



数 学

姓名_____准考证号□□□□□□□□□□考场号□□□□座位号□□□□

考 生 须 知	1. 本试卷共 7 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分。考试试卷 120 分钟。 2. 在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束，将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。
------------------	---

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 右图是某几何体的三视图，该几何体是

- (A) 圆柱 (B) 圆锥
(C) 三棱锥 (D) 长方体

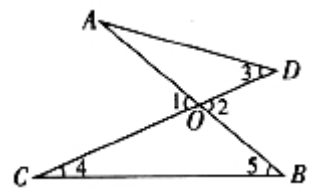


2. 2020 年 6 月 23 日，北斗三号最后一颗全球组网卫星从西昌卫星发射中心发射升空，6 月 30 成功定点于距离地球 36 000 公里的地球同步轨道。将 36 000 用科学记数法表示应为

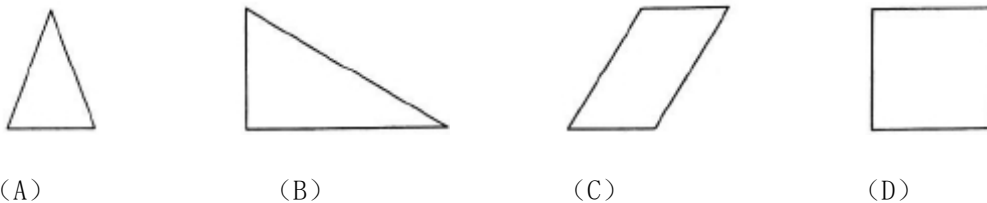
- (A) 0.36×10^5 (B) 3.6×10^5 (C) 3.6×10^4 (D) 36×10^3

3. 如图， AB 与 CD 相交于点 O ，则下列结论正确的是

- (A) $\angle 1 = \angle 2$ (B) $\angle 2 = \angle 3$
(C) $\angle 1 > \angle 4 + \angle 5$ (D) $\angle 2 < \angle 5$



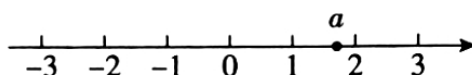
4. 下列图形中，既是中心对称图形也是轴对称图形的是



5. 正五边形外角和为

- (A) 180° (B) 360° (C) 540° (D) 720°

6. 实数 a 在数轴上的对应点的位置如图所示. 若实数 b 满足 $-a < b < a$, 则 b 的值可以是



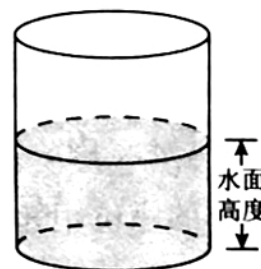
- (A) 2 (B) -1 (C) -2 (D) -3

7. 不透明的袋子中有两个小球, 上面分别写着数字“1”“2”, 除数字外两个小球无其他差别. 从中随机摸出一个小球, 记录其数字, 放回并摇匀, 再从中随机摸出一个小球, 记录其数字, 那么两次记录的数字之和为 3 的概率是

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

8. 有一个装水的容器, 如图所示. 容器内的水面高度是 10cm , 现向容器内注水, 并同时开始计时. 在注水过程中, 水面高度以每秒 0.2cm 的速度匀速增加, 则容器注满水之前, 容器内的水面高度与对应的注水时间满足的函数关系是

- (A) 正比例函数关系 (B) 一次函数关系
(C) 二次函数关系 (D) 反比例函数关系



二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 若代数式 $\frac{1}{x-7}$ 有意义, 则函数 x 的取值范围是_____.

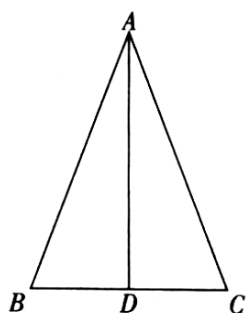
10. 已知关于 x 的方程 $x^2 + 2x + k = 0$ 有两个相等的实数根, 则 k 的值是_____.

11. 写出一个比 $\sqrt{2}$ 大且比 $\sqrt{15}$ 小的整数是_____.

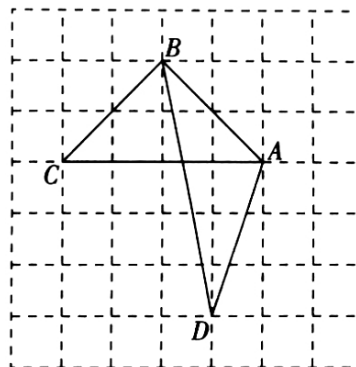
12. 方程组 $\begin{cases} x-y=1 \\ 3x+y=7 \end{cases}$ 的解为_____.

13. 在直角坐标系 xOy 中, 直线 $y=x$ 与双曲线 $y=\frac{m}{x}$ 交于 A , B 两点. 若点 A , B 的纵坐标分别为 y_1 , y_2 , 则 $y_1 + y_2$ 的值为_____.

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 在 BC 上 (不与点 B , C 重合). 只需添加一个条件即可证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$, 这个条件可以是_____ (写出一个即可).



第14题图



第15题图

15. 如图所示的网格是正方形网格， A ， B ， C ， D 是网格线交点，则 $\triangle ABC$ 的面积与 $\triangle ABD$ 的面积的大小关系为：

$S_{\triangle ABC}$ _____ $S_{\triangle ABD}$ (填 “>”， “=” 或 “<”) .

16. 下图是某剧场第一排座位分布图.



甲、乙、丙、丁四人购票，所购票数分别为 2，3，4，5. 每人选座购票时，只购买第一排的座位相邻的票，同时使自己所选的座位号之和最小. 如果按 “甲、乙、丙、丁” 的先后顺序购票，那么甲购买 1，2 号座位的票，乙购买 3，5，7 号座位的票，丙选座购票后，丁无法购买到第一排座位的票. 若丙第一个购票，要使其他三人都能购买到第一排座位的票，写出一种满足条件的购票的先后顺序_____.

三、解答题(本题共 68 分，第 17-20 题，每小题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算： $(\frac{1}{3})^{-1} + \sqrt{18} + |-2| - 6\sin 45^\circ$

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 5x - 3 > 2x \\ \frac{2x - 1}{3} < \frac{x}{2} \end{cases}$$

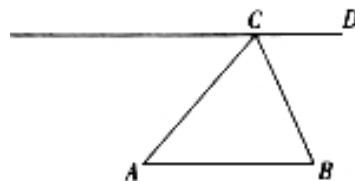
19. 已知 $5x^2 - x - 1 = 0$ ，求代数式 $(3x + 2)(3x - 2) + x(x - 2)$ 的值.

20. 已知：如图， $\triangle ABC$ 为锐角三角形， $AB = AC$ ， $CD \parallel AB$.

求做：线段 BP ，使得点 P 在直线 CD 上，

且 $\angle ABP = \frac{1}{2} \angle BAC$

作法：①以点 A 为圆心， AC 长为半径画圆，交直线 CD 于 C, P 两点；



②连接 BP

线段 BP 就是所求线段

(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

(2) 完成下面的证明

证明：∵ $CD \parallel AB$

∴ $\angle ABP = \underline{\hspace{2cm}}$.

∵ $AB = AC$

∴ 点 B 在 $\odot A$ 上.

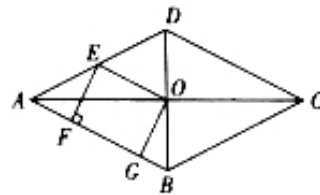
又∵ 点 C, P 都在 $\odot A$ 上

∴ $\angle BPC = \frac{1}{2} \angle BAC$ () (填推理依据).

∴ $\angle ABP = \frac{1}{2} \angle BAC$

21. 如图，菱形 $ABCD$ 对角线 AC, BD 相交于点 O ， E 是 AD 的中点，点 F, G 在 AB 上，

$EF \perp AB$ ， $OG \parallel EF$.



(1) 求证：四边形 $OEFG$ 是矩形；

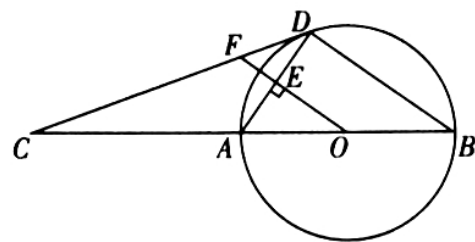
(2) 若 $AD = 10, EF = 4$ ，求 OE 和 BG 的长

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象由函数 $y = x$ 的图象平移得到，且经过点 $(1, 2)$.

(1) 求这个一次函数的解析式；

(2) 当 $x > 1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y = mx (m \neq 0)$ 的值大于一次函数 $y = kx + b$ 的值，直接写出 m 的取值范围.

23. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， C 为 BA 延长线上一点， CD 是 $\odot O$ 的切线， D 为切点， $OF \perp AD$ 于点 E ，交 CD 于点 F 。



(1) 求证： $\angle ADC = \angle AOF$ ；

(2) 若 $\sin C = \frac{1}{3}$, $BD = 8$ ，求 EF 的长.

24. 小云在学习过程中遇到一个函数 $y = \frac{1}{6}|x|(x^2 - x + 1)(x \geq -2)$.

下面是小云对其探究的过程，请补充完整：

（1）当 $-2 \leq x < 0$ 时，

对于函数 $y_1 = |x|$ ，即 $y_1 = -x$ ，当 $-2 \leq x < 0$ 时， y_1 随 x 的增大而_____，且 $y_1 > 0$ ；

对于函数 $y_2 = x^2 - x + 1$ ，当 $-2 \leq x < 0$ 时， y_2 随 x 的增大而_____，且 $y_2 > 0$ ；

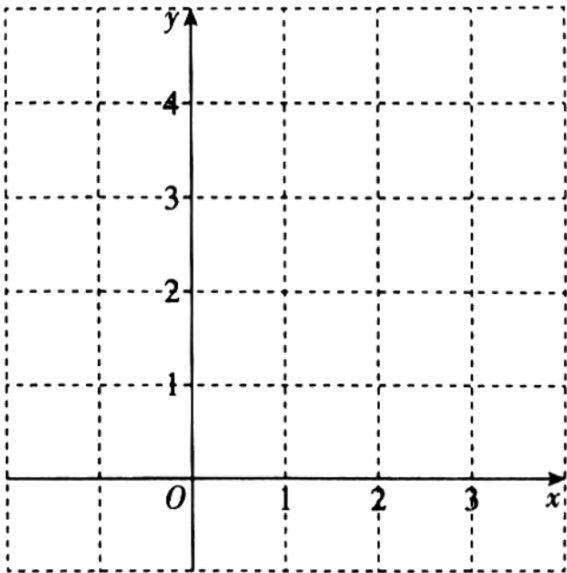
结合上述分析，进一步探究发现，对于函数 y ，当 $-2 \leq x < 0$ 时， y 随 x 的增大而_____.

（2）当 $x \geq 0$ 时，

对于函数 y ，当 $x \geq 0$ 时， y 与 x 的几组对应值如下表：

x	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	...
y	0	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{16}$	1	$\frac{95}{48}$	$\frac{7}{2}$	...

结合上表，进一步探究发现，当 $x \geq 0$ 时， y 随 x 的增大而增大，在平面直角坐标系 xOy 中，画出当 $x \geq 0$ 时的函数 y 的图象.

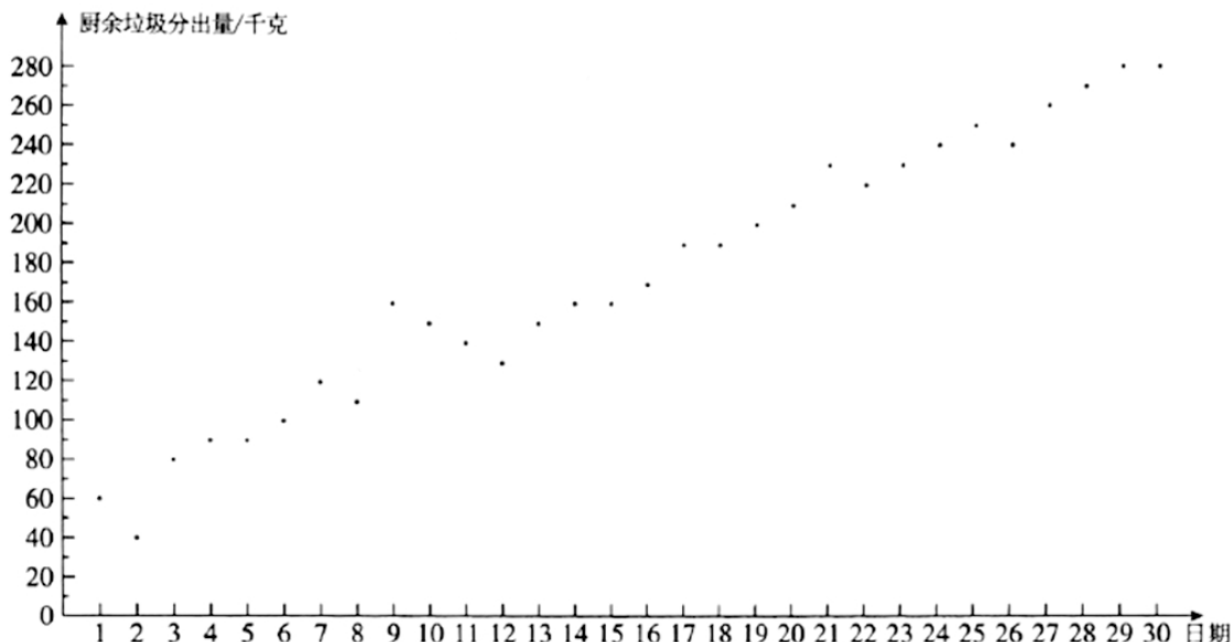


（3）过点 $(0, m)(m > 0)$ 作平行于 x 轴的直线 l ，结合（1）（2）的分析，解决问题：若直线 l 与函数

$y = \frac{1}{6}|x|(x^2 - x + 1)(x \geq -2)$ 的图象有两个交点，则 m 的最大值是_____.

25. 小云统计了自己所住小区 5 月 1 日至 30 日的厨余垃圾分出量（单位：千克），相关信息如下：

a. 小云所住小区 5 月 1 日至 30 日的厨余垃圾分出量统计图：



b. 小云所住小区 5 月 1 日至 30 日分时段的厨余垃圾分出量的平均数如下：

时 段	1 日至 10 日	11 日至 20 日	21 日至 30 日
平均数	100	170	250

- (1) 该小区 5 月 1 日至 30 日的厨余垃圾分出量的平均数约为_____（结果取整数）；
- (2) 已知该小区 4 月的厨余垃圾分出量的平均数为 60，则该小区 5 月 1 日至 30 日的厨余垃圾分出量的平均数约为 4 月_____倍（结果保留小数点后一位）；
- (3) 记该小区 5 月 1 日至 10 日的厨余垃圾分出量的方差为 s_1^2 ，5 月 11 日至 20 日的厨余垃圾分出量的方差为 s_2^2 ，5 月 21 日至 30 日的厨余垃圾分出量的方差为 s_3^2 ．直接写出 s_1^2 ， s_2^2 ， s_3^2 的大小关系．

26. 在平面直角坐标系 xOy 中， $M(x_1, y_1)$ ， $N(x_2, y_2)$ 为抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 上任意两点，其中 $x_1 < x_2$ ．

- (1) 若抛物线的对称轴为 $x=1$ ，当 x_1 ， x_2 为何值时， $y_1 = y_2 = c$ ；
- (2) 设抛物线的对称轴为 $x=t$ ．若对于 $x_1 + x_2 > 3$ ．都有 $y_1 < y_2$ ，求 t 的取值范围．

27. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC > BC$ ， D 是 AB 的中点， E 为直线 AC 上一动点，连接 DE ，过点 D 作

$DF \perp DE$ ，交直线 BC 于点 F ，连接 EF 。

(1) 如图 1，当 E 是线段 AC 的中点时，设 $AE = a, BF = b$ ，求 EF 的长（用含 a, b 的式子表示）；

(2) 当点 E 在线段 CA 的延长线上时，依题意补全图 2，用等式表示线段 AE, EF, BF 之间的数量关系，并证明。

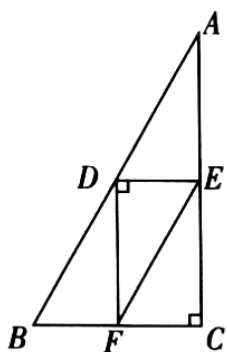


图1

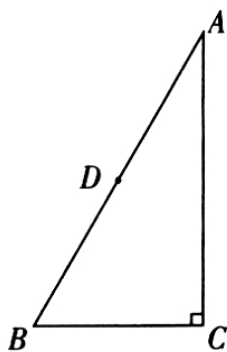
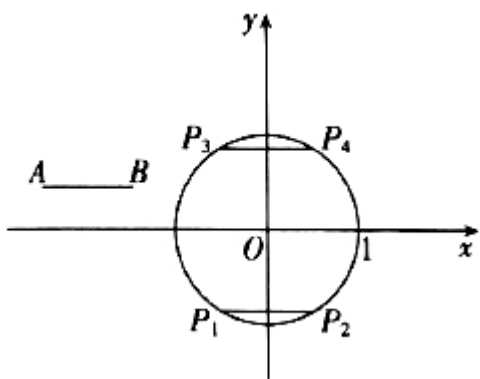


图2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中， $\odot O$ 的半径为 1， A, B 为 $\odot O$ 外两点， $AB = 1$ 。

给出如下定义：平移线段 AB ，得到 $\odot O$ 的弦 $A'B'$ （ A', B' 分别为点 A, B 的对应点），线段 AA' 长度的最小值称为线段 AB 到 $\odot O$ 的“平移距离”。

(1) 如图，平移线段 AB 得到 $\odot O$ 的长度为 1 的弦 P_1P_2 和 P_3P_4 ，则这两条弦的位置关系是_____；在点 P_1, P_2, P_3, P_4 中，连接点 A 与点_____的线段的长度等于线段 AB 到 $\odot O$ 的“平移距离”；



(2) 若 A, B 都在直线 $y = \sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$ 上，记线段 AB 到 $\odot O$ 的“平移距离”为 d_1 ，求 d_1 的最小值；

(3) 若点 A 的坐标为 $(2, \frac{3}{2})$ ，记线段 AB 到 $\odot O$ 的“平移距离”为 d_2 ，直接写出 d_2 的取值范围。

2020 年北京市高级中等学校招生考试数学

参考答案

一、选择题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

第 1—8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	A	D	B	B	C	B

8. 【解析】: 设水面高度为: h , 注水时间为: x , $\therefore h = 10 + 0.2x$

二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 【答案】 $x \neq 7$

10. 【答案】 $k = 1$

11. 【答案】 3 (答案不唯一)

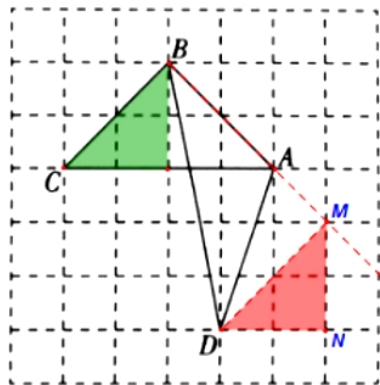
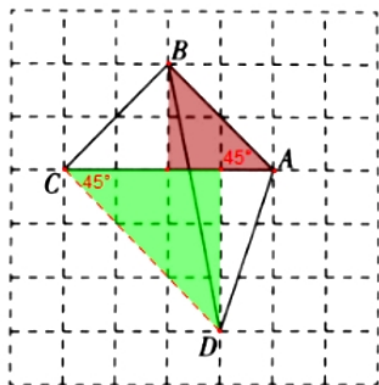
12. 【答案】 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

13. 【答案】 0

14. 【答案】 $BD = DC$ (答案不唯一)

15. 【答案】 =

【解析】: “格点题型”算是近年来中考的必考题型了, 试题难度不大。(下面给出了两种解析思路)



说明: ①左图, 根据图形可知 $\angle ACD = \angle BAC$, $\therefore AB \parallel CD$

∴根据平行线间的距离处处相等，可得 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD}$

②右图，延长 BA 交格点 M ，连接 DM ，∴ $DM = AB$

∴等底等高的两个三角形面积相等，可得 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD}$

16. 【答案】丙，乙，丁，甲（答案不唯一）

【解析】：这是中考的“新题型”，旨在考查同学们数学分析思维能力，也是中考改革的一大变化，体现了数学教学的精髓所在，也将会成为中考数学考查的一大重点方向。作为填空压轴题是非常不错的一道小题，题目分析：

①甲、乙、丙、丁四人购票，所购票数分别为：2, 3, 4, 5

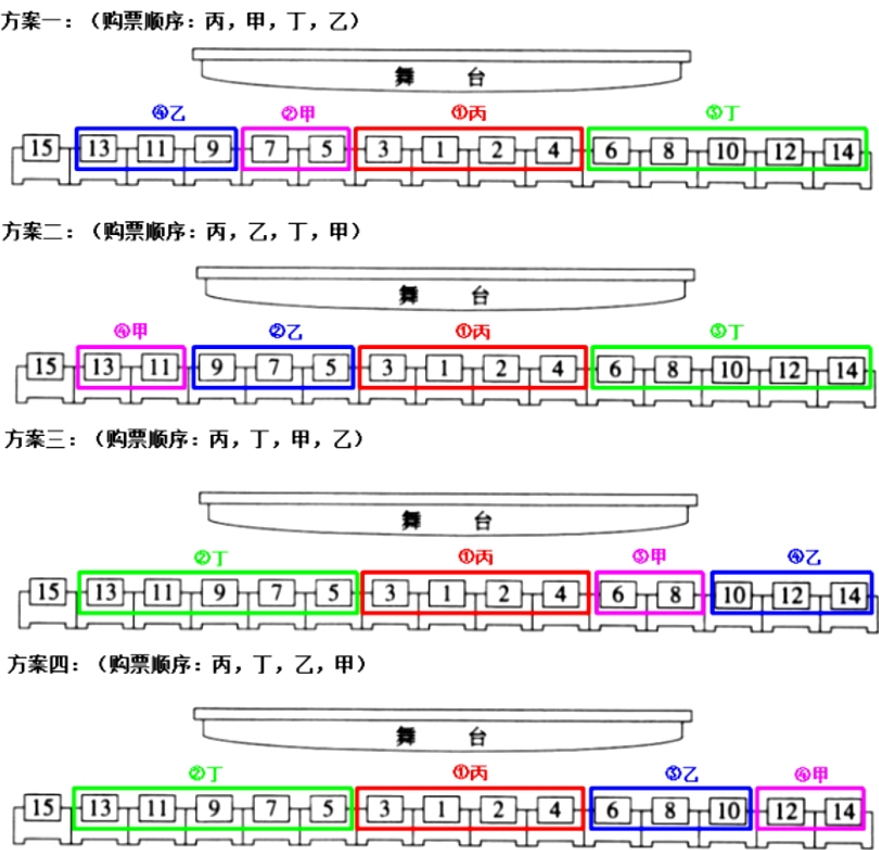
②每人根据顺序购票座位号之和最小

③必须购买相邻座位

④丙第一个购票

写出一种满足上述条件的购票顺序即可？

具体详解请参考下图给出的四种方案：



三、解答题(本题共 68 分, 第 17-20 题, 每小题 5 分, 第 21 题 6 分, 第 22 题 5 分, 第 23-24 题, 每小题 6 分, 第 25 题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27-28 题, 每小题 7 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 【答案】 $=5$

18. 【答案】 $1 < x < 2$

19. 【答案】 -2

20. 【答案】 $\angle BPC$ 同弧所对圆周角是圆心角的二分之一

21. 【答案】 (1) 证明: 略

(2) $OE = 5, BG = 2$

22. 【答案】 (1) 解析式: $y = x + 1$

(2) m 的取值范围: $m \geq 2$

23. 【解析】

(1) 解: 连接 OD

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线

$\therefore \angle ODF = 90^\circ$

$\therefore \angle FDE + \angle EDO = 90^\circ$

$\because \angle EDO + \angle EOD = 90^\circ$

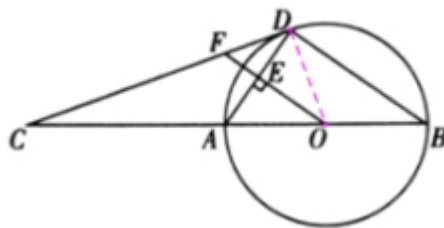
$\therefore \angle FDE = \angle EOD$

又 $\because OA = OD, OF \perp AD$

$\therefore \angle AOE = \angle EOD, \therefore \angle AOE = \angle FDE$

$\therefore \angle ADC = \angle AOF$

(2) 在 $RT\triangle CDO$ 中, $\sin C = \frac{OD}{OC} = \frac{1}{3}$



$$\therefore 3OD = OC$$

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ, \text{ 又 } \because OF \perp AD \text{ 于点 } E, \therefore \angle OEA = 90^\circ$$

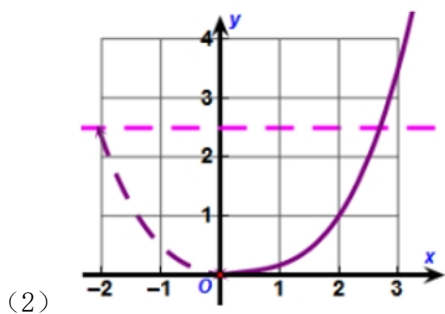
$$\therefore OF \parallel BD$$

$$\therefore \frac{OC}{BC} = \frac{OF}{BD} = \frac{3}{4}, \text{ 即 } \frac{OF}{8} = \frac{3}{4}, OF = 6$$

在 $RT\triangle ABD$ 中, 点 O 为 AB 中点, $OF \parallel BD$

$$\therefore OE = \frac{1}{2}BD = 4, \therefore EF = OF - OE = 6 - 4 = 2$$

24. 【答案】(1) 减小 减小 减小



【解析】

$$(3) m = \frac{7}{3}$$

解: 令 $x = -2$ 时, 代入 $y = \frac{1}{6}|x|(x^2 - x + 1)(x \geq -2)$

$$\therefore y = \frac{1}{6}|-2|((-2)^2 + 2 + 1)$$

$$y = \frac{1}{6} \times 2 \times 7$$

$$y = \frac{7}{3}$$

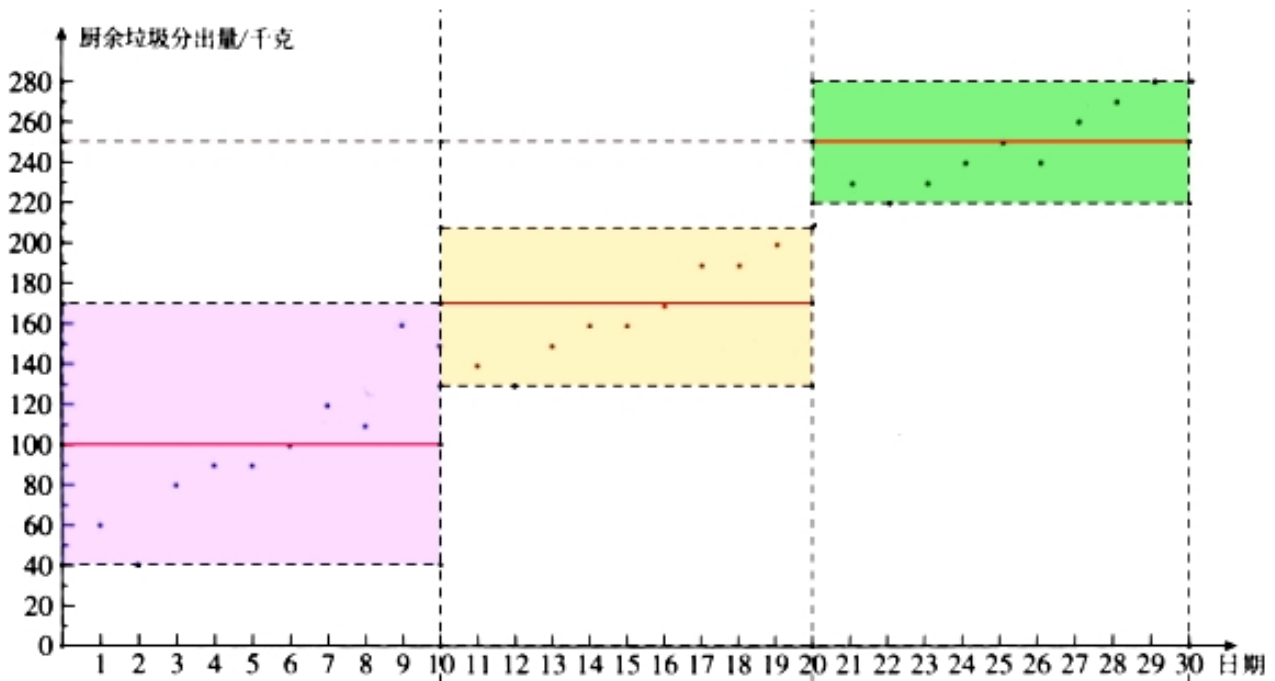
25. 【答案】(1) 173

(2) 2.9

$$(3) S_1^2 > S_2^2 > S_3^2$$

【解析】：

解析：第(3)问考查方差的意义，方差考查数据的波动情况，根据下图不难得出正确结论。



26. 【解析】：(1) 当 $y_1 = y_2 = c$ 时

$\therefore$ 令 $y = c$ 时，代入 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$

$\therefore c = ax^2 + bx + c (a > 0)$

$\therefore 0 = x(ax + b)$

$\therefore x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}$

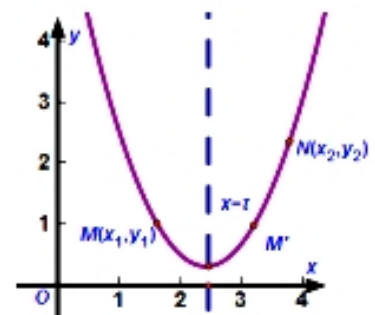
又 $\because$ 对称轴 $x = -\frac{b}{2a} = 1$, 即 $b = -2a$

$\therefore x_2 = -\frac{-2a}{a} = 2$

(2) 作点 M 关于 $x = t$ 的对称点 M' 设点 $M(x_1, y_1)$

$\therefore x_1 + x_3 = 2t$

$\because y_1 < y_2, x_1 + x_2 > 3$



$$\therefore x_1 + x_2 > 2t, \text{即 } 2t \leq 3, t \leq \frac{3}{2}$$

注：此时，是可以取等值的，一定要特别注意。

27. 【解析】(1) 点 E 为 AC 中点时， $\therefore D$ 是 AB 的中点

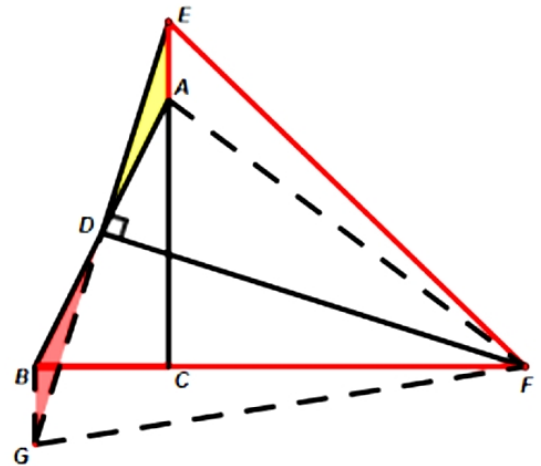
$$\therefore DE \parallel BC, DE = \frac{1}{2}BC$$

$$\therefore \angle C = \angle CED = 90^\circ, \angle EDF = 90^\circ$$

$\therefore$ 四边形 $DECF$ 为矩形

$$\therefore DE = FC = BF = b, AE = EC = DF = a$$

$$\therefore EF = \sqrt{b^2 + a^2}$$



(2) 延长 ED 到 G 使 $DG = DE$, 连接 BG

易证： $\triangle EDA \cong \triangle CDB(SAS)$, $\therefore DG = DE$ 、 $AE = BG$, $\angle DEA = \angle DGB$

$\therefore$ 可得： $BG \parallel AE$, 所以 $BG \perp BF$

在 $\triangle EGF$ 中， $\therefore DG = DE$, $DF \perp EG$, $\therefore EF = GF$ (三线合一)

$$\therefore \text{在 } RT\triangle BGF \text{ 中, } BG^2 + BF^2 = GF^2, \therefore AE^2 + BF^2 = EF^2$$

28. 【解析】分析定义：

① 平移线段 AB 得到 $\odot O$ 的弦 $A'B'$ ($AB = A'B'$)

② 线段 AA' 的最小值即为线段 AB 到 $\odot O$ 的“平移距离”

③ $AB = 1$, $\odot O$ 的半径为 1, $\therefore$ 当线段 AB 平移得到弦 $A'B'$ 时, $\triangle A'OB'$ 为等边三角形。

注：要特别注意是线段 AB 与弦 $A'B'$ 的对应点 AA' 的最小值为“平移距离”。

(1) 答案：平行, P_3

注：这一问相对比较简单，同学们认真审题，一般不会出现问问题。

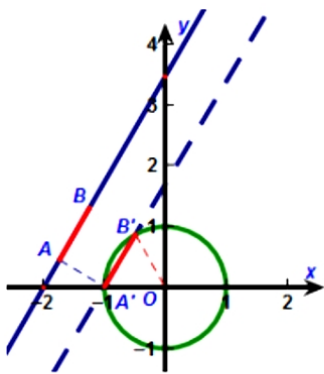


图 01

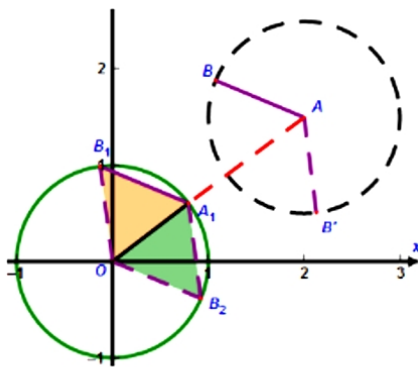


图 02

(2) 如图 01, 线段 AB 平移得到弦 $A'B'$

$\because A'B'=1, \therefore \triangle A'OB'$ 为等边三角形

$\therefore$ 此时, AA' 即为线段 AB 到 $\odot O$ 的“平移距离”

$$\therefore d_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

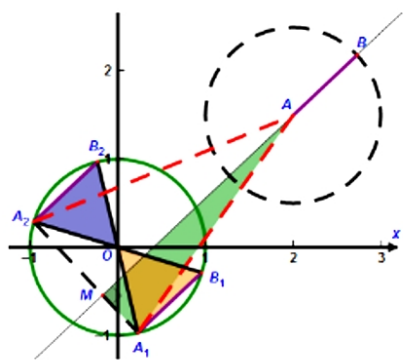
(3) ① 如图 02, 连接 OA , 线段 AB 到 $\odot O$ 的“平移距离”最小值 $d_2 = \frac{3}{2}$

② 线段 AB 到 $\odot O$ 的“平移距离”最大值 d_2

说明: 线段 AB 经过平移得到弦 A_1B_1 和弦 A_2B_2 这两种情况, 其点 A 平移轨迹为 AA_1 、 AA_2 , 根据定义可知: 线段 AA' 的最小值即为线段 AB 到 $\odot O$ 的“平移距离”。

$\therefore$ 此时, 线段 AB 到 $\odot O$ 的“平移距离”为 d_2 , 应为线段 AA_1 、 AA_2 , 较小值。

$\therefore$ 当 $AA_1 = AA_2$ 时, 线段 AB 到 $\odot O$ 的“平移距离”为 d_2 取得最大值。其最大值 d_2 , 的解题思路如下:



题 03

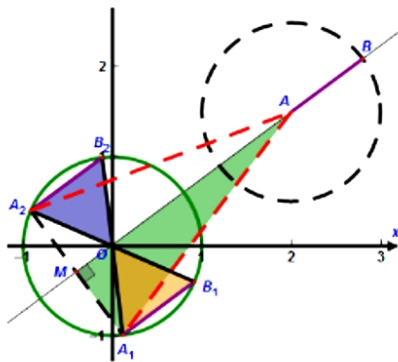


图 04

$\because AA_1 = AA_2, \therefore AM \perp A_1A_2$,

又 $\because \Delta A_1OB_1$ 为等边三角形, $\therefore \angle A_1OM = 60^\circ$

$$\therefore OM = \frac{1}{2}, A_1M = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \text{在 } RT\Delta A_1AM \text{ 中, } A_1A_2 = \sqrt{A_1M^2 + AM^2} = \sqrt{\frac{3}{4} + 9} = \frac{\sqrt{39}}{2}$$

$$\therefore \text{综上, } d_2 \text{ 取值范围是: } \frac{3}{2} \leq d_2 \leq \frac{\sqrt{39}}{2}$$