】解：如图，四边形 $AEDF$ 是正方形，



∴ $AE=AF=DE=DF,AD=EF$，

∵ $\angle BAC=90°,AB=AC=4$，

∴ $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，$CB=\sqrt{AB^2+AC^2}=4\sqrt{2}$，

∵D 是 BC 边上的中点，

∴ $AD=EF=\frac{1}{2}BC=2\sqrt{2}$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle AEF$ 中，$AE^2+AF^2=2AE^2=EF^2=8$，

∴ $AE=2$，

∴ $BE=AB-AE=2$，

故答案为：2

【点睛】此题考查了正方形的性质、勾股定理、直角三角形的性质等知识，熟练掌握相关性质是解题的关键．

16.【答案】 ①. 租用 A 型号客车 1 辆，B 型号客车 3 辆，C 型号客车 2 辆（答案不唯一） ②. 2600

【解析】

【分析】设租用 A，B，C 三种型号客车分别为 x, y, z 辆，根据题意列出方程进行求解即可．

【详解】解：设租用 A，B，C 三种型号客车分别为 x, y, z 辆，由题意，得：

$40x+30y+10z=150$，

$\because x, y, z$ 均为正整数，

$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=8 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=5 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \\ z=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=4 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \\ z=1 \end{cases}$，

$\therefore$ 可以租用 A 型号客车 1 辆，B 型号客车 3 辆，C 型号客车 2 辆（答案不唯一）；

当租用 A 型号客车 1 辆，B 型号客车 1 辆，C 型号客车 8 辆时，花费的费用为：

$700+500+8\times 200=2800$ 元；

当租用 A 型号客车 1 辆，B 型号客车 2 辆，C 型号客车 5 辆时，花费的费用为：

$700+2\times 500+5\times 200=2700$ 元；

当租用 A 型号客车 1 辆，B 型号客车 3 辆，C 型号客车 2 辆时，花费的费用为：

$700+3\times 500+2\times 200=2600$ 元；

当租用 A 型号客车 2 辆，B 型号客车 1 辆，C 型号客车 4 辆时，花费的费用为：

$2\times 700+500+4\times 200=2700$ 元；

当租用 A 型号客车 2 辆，B 型号客车 2 辆，C 型号客车 1 辆时，花费的费用为：

$700\times 2+2\times 500+200=2600$ 元；

故最低租车费用为：2600 元；

故答案为：租用 A 型号客车 1 辆，B 型号客车 3 辆，C 型号客车 2 辆（答案不唯一）；2600．

【点睛】本题考查三元一次方程的实际应用．找准等量关系，正确的列出方程，是解题的关键．

三、解答题（17-23 题每题 5 分，24、25 题每题 6 分，26-28 每题 7 分，共 68 分）

17.【答案】3

【解析】

【分析】$(\frac{1}{2})^{-1}=2^{1}$，$(2023-\sqrt{3})^{0}=1$，$\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$，然后混合运算求解即可．

【详解】$(\frac{1}{2})^{-1}+(2023-\sqrt{3})^{0}-\sqrt{12}+6\tan 30^\circ$

$=2+1-2\sqrt{3}+6\times\frac{\sqrt{3}}{3}$

$=3$．

【点睛】此题考查特殊角三角函数值的混合运算，解题关键是 $\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$．

18.【答案】$x<1$

【解析】

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小找不到确定不等式组的解集．

【详解】解：$\begin{cases}\frac{x}{3}\le\frac{x+1}{4}① \\ 2\left(x+1\right)>3x+1②\end{cases}$

解不等式①得：$x\le 3$

解不等式②得：$x<1$

∴不等式组的解集为：$x<1$

【点睛】本题考查了解一元一次不等式组，正确掌握一元一次不等式解集确定方法是解题的关键．

19.【答案】8

【解析】

【分析】先利用完全平方公式与平方差公式以及单项式乘以多项式进行乘法运算，再合并同类项得到化简的结果，再由$3x^2+x+1=0$可得$3x^2+x=-1$，整体代入求值即可．

【详解】解：$\left(x+1\right)\left(x-2\right)-\left(3+2x\right)\left(2x-3\right)$

$=x^2-x-2-\left(4x^2-9\right)$

$=x^2-x-2-4x^2+9$

$=-3x^2-x+7$

$=-\left(3x^2+x\right)+7$

∵$3x^2+x+1=0$

∴$3x^2+x=-1$

∴$-\left(3x^2+x\right)+7=-\left(-1\right)+7=8$

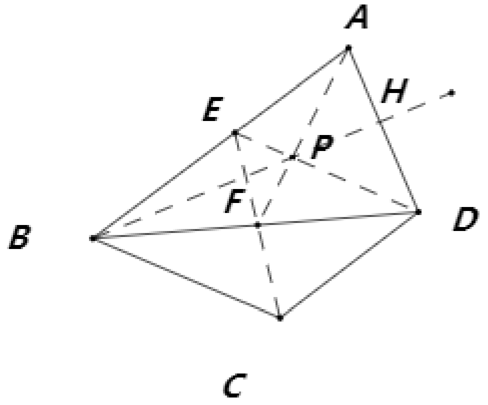
【点睛】本题考查的是整式的乘法运算中的化简求值，熟练的利用乘法公式进行化简，再整体代入求值是解本题的关键．

20.【答案】见解析

【解析】

【分析】先根据题意画图，然后根据已知条件填写依据即可．

【详解】



$\because AB=2CD$，E 为 AB 的中点，

$\therefore BE=CD$.

$\because AB\parallel CD$,

$\therefore$四边形 $EBCD$ 是平行四边形.（一组对边平行且相等的四边形是平行四边形），

$\therefore$点 F 是 BD 中点.（平行四边形对角线互相平分），

$\therefore AF$、DE 是$\triangle ABD$ 的中线，

$\therefore BH$ 是$\triangle ABD$ 的中线，

$\because AB=BD$,

$\therefore BH$ 是 AD 边上的高线.（等腰三角形底边上的中线也是底边上的高）.

【点睛】此题考查平行四边形的性质与判断和等腰三角形的性质，解题关键是根据已知条件灵活使用平行四边形的性质和判定.

21.【答案】(1）见解析　（2） AB 的长为 10

【解析】

【分析】(1）先根据对角线互相平分证明四边形 $AFCD$ 是平行四边形，再根据三角线中位线的性质证明 $\angle AED=\angle ACB=90^\circ$，进而得出 $AC\perp DF$，即可证明四边形 $AFCD$ 是菱形；

（2）根据菱形的性质可得 $\sin\angle CAB=\sin\angle CAF=\dfrac{3}{5}$，再利用三角函数、勾股定理解 $\mathrm{Rt}\triangle ACB$ 即可.

【小问 1 详解】

证明：$\because$点 E 是边 AC 中点，

$\therefore AE=CE$,

又$\because EF=DE$,

$\therefore$四边形 $AFCD$ 是平行四边形

$\because$在 $\triangle ABC$ 中，点 D，E 分别是边 AB,AC 中点，

$\therefore DE\parallel BC$， $DE=\dfrac{1}{2}BC$,

$\therefore \angle AED=\angle ACB=90^\circ$,

$\therefore AC \perp DF$，.

$\therefore$四边形 $AFCD$ 是菱形；

【小问 2 详解】

解：由（1）知，四边形 $AFCD$ 是菱形，

$\therefore \angle CAF = \angle CAB$，

$\therefore \sin\angle CAB = \sin\angle CAF = \dfrac{3}{5}$，

$\therefore \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{3}{5}$，

$\therefore BC = \dfrac{3}{5}AB$，

$\because$在 $\mathrm{Rt}\triangle ACB$ 中，$BC^2 + AC^2 = AB^2$，

$\therefore \left(\dfrac{3}{5}AB\right)^2 + 8^2 = AB^2$，

解得 $AB = 10$ 或 $AB = -10$（舍），

$\therefore AB$ 的长为 10.

【点睛】本题考查三角形中位线的性质，菱形的判定和性质，利用三角函数、勾股定理解直角三角形等，解题的关键是掌握菱形的判定方法及性质，牢记三角函数的定义.

22.【答案】（1）$m = -2$，$y = -2x$

（2）$n = -\dfrac{1}{2}$ 或 $n = -\dfrac{3}{2}$ 或 $n = -2$

【解析】

【分析】（1）将点 C 代入 $y = -\dfrac{1}{2}x + 3$，求出 m 的值，再利用待定系数法求出 l_2 的表达式即可；

（2）分 l_3 过点 C，$l_3 \parallel l_1$，$l_3 \parallel l_2$，三种情况求出 n 的值即可.

【小问 1 详解】

解：$\because l_2$ 与 l_1 交于点 $C(m,4)$，

$\therefore 4 = -\dfrac{1}{2}m + 3$，

$\therefore m = -2$，

$\therefore C(-2,4)$，

$\therefore 4 = -2k$，

$\therefore k = -2$，

$\therefore l_2$ 的表达式为：$y = -2x$；

【小问 2 详解】

解：$\because l_1,l_2,l_3$三条直线不能围成三角形，

①当l_3过点C时，三条直线交于一点，满足题意，

此时：$4=-2n+1$，解得：$n=-\frac{3}{2}$；

②当$l_3 \parallel l_1$时，满足题意，此时$n=-\frac{1}{2}$；

③当$l_3 \parallel l_2$时，满足题意，此时$n=-2$；

综上：$n=-\frac{1}{2}$或$n=-\frac{3}{2}$或$n=-2$.

【点睛】本题考查一次函数的综合应用．正确的求出函数解析式，利用数形结合和分类讨论的思想进行求解，是解题的关键．

23.【答案】（1）8.6

（2）2001

（3）①<；②见解析

【解析】

【分析】（1）根据中位数的定义即可求解；

（2）根据折线统计图，找到北极海冰最低覆盖面积变化较大的年份即可求解；

（3）①根据折线统计图，比较波动范围，即可判断方差的大小；

②根据题意结合生活，写出理由以及应对方法即可求解．

【小问1详解】

解：$\because 7+7+6+2=22$，

8.0，8.2，8.2，8.3，8.3，8.5，8.6，8.6，8.6，8.7，8.8

共60个数据，中位数为第30个，第31个数据的平均数，即$\frac{8.6+8.6}{2}=8.6$

故答案为：8.6．

【小问2详解】

解：根据折线统计题意可知北极海冰最低覆盖面积出现了大面积的缩减是2001年，

故答案为：2001．

【小问3详解】

①根据折线统计图可知$1961-1990$年北极海冰年最低覆盖面积的波动范围在$8\sim11$（10^6平方千米），

$1991-2020$年北极海冰年最低覆盖面积的波大范围在$3\sim9$，

$\therefore s_1^2<s_2^2$，

故答案为：<．

②根据折线统计图可知，2000年以后北极海冰年最低覆盖面积整体趋势是逐渐变小，可知全球气候变暖，导致北极海冰融化，

在生活中注意节能减排，绿色出行，保护环境（答案不唯一，合理即可）

【点睛】本题考查了求中位数，折线统计图，方差的意义，从统计图表获取信息是解题的关键．

24.【答案】（1）证明见解析

（2）$\odot O$ 半径的长度为 2

【解析】

【分析】（1）根据 $\angle COF=45^\circ$，$OA=OC$ 可得出 $\angle AOC=90^\circ$，根据平行线的性质可得 $\angle OCD=90^\circ$，即可得出 DC 是 $\odot O$ 的切线；

（2）根据圆周角定理可得 $\angle ABC=\frac{1}{2}\angle AOC=45^\circ$，得出 $\angle ABC=\angle OAC=45^\circ$，即可证明 $\triangle ABC\sim\triangle EAC$，根据相似三角形的性质，结合 $BC\cdot CE=8$ 可求出 AC 的长，根据勾股定理即可得答案．

【小问 1 详解】

解：$\because \angle COF=45^\circ$，$OA=OC$，$OF\perp AC$，

$\therefore \angle AOC=2\angle COF=90^\circ$，$\angle OAC=\frac{1}{2}\left(180^\circ-90^\circ\right)=45^\circ$，

$\because CD\parallel AO$，

$\therefore \angle OCD=180^\circ-\angle AOC=90^\circ$，

即 $CD\perp OC$，

$\because OC$ 是 $\odot O$ 的半径，

$\therefore DC$ 是 $\odot O$ 的切线．

【小问 2 详解】

由（1）可知 $\angle AOC=90^\circ$，$\angle OAC=45^\circ$，

$\therefore \angle ABC=\frac{1}{2}\angle AOC=45^\circ$，

$\therefore \angle ABC=\angle OAC=45^\circ$，

$\because \angle BCA=\angle ACE$，

$\therefore \triangle ABC\sim\triangle EAC$，

$\therefore \frac{BC}{AC}=\frac{AC}{CE}$，即 $AC^2=BC\cdot CE$，

$\because BC\cdot CE=8$，

$\therefore AC^2=8$，

$\therefore$ 由勾股定理得 $2OC^2=AC^2=8$，

解得：$OC=2$（负值舍去），

$\therefore \odot O$ 半径的长度为 2．

【点睛】本题考查平行线的性质、切线的判定、相似三角形的判定与性质及勾股定理，经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线；有两个角对应相等的两个三角形相似；熟练掌握相关性质及判定定

理是解题关键.

25.【答案】(1) $y=-\frac{1}{8}(x-2)^2+2$，水流最大射程OB的长度为6米

(2) 水流距离地面的最大高度为 2 米

【解析】

【分析】(1) 设出抛物线的解析式，待定系数法求出解析式，令 $y=0$，求出水流最大射程即可.

(2) 根据题意，抛物线过点$(0,1.5),(2,0)$，待定系数法求出解析式，即可得出结果.

【小问 1 详解】

解：由表格可知，抛物线过点$(0,1.5),(4,1.5)$，

根据抛物线的对称性可知，抛物线的对称轴为直线$x=\frac{0+4}{2}=2$，

结合表格可得：抛物线的顶点坐标为：$(2,2)$，

设抛物线的解析式为：$y=a(x-2)^2+2$，把$(0,1.5)$代入，得：

$1.5=4a+2$，解得：$a=-\frac{1}{8}$，

$\therefore y=-\frac{1}{8}(x-2)^2+2$；

当$y=0$时，$-\frac{1}{8}(x-2)^2+2=0$，

解得：$x=6$或$x=-2$（舍掉）;

$\therefore$水流最大射程OB的长度为6米；

【小问 2 详解】

解：由题意，得：抛物线过点$(0,1.5),(2,0)$，

$\therefore \begin{cases}1.5=\frac{4}{9}a+h\\0=\frac{16}{9}a+h\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=-\frac{9}{8}\\h=2\end{cases}$，

$\therefore y=-\frac{9}{8}\left(x-\frac{2}{3}\right)^2+2$，

$\therefore$抛物线的顶点坐标为：$\left(\frac{2}{3},2\right)$，

$\therefore$水流距离地面的最大高度为 2 米.

【点睛】本题考查二次函数的实际应用．正确的求出函数解析式，利用二次函数的性质进行求解，是解题的关键.

26.【答案】(1) $b=1$

（2）$-1<b<1$

（1）把 $\left(-1,n\right),\left(2,p\right)$ 代入 $y=-x^2+bx+2$

$$\begin{cases}n=1-b\\p=2b-2\end{cases}$$

$\because n=p$

$\therefore 1-b=2b-2$

$\therefore b=1$；

【小问 2 详解】

解：$\because y=-x^2+bx+2$，$a=-1<0$，对称轴为直线 $x=\frac{b}{2}$，

$\therefore$ 当 $x<\frac{b}{2}$ 时，y 随 x 的增大而增大，当 $x>\frac{b}{2}$ 时，y 随 x 的增大而减小，抛物线上的点离对称轴越远，函数值越小；

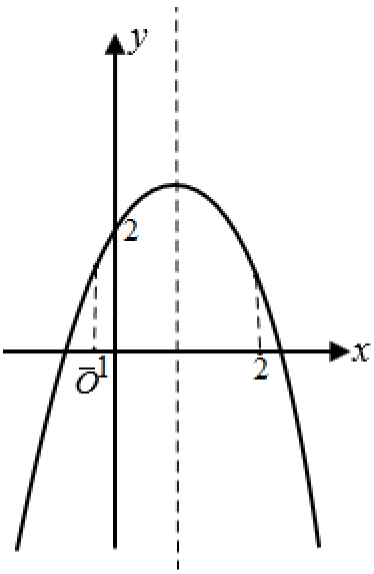
$\because x=0$ 时，$y=2$，

$\therefore$ 抛物线过点 $\left(0,2\right)$，

当 $n=2$ 时，$\frac{b}{2}=-\frac{1}{2}$，即 $b=-1$；

$\because \left(2-n\right)\left(n-p\right)>0$，

①当 $2>n$ 时，$n>p$，如图：



$\because -1<2$，$n>p$，

$$\therefore \begin{cases}\frac{b}{2}+1<2-\frac{b}{2}\\ \frac{b}{2}>-\frac{1}{2}\end{cases},$$

解得：$-1<b<1$；

②当$2<n$时，此时对称轴在y轴的左侧，点$\left(-1,n\right)$离抛物线的对称轴近，

$\therefore n>p$，$\left(2-n\right)\left(n-p\right)<0$不满足题意；

综上：$-1<b<1$.

【点睛】本题考查二次函数的图像和性质．熟练掌握抛物线的对称性，以及二次函数的性质，是解题的关键．

27.【答案】(1) $135°$

(2) 见解析；$DE\perp AF$，$DE=AF$

【解析】

【分析】(1) 先证明全等三角形，得到等角，然后直接计算角度即可；

(2) 先按要求画图，然后证明两组全等三角形，即可得到边相等且平行的关系．

【小问1详解】

$\because$直线MO是线段AB的垂直平分线，垂足为点O，

$\therefore MO\perp AB$，

$\because \triangle ACD$是等腰直角三角形，

$\therefore \angle ADC=90°$，$CD=AD$，

$\because \angle OCD+\angle ADC=\angle DAB+\angle MOA$，

$\therefore \angle OCD=\angle DAB$，

$\because$在$\triangle CDO$和$\triangle ADB$中，

$$\begin{cases}CD=AD\\ \angle OCD=\angle DAB\\ CO=AB\end{cases}$$

$\therefore \triangle CDO\cong\triangle ADB(\text{SAS})$，

$\therefore OD=BD,\angle DBO=\angle DOC$，

$\therefore \angle DOB=\angle DBO$，

$\therefore \angle DOB=\angle DOC$，

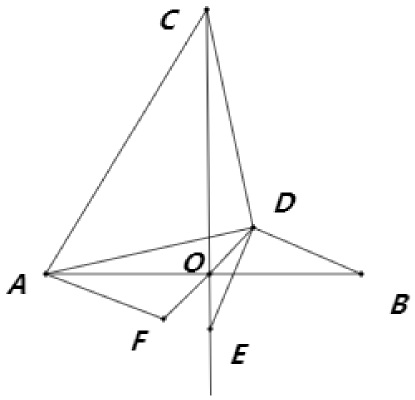
$\because MO\perp AB$，

$\therefore \angle DOB=\angle DOC=45°$，

$\therefore \angle AOD=135°$；

【小问2详解】

如图，连接BD，



与（1）同理可得：$\triangle CDE \cong \triangle ADB(\mathrm{SAS})$，

$\therefore DE = DB$，$\angle EDC = \angle BDA$，

$\therefore \angle CDA = \angle BDE = 90^\circ$，

$\therefore DE \perp DB$，

$\because$在$\triangle ODB$和$\triangle OFA$中，

$$\begin{cases} OD = OF \\ \angle DOB = \angle AOF \\ OB = OA \end{cases}$$

$\therefore \triangle ODB \cong \triangle OFA(\mathrm{SAS})$，

$\therefore AF = DB$，$\angle B = \angle BAF$，

$\therefore DB \parallel AF$，$DE = AF$，

$\therefore DE \perp AF$．

【点睛】此题考查全等三角形的判定与性质、三角形的外角性质、等腰直角三角形的性质，解题关键是通过已知条件判定全等三角形，得到边和角的关系．

28.【答案】(1) ①$O'(1,1)$；②$\sqrt{5}-1 \le BO' \le 2$

(2) OM′的最大值为 10+ $2\sqrt{2}$，OM′的最小值为 10- $2\sqrt{2}$．

【解析】

【分析】(1) ①根据题意得出直线l与x, y轴分别交于点$D(1,0)$，$C(0,1)$，进而得出四边形$ODO'C$是正方形，即可求得O'的坐标；

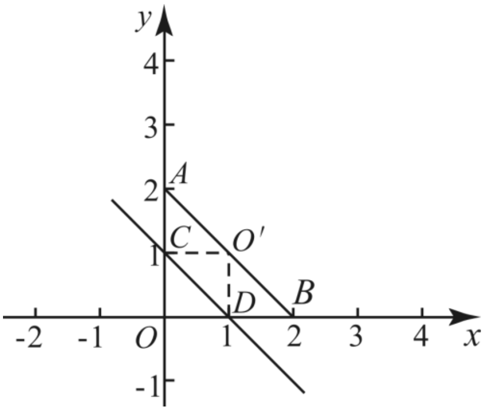
② $y = kx + 1$过定点$(0,1)$，根据O'为等腰直角$\triangle AOB$关于直线l的“直角对称点”，得出O'在$C(0,1)$为圆心，1为半径的圆上运动，根据圆外一点到圆上的距离求得范围即可求解；

(2) 根据（1）②可得点M'在以C为圆心CM'长为半径的圆上运动，当CM取得最大值时，CM'最大，画出图形，根据图形即可求解．

【小问 1 详解】

解：①当$k = -1$时，$y = -x + 1$

当 $x=0$ 时，$y=1$，当 $y=0$ 时，$x=1$，则直线 l 与 x,y 轴分别交于点 $D\left(1,0\right)$，$C\left(0,1\right)$，如图所示，



$\therefore OC=OD=1$，则 $\triangle COD$ 是等腰直角三角形，

$\because O'$ 为等腰直角 $\triangle AOB$ 关于直线 l 的“直角对称点”．

$\therefore O'C=OC=1, O'D=OD=1$，

即 $OC=OD=O'C=O'D$，

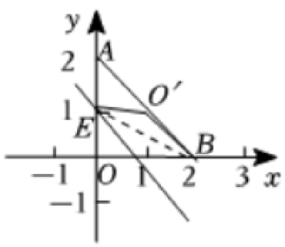
$\therefore$ 四边形 $ODO'C$ 是菱形

又 $\angle COD=90°$，

$\therefore$ 四边形 $ODO'C$ 是正方形

$\therefore O'\left(1,1\right)$，

②如图，$y=kx+1$ 交 y 轴于 E，则 $\mathrm{E}\left(0,1\right)$，连接 EB



在 $Rt\triangle EOB$ 中，OE=1，OB=2，

$\therefore EB=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

$\because EO'=EO=1$，

$\therefore \sqrt{5}-1\le BO'\le\sqrt{5}+1$’

又$\because$直线与 x 轴的交点只能在线段 OB 上，所以 BO’上，所以 BO’的最大值只能取到 2，

$\therefore \sqrt{5}-1\le BO'\le 2$

【小问 2 详解】

如图 4 中，连接 OM，作点 M 关于 PQ 的对称点 M′，连接 OM′，MM′.

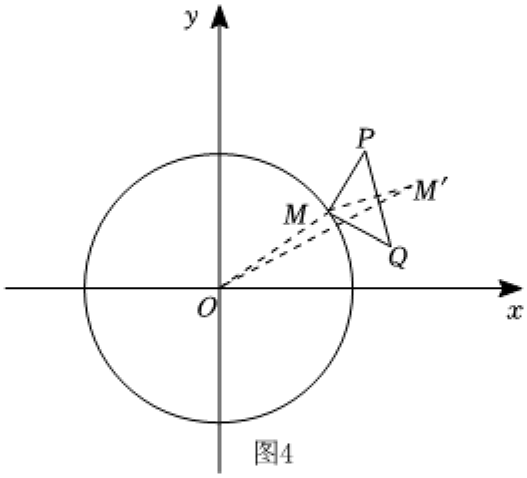


图4

∵△PMQ 是等腰直角三角形，PM=MQ=2，

∴MM′= $2\sqrt{2}$，

∵OM=10，

∴10- $2\sqrt{2}$

≤OM′≤10+ $2\sqrt{2}$，

∴OM′的最大值为 10+ $2\sqrt{2}$，

OM′的最小值为 10- $2\sqrt{2}$.

【点睛】本题考查了一次函数与坐标轴的交点问题，正方形的性质与判定，点到圆上一点的距离，勾股定理，坐标与图形，旋转的性质，轴对称的性质，理解新定义是解题的关键.