# 2024 北京燕山初三一模

# 数　　学

2024 年 4 月

| 考生须知 | 1．本试卷共 6 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。<br>2．在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和准考证号。<br>3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。<br>4．在答题卡上，选择题、画图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。<br>5．考试结束，请将本试卷和答题卡一并交回。 |
|---|---|

**一、选择题（共 16 分，每题 2 分）**

**第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.**

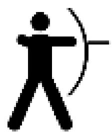
1．2023 年，我国共授权发明专利 92. 1 万件，同比增长 15.4%．将 921000 用科学记数法表示应为

A．$92.1\times10^4$　B．$9.21\times10^4$　C．$9.21\times10^5$　D．$0.921\times10^6$

2．下面运动标识图案中，是轴对称图形的是


A．

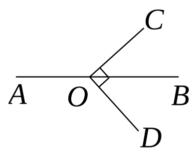

B．


C．


D．

3．如图，点 $O$ 在直线 $AB$ 上，$OC\perp OD$，$\angle BOD=48°$，

则$\angle AOC$ 的大小为




A．138°　　B．132°

C．48°　　D．42°

4．若 $x<1$，则下列结论正确的是

A．$1-x<0$　B．$-x<-1$　C．$x^2<1$　D．$\frac{x}{2}<\frac{1}{2}$

5．若关于 $x$ 的一元二次方程 $x^2+2x+m=0$ 有两个相等的实数根，则实数 $m$ 的值为

A．4　B．1　C．$-1$　D．$-4$

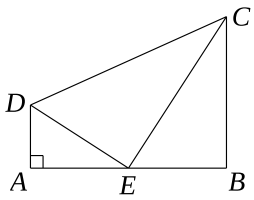
6．正六边形的外角和为

A．60°　B．180°　C．360°　D．720°

7．同时抛掷两枚质地均匀的硬币，则两枚硬币全部正面向上的概率是

A．$\frac{1}{4}$　B．$\frac{1}{3}$　C．$\frac{1}{2}$　D．$\frac{3}{4}$

8．如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$\angle A=90°$，点 $E$ 在 $AB$ 上，$DE$ 平分 $\angle ADC$，$CE$ 平分 $\angle DCB$．给出下面三个结论：



① $\angle DEC=90°$；

② $AE=EB$；

③ $AD\cdot BC=AE\cdot EB$．

上述结论中，所有正确结论的序号是

A．①②　　B．②③　　C．①③　　D．①②③

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．若 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，则实数 $x$ 的取值范围是________．

10．分解因式：$8a^2-8b^2=$________．

11．方程 $\dfrac{1}{2x}=\dfrac{3}{x+1}$ 的解为________．

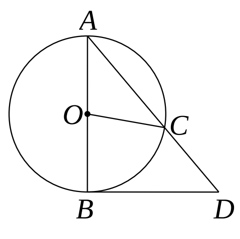
12．在平面直角坐标系 $xOy$ 中，反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}\left(k\neq 0\right)$ 的图象经过点 $P(-2,\ y_1)$ 和 $Q(m,\ y_2)$，若 $y_1+y_2=0$，则 $m$ 的值为________．

13．某班级计划利用暑假去研学旅行，他们准备订做一批容量相同的双肩包．活动负责人征求了全班 40 名同学的意向，得到如下数据：

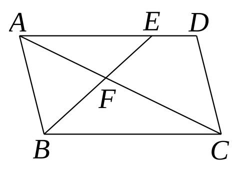
| 容量/L | 23 | 25 | 27 | 29 | 31 | 33 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 人数/人 | 4 | 3 | 5 | 23 | 3 | 2 |

为了满足大多数人的需求，此次订做的双肩包容量为____L．

14．如图，$AB$ 是⊙$O$ 的直径，点 $C$ 在⊙$O$ 上，过点 $B$ 作⊙$O$ 的切线与直线 $AC$ 交于点 $D$．若 $\angle D=50°$，则 $\angle BOC=$________°．



（第 14 题）



（第 15 题）

15．如图，在▱$ABCD$ 中，点 $E$ 在 $AD$ 上，$BE$ 交 $AC$ 于点 $F$．若 $AE=3ED$，则 $\dfrac{AF}{FC}$ 的值为________．

16．学校组织学生到某工艺品加工厂参加劳动实践活动．用甲、乙两台设备加工三件工艺品，编号分别为 A，B，C，加工要求如下：

①每台设备同一时间只能加工一件工艺品；

②每件工艺品须先在设备甲上加工完成后，才能进入设备乙加工；

③每件工艺品在每台设备上所需要的加工时间(单位：min)如下表所示：

| 工艺品编号 加工时间 设备 | A | B | C |
| --- | --- | --- | --- |
| 甲 | 7 | 2 | 4 |
| 乙 | 2 | 5 | 6 |

(1) 若要求 A，B，C 三件工艺品全部加工完成的总时长不超过 20 min，请写出一种满足条件的加工方案________（按顺序写出工艺品的编号）；

(2) A，B，C 三件工艺品全部加工完成，至少需要________ min.

**三、解答题（共 68 分，第 17－19 题，每题 5 分，第 20 题 6 分，第 21－23 题，每题 5 分，第 24－26 题，每题 6 分，第 27－28 题，每题 7 分）**

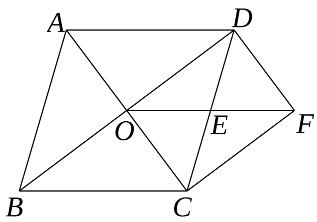
**解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.**

17．计算：$4\sin 45°+|-2|-\sqrt{18}+(\frac{1}{2})^{-1}$.

18．解不等式组：$\begin{cases}3x-4<2x+1, \\ \dfrac{5x+3}{2}>x.\end{cases}$

19．已知 $2x^2-x-1=0$，求代数式 $(3x+2)(3x-2)-3x(x+1)$ 的值.

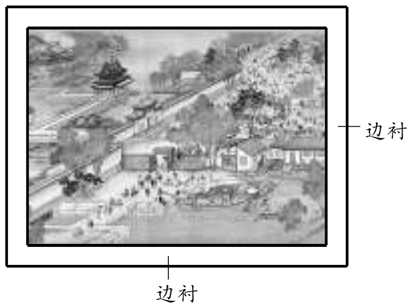
20．如图，在菱形 *ABCD* 中，对角线 *AC* 与 *BD* 相交于点 *O*，*E* 为 *CD* 的中点，连接 *OE* 并延长到点 *F*，使得 *OE*＝*EF*，连接 *CF*，*DF*.




(1) 求证：四边形 *OCFD* 是矩形；

(2) 若 *AB*＝5，$\sin\angle DOF=\frac{3}{5}$，求 *BD* 的长.

21．《清明上河图》是北宋画家张择端的作品，是中国十大传世名画之一．如图是某书画家的一幅局部临摹作品，装裱前是长为 2.2m，宽为 1.6m 的矩形，装裱后，整幅图画长与宽的比是 4∶3，且四周边衬的宽度相等，求边衬的宽度.




22．在平面直角坐标系 *xOy* 中，一次函数 $y=kx+b\,(k\neq 0)$的图象由函数 $y=2x$ 的图象向下平移 4 个单位长度得到，且与 $x$ 轴交于点 *A*.

(1) 求该一次函数的解析式及点 *A* 的坐标；

(2) 当 $x>2$ 时，对于 $x$ 的每一个值，函数 $y=x+n$ 的值小于一次函数 $y=kx+b\,(k\neq 0)$的值且大于－3，直接写出 $n$ 的取值范围.

23．为了考查甲、乙两种水稻的长势，农业科技人员从一块试验田中分别随机抽取甲、乙两种水稻的稻

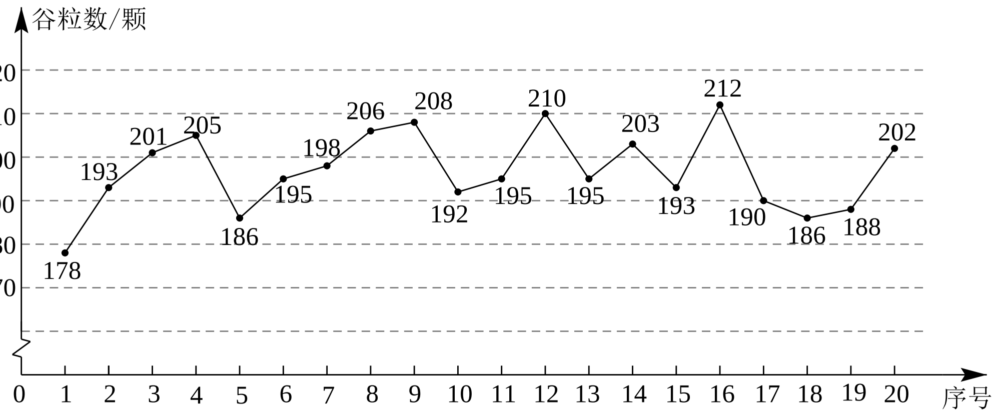
穗各 20 株，获取了每株稻穗的谷粒数(单位：颗)，数据整理如下：

$a$．甲种水稻稻穗谷粒数：

170，172，176，177，178，182，184，193，196，202，

206，206，206，206，208，208，214，215，216，219

$b$．乙种水稻稻穗谷粒数的折线图：




$c$．甲、乙两种水稻稻穗谷粒数的平均数、中位数、众数：

| | 平均数 | 中位数 | 众数 |
|---|---|---|---|
| 甲 | 196.7 | m | 206 |
| 乙 | 196.8 | 195 | n |

**根据以上信息，回答下列问题：**

(1) 写出表中 $m$，$n$ 的值；

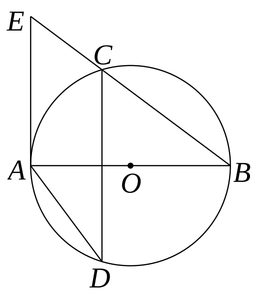
(2) 若水稻稻穗谷粒数的方差越小，则认为水稻产量的稳定性越好．据此推断，甲、乙两种水稻中，产量更稳定的是_____ (填“甲”或“乙”)；

(3) 若单株稻穗的谷粒数不低于 200 颗的水稻视为优良水稻，则

从水稻优良率分析，应推荐种植_____ 种水稻(填“甲”或“乙”)；

若该试验田中有甲、乙两种水稻各 4000 株，据此估计，优良水稻共有_____株．

24．如图，$AB$ 为⊙$O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$，过点 $A$ 作⊙$O$ 的切线交 $BC$ 的延长线于点 $E$．

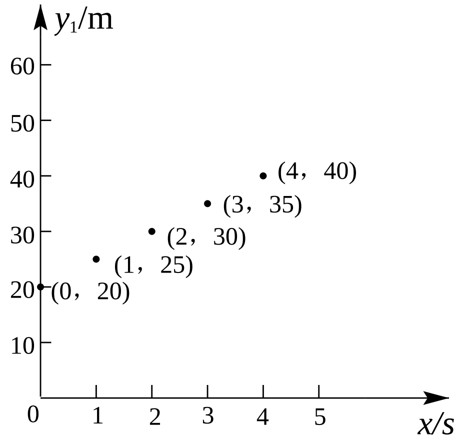


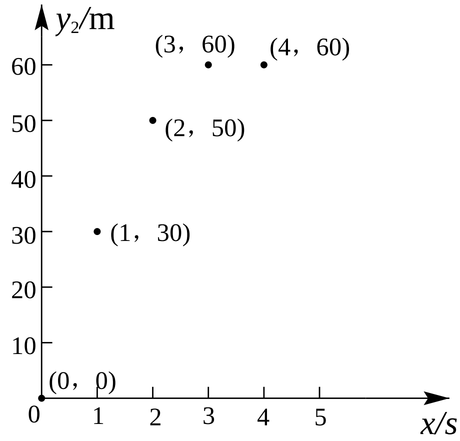

(1) 求证：$\angle BAD = \angle E$；

(2) 若⊙$O$ 的半径为 5，$AD = 6$，求 $CE$ 的长．

25．科研人员为了研究弹射器的某项性能，利用无人机测量小钢球竖直向上运动的相关数据．

无人机上升到距离地面 20 m 处开始计时，此时，在地面用弹射器(高度不计)竖直向上弹射一个小钢球(忽略空气阻力)．记无人机和小钢球距离地面的高度分别为 $y_1$，$y_2$(单位：m)，科研人员收集了 $y_1$，$y_2$ 随时间 $x$ (单位：s)变化的数据，并分别绘制在平面直角坐标系中，如图所示．




(1) 根据 $y_1$，$y_2$ 随 $x$ 的变化规律，从 ① $y=mx+n\ (m\neq 0)$；② $y=ax^2+bx\ (a<0)$；③ $y=\dfrac{k}{x}$ $(k\neq 0)$ 中，选择适当的函数模型，分别求出 $y_1$，$y_2$ 满足的函数关系式；

(2) 当 $0<x<5$ 时，小钢球和无人机的高度差最大是____m．

26．在平面直角坐标系 $xOy$ 中，$M(m,\ y_1)$，$N(m+2,\ y_2)$是抛物线 $y=ax^2+bx+c(a>0)$ 上两点．设该抛物线的对称轴为 $x=t$．

(1) 若对于 $m=1$，有 $y_1=y_2$，求 $t$ 的值；

(2) 若对于 $1<m<2$，都有 $y_1<y_2$，求 $t$ 的取值范围．

27．在△$ABC$ 中，∠$ACB$＝90°，$AC$＝$BC$，$M$ 为 $AB$ 的中点，$D$ 为线段 $AM$ 上的动点(不与点 $A$，$M$ 重合)，过点 $D$ 作 $DE\perp AB$，且 $DE$＝$DM$，连接 $CM$．

(1) 如图 1，当点 $E$ 在线段 $AC$ 上时，求证：$D$ 是 $AM$ 的中点；

(2) 当 $DE$ 位于图 2 位置时，连接 $CE$，过点 $E$ 作 $EF\perp CE$，交 $AB$ 于点 $F$．用等式表示线段 $BF$ 与 $DE$ 的数量关系，并证明．

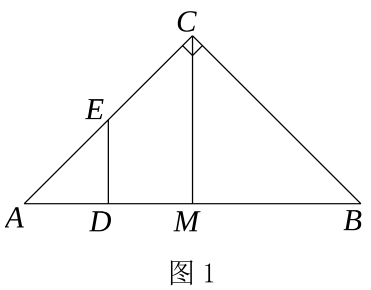



图 1

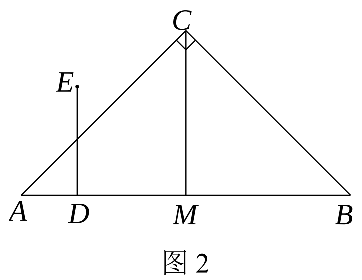
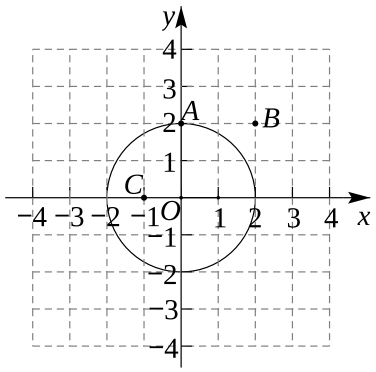



图 2

28．在平面直角坐标系 $xOy$ 中，对于⊙$G$ 和线段 $AB$ 给出如下定义：如果线段 $AB$ 上存在点 $P$，$Q$，使得点 $P$ 在⊙$G$ 内，且点 $Q$ 在⊙$G$ 外，则称线段 $AB$ 为⊙$G$ 的“交割线段”.

(1) 如图，⊙$O$ 的半径为 2，点 $A(0，2)$，$B(2，2)$，$C(-1，0)$.




① 在△$ABC$ 的三条边 $AB$，$BC$，$AC$ 中，⊙$O$ 的“交割线段”是_____；

② 点 $M$ 是直线 $OB$ 上的一个动点，过点 $M$ 作 $MN\perp x$ 轴，垂足为 $N$，若线段 $MN$ 是⊙$O$ 的“交割线段”，求点 $M$ 的横坐标 $m$ 的取值范围；

(2) 已知三条直线 $y=3$，$y=-x$，$y=-2x+3$ 分别相交于点 $D$，$E$，$F$，⊙$T$ 的圆心为 $T(0，t)$，半径为 2，若△$DEF$ 的三条边中有且只有两条是⊙$T$ 的“交割线段”，直接写出 $t$ 的取值范围.

# 参考答案

## 第一部分 选择题

**一、选择题（共 16 分，每题 2 分）**

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 选项 | C | B | A | D | B | C | A | D |

## 第二部分 非选择题

**二、填空题（共 16 分，每题 2 分）**

9．$x \geqslant 3$；　10．$8(a+b)(a-b)$；　11．$x=\frac{1}{5}$；

12．2；　13．29；　14．80；

15．$\frac{3}{4}$；　16．(1) 答案不唯一，如：$BCA$；　(2) 15．

**三、解答题（共 68 分，第 17－19 题，每题 5 分，第 20 题 6 分，第 21－23 题，每题 5 分，第 24－26 题，每题 6 分，第 27－28 题，每题 7 分）**

17．(本题满分 5 分)

解：原式＝$4\times\frac{\sqrt{2}}{2}+2-3\sqrt{2}+2$ ……………………………………4 分

$=4-\sqrt{2}$． ……………………………………5 分

18．(本题满分 5 分)

解：原不等式组为$\begin{cases}3x-4<2x+1，& ①\\ \frac{5x+3}{2}>x. & ②\end{cases}$

解不等式①，得 $x<5$， ……………………………………2 分

解不等式②，得 $x>-1$， ……………………………………4 分

∴原不等式组的解集为$-1<x<5$． ……………………………………5 分

19．(本题满分 5 分)

解：　$(3x+2)(3x-2)-3x(x+1)$

$=9x^2-4-3x^2-3x$ ……………………………………2 分

$=6x^2-3x-4$

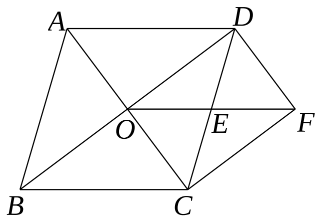
$=3(2x^2-x)-4$． ……………………………………3 分

∵ $2x^2-x-1=0$，

∴ $2x^2-x=1$， ……………………………………4 分

∴原式＝$3\times1-4$＝－1． ……………………………………5 分

20．（本题满分 6 分）




解：(1) ∵$CE=ED$，$OE=EF$，

∴四边形 $OCFD$ 是平行四边形，

∴$DF // AC$.

∵菱形 $ABCD$，

∴$AC \perp BD$，

∴$DF \perp BD$，即$\angle ODF=90°$，

∴四边形 $OCFD$ 是矩形.　……………………………………………3 分

(2) ∵菱形 $ABCD$，

∴$AB=CD=5$，$BD=2OD$.

∵矩形 $OCFD$，

∴$OF=CD=5$，$\angle ODF=90°$.

在 Rt△$ODF$ 中，$\sin\angle DOF=\dfrac{DF}{OF}=\dfrac{3}{5}$，$OF=5$，

∴$DF=3$，

∴$OD=\sqrt{OF^2-DF^2}=4$，

∴$BD=8$.　……………………………………………6 分

21．(本题满分 5 分)

解：设边衬的宽度为 $x$ m，　……………………………………………1 分

依题意得　$\dfrac{2.2+2x}{1.6+2x}=\dfrac{4}{3}$，　……………………………………………2 分

解得　$x=0.1$.　……………………………………………3 分

经检验，$x=0.1$ 是原方程的解且符合实际意义.　…………………………4 分

答：边衬的宽度为 0.1m.　……………………………………………5 分

22．(本题满分 5 分)

解：(1) ∵一次函数 $y=kx+b\,(k\neq 0)$的图象由函数 $y=2x$ 的图象向下平移 4 个单位长度得到，

∴$k=2$，$b=-4$，

∴该一次函数的解析式为 $y=2x-4$ .

令 $y=0$，得 $x=2$，

∴点 $A$ 的坐标为(2，0).　……………………………………………3 分

(2) $-5\leqslant n\leqslant -2$ .　……………………………………………5 分

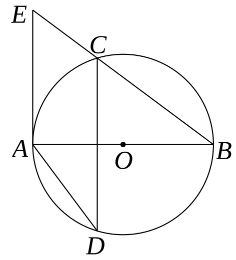
23．(本题满分 5 分)

解：(1) $m$ 的值为 204，$n$ 的值为 195；……………………………………………2 分

(2) 乙；　……………………………………………3 分

(3) 甲；3800.　……………………………………………5 分

24．(本题满分 6 分)



(1) 证明：∵$AE$ 是⊙$O$ 的切线，$AB$ 为⊙$O$ 的直径，

∴$\angle EAB=90°$.

∵$CD\perp AB$，

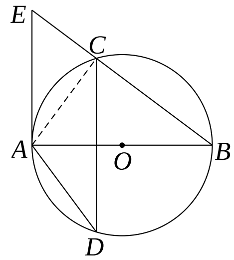
∴$AE/\!/CD$，

∴$\angle BCD=\angle E$.

∵$\angle BAD=\angle BCD$，

∴$\angle BAD=\angle E$. ……………………………………………………3 分

(2) 解：如图，连接 $AC$.



∵$AB$ 为⊙$O$ 的直径，$CD\perp AB$，

∴$AC=AD=6$，$\angle ACB=90°$.

∵$AB=10$，

∴$BC=8$.

∵$\angle ACE=\angle EAB=90°$，

∴$\angle E+\angle EAC=\angle EAC+\angle CAB=90°$，

∴$\angle E=\angle CAB$.

在 Rt△$EAC$ 和 Rt△$ACB$ 中，

$\angle ACE=\angle BCA=90°$，$\angle E=\angle CAB$，

∴△$EAC$∽△$ACB$，

∴$\dfrac{EC}{AC}=\dfrac{AC}{BC}$，

∴$EC=\dfrac{AC^2}{BC}=\dfrac{36}{8}=\dfrac{9}{2}$. ……………………………………………………6 分

25．（本题满分 6 分）

解：(1) 设 $y_1$ 关于 $x$ 的函数关系式为 $y_1=mx+n(m\neq 0)$，

将点(0，20)，(1，25)的坐标代入 $y_1=mx+n$，

得 $\begin{cases}20=n,\\25=m+n,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}m=5,\\n=20.\end{cases}$

∴ $y_1$ 关于 $x$ 的函数关系式为 $y_1=5x+20$.

设 $y_2$ 关于 $x$ 的函数关系式为 $y_2=ax^2+bx\ (a<0)$，

将点(1，30)，(2，50)的坐标代入 $y_2=ax^2+bx$，

得 $\begin{cases}30=a+b,\\50=4a+2b,\end{cases}$

解得$\begin{cases} a=-5, \\ b=35. \end{cases}$

∴ $y_2$关于$x$的函数关系式为$y_2=-5x^2+35x$． ………………………… 5分

(2) 25． ……………………………………………………6分

26．（本题满分6分）

解：(1) ∵对于$m=1$，有$y_1=y_2$，

∴点$M(1,\ y_1)$，$N(3,\ y_2)$关于直线$x=t$对称，

∴$t-1=3-t$，

∴$t=2$． ……………………………………………………2分

(2) ∵$a>0$，

∴当$x \geqslant t$时，$y$随$x$增大而增大，当$x<t$时，$y$随$x$增大而减小．

①当$t \leqslant 1$时，

∵$1<m<2$，

∴$3<m+2<4$，

∴$t<m<m+2$，

∴ $y_1<y_2$，符合题意．

②当$1<t \leqslant 2$时，

（i）当$t \leqslant m<2$时，

∵$3<m+2<4$，

∴$t \leqslant m<m+2$，

∴ $y_1<y_2$，符合题意．

（ii）当$m<t \leqslant 2$时，

设点$M(m,\ y_1)$关于$x=t$的对称点为$M'$，则点$M'$的坐标为$(2t-m,\ y_1)$．

∵$1<m<t \leqslant 2$，

∴$m<2t-m<3$．

∵$3<m+2<4$，

∴$2t-m<m+2$，

∴ $y_1<y_2$，符合题意．

③当$2<t<3$时，令$m=t-1$，则$m+2=t+1$，

∴ $y_1=y_2$，不符合题意．

④当$t \geqslant 3$时，令$m=\dfrac{3}{2}$，则$m+2=\dfrac{7}{2}$，

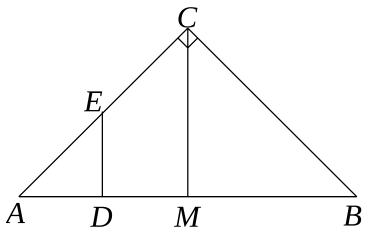
∴ $y_1>y_2$，不符合题意．

综上所述，$t$的取值范围是$t \leqslant 2$． ……………………………………………6分

27．（本题满分 7 分）

(1)证明：∵△$ABC$ 中，∠$ACB$＝90°，$AC$＝$BC$，

∴∠A＝45°．




∵$DE$⊥$AB$，

∴∠$AED$＝∠A＝45°，

∴$DE$＝$AD$．

∵$DE$＝$DM$，

∴$AD$＝$DM$，

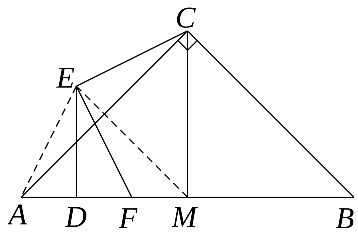
即 $D$ 是 $AM$ 的中点．　　……………………………………………2 分

(2) $BF$＝2$DE$．　　……………………………………………3 分

证明：如图，连接 $EA$，$EM$．

∵$DE$＝$DM$，$DE$⊥$AB$，

∴△$EDM$ 是等腰直角三角形，




∴∠$EMA$＝45°．

∵在△$ABC$ 中，∠$ACB$＝90°，$AC$＝$BC$，

$M$ 为 $AB$ 中点，

∴∠$CMA$＝90°，$AM$＝$CM$，

∴∠$EMC$＝45°．

在△$EMA$ 和△$EMC$ 中，

$AM$＝$CM$，∠$EMA$＝∠$EMC$＝45°，$EM$＝$EM$，

∴△$EMA$≌△$EMC$，

∴∠$EAM$＝∠$ECM$．

∵在四边形 $CEFM$ 中，$EF$⊥$CE$，∠$CMA$＝90°，

∴∠$EFM$＋∠$ECM$＝360°－(∠$CEF$＋∠$CMF$)＝180°．

又∵∠$EFA$＋∠$EFM$＝180°，

∴∠$EFA$＝∠$ECM$，

∴∠$EAM$＝∠$EFA$，

∴$EA$＝$EF$，

又∵$DE$⊥$AF$，

∴$D$ 为 $AF$ 的中点，

∴$BF$＝$AB$－$AF$＝2$AM$－2$AD$＝2$DM$＝2$DE$，

即 $BF$＝2$DE$．　　……………………………………………7 分

28．(本题满分 7 分)

解：(1) ① $BC$；　　…………………………………………… 1 分

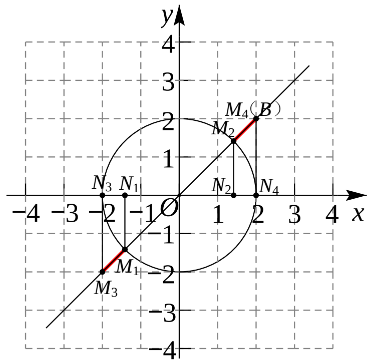
② 如图，设直线 $OB$ 与⊙$O$ 交于点 $M_1$，$M_2$，⊙$O$ 与 $x$ 轴交于点 $N_3$，$N_4$．

过 $M_1$，$M_2$ 分别作 $M_1N_1\perp x$ 轴，$M_2N_2\perp x$ 轴，垂足为 $N_1$，$N_2$，

过点 $N_3$，$N_4$ 分别作 $M_3N_3\perp x$ 轴，$M_4N_4\perp x$ 轴，交直线 $OB$ 于点 $M_3$，$M_4$.

∵$MN$ 是⊙$O$ 的“交割线段”，

∴点 $M$ 位于线段 $M_1M_3$ 或 $M_2M_4$ 上(不含端点).




∵$B(2，2)$，

∴$\angle BON_2=\angle N_1OM_1=45°$ .

∵$OM_1=OM_2=2$，

∴$ON_1=ON_2=\sqrt{2}$，

∴点 $M$ 的横坐标 $m$ 的取值范围是

$-2<m<-\sqrt{2}$，或 $\sqrt{2}<m<2$.

………………………………………… 3 分

(2) $3-2\sqrt{5}<t\leqslant 1$，或 $2\sqrt{2}\leqslant t<5$. ………………………………………… 7 分