



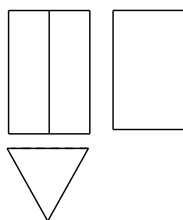
考 生 须 知	1. 本试卷共 8 页, 共三道大题, 28 道小题, 满分 100 分, 考试时间 120 分钟. 2. 在试卷和答题卡上正确填写学校名称、姓名和考号. 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效. 4. 在答题卡上, 选择题、作图题用 2B 铅笔作答, 其他试题用黑色签字笔作答.
------------------	---

一、选择题: (共 16 分, 每小题 2 分)

第 1—8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个.

1. 右图是某几何体的三视图, 该几何体是

- (A) 圆柱 (B) 圆锥
(C) 长方体 (D) 三棱柱

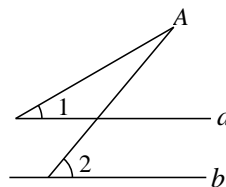


2. 截止 2024 年 2 月 18 日, 在春节期间延庆区共接待游客 1320000 人, 火盆锅、十字花柿为火热的延庆旅游春节档增添了流量. 将 1320000 用科学记数法表示应为

- (A) 0.132×10^7 (B) 1.32×10^7 (C) 1.32×10^6 (D) 13.2×10^5

3. 如图, 直线 $a \parallel b$, 若 $\angle 1 = 30^\circ$, $\angle 2 = 50^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数为

- (A) 20° (B) 30°
(C) 40° (D) 50°



4. 下列图形, 既是中心对称图形又是轴对称图形的是



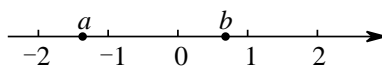
- (A) (B) (C) (D)

5. 正七边形的外角和是

- (A) 180° (B) 360° (C) 900° (D) 1260°

6. 实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示, 下列结论正确的是

- (A) $a > -1$ (B) $b < 1$
(C) $a > b$ (D) $a + b > 0$



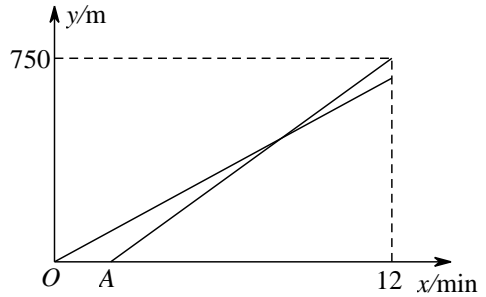
7. 不透明的盒子中装有黑白两个小球, 除颜色外两个小球无其他差别. 从中随机摸出一个小球, 放回并摇动, 再从中随机摸出一个小球, 那么第一次摸出白球, 第二次摸出黑球的概率是

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{3}{4}$

8. 小明和弟弟周末去图书馆. 二人先后从家出发沿同一条路匀速去往图书馆, 小明用 10min 到达图书馆, 弟弟比他早出发 2min, 但是在小明到达时弟弟还距离图书馆 30m. 设小明和弟弟所走的路程分别为 y_1 , y_2 , 其中 y_1 , y_2 与时间 x 之间的函数关系如图所示. 则下列结论正确的是

- ①小明家与图书馆之间的距离为 750m;
- ②当小明出发时, 弟弟已经离家 120m;
- ③小明每分钟比弟弟多走 10m;
- ④小明出发 7 分钟后追上弟弟.

- (A) ①② (B) ①③
(C) ②③ (D) ①②④



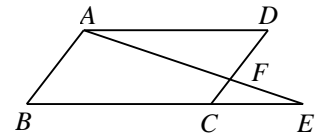
二、填空题 (共 16 分, 每小题 2 分)

9. 若代数式 $\frac{1}{x-4}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

10. 分解因式: $x^3 - xy^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 方程 $\frac{2}{3x-1} = \frac{1}{x}$ 的解为_____.

12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若点 $A(1, y_1)$, $B(3, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象上, 则 y_1 _____ y_2 (填 “>” “=” 或 “<”).



13. 如图, $\square ABCD$ 中, 延长 BC 至 E , 使得 $CE = \frac{1}{2} BC$. 若 $CF=2$, 则 DF 的长为_____.

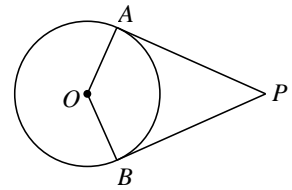
14. 某次射击训练中, 在同一条件下, 甲、乙两名运动员五次射击成绩如下表:

甲	8	6	7	7	7
乙	9	5	7	6	8

甲、乙二人射击成绩的平均数分别为 $\bar{x}_甲$, $\bar{x}_乙$, 方差分别为 $s_甲^2$, $s_乙^2$,

则 $\bar{x}_甲$ _____ $\bar{x}_乙$, $s_甲^2$ _____ $s_乙^2$ (填 “>” “<” 或 “=”).

15. 如图, PA , PB 与 $\odot O$ 分别相切于 A , B 两点, 连接 OA , OB . 若 $\angle APB=48^\circ$, 则 $\angle AOB$ 的度数为_____.



16. 小明是某蛋糕店的会员, 他有一张会员卡, 在该店购买的商品均按定价打八五折. 周末他去蛋糕店, 发现店内正在举办特惠活动: 任选两件商品, 第二件打七折, 如果两件商品不同价, 则按照低价商品的价格打折, 并且特惠活动不能使用会员卡. 小明打算在该店购买两个面包, 他计算后发现, 使用会员卡与参加特惠活动两者的花费相差 0.9 元, 则_____花费较少 (直接填写序号: ①使用会员卡; ②参加特惠活动); 两个面包的定价相差_____元.

三、解答题 (共 68 分; 17-20 题, 每小题 5 分; 21 题 6 分; 22 题 5 分; 23 题 6 分; 24 题 5 分; 25-26 题, 每小题 6 分; 27-28 题, 每小题 7 分)

17. 计算: $4\sin 45^\circ - \sqrt{8} + (\frac{1}{3})^{-1} + |-2|$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x+1 \geq x, \\ \frac{x+3}{2} > 2x. \end{cases}$$

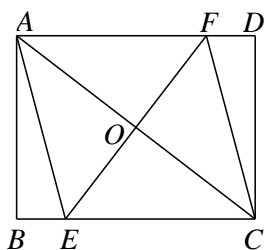
19. 已知 $x^2 - x - 3 = 0$, 求代数式 $x(x-4) + (x+1)^2$ 的值.

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 3m + 1 = 0$ 有实数根, 且 m 为正整数, 求 m 的值及此时方程的根.

21. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 的垂直平分线与边 BC, AD 分别交于点 E, F , 连接 AE, CF .

(1) 求证: 四边形 $AECF$ 是菱形;

(2) 连接 OB , 若 $AF = 4$, $\tan \angle AEB = \sqrt{15}$, 求 OB 的长.



22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象经过点 $A(0, 1)$ 和点 $B(3, 2)$.

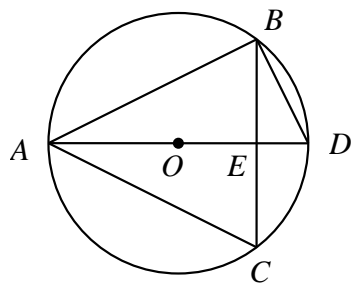
(1) 求这个一次函数的表达式;

(2) 当 $x < 3$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = mx - 1 (m \neq 0)$ 的值小于一次函数 $y = kx + b$ 的值, 直接写出 m 的取值范围.

23. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, $\odot O$ 的直径 AD 交 BC 于点 E , 点 D 为 \widehat{BC} 的中点, 连接 BD .

(1) 求证: $\angle DBC = \angle BAD$;

(2) 过点 C 作 $CF \perp BD$, 交 BD 的延长线于点 F , 若 $\cos \angle DBC = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $DF = 3$, 求 AC 的长.



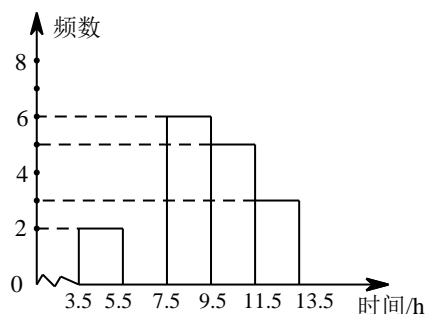
24. 某校七、八年级各有 400 名学生, 为了了解他们每学期参加社会实践活动的时间情况, 现从七、八年级各随机抽取 20 名学生进行调查, 下面给出部分信息.

a. 七年级 20 名学生参加社会实践活动时间的数据如下:

3, 4, 8, 9, 6, 8, 10, 11, 5, 7, 4, 11, 9, 6, 7, 9, 10, 9, 10, 5

b. 八年级 20 名学生参加社会实践活动时间的数据的频数分布直方图如下: (数据分为 5 组: $3.5 \leq x < 5.5$,

$5.5 \leq x < 7.5$, $7.5 \leq x < 9.5$, $9.5 \leq x < 11.5$, $11.5 \leq x < 13.5$)



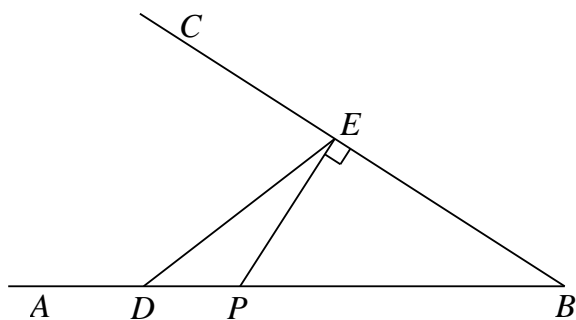
c. 八年级 20 名学生参加社会实践活动时间的数据在 $7.5 \leq x < 9.5$ 这一组的是：

时间/h	8	9
人数	4	2

根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 补全 b 中的频数分布直方图；
- (2) 七年级 20 名学生参加社会实践活动时间的数据的众数是_____；
八年级 20 名学生参加社会实践活动时间的数据的中位数是_____；
- (3) 为鼓励学生积极参加社会实践活动，对七、八年级在本学期参加社会实践活动时间不小于 8 小时的同学进行表彰，估计这两个年级共有多少同学受表彰？

25. 如图，已知 $\angle ABC$ ，点 D 是边 AB 上一点，且 $DB=6\text{cm}$ ，点 P 是线段 DB 上的动点，过点 P 作 BC 的垂线，垂足为 E ，连接 DE 。设 $DP=x$ ， $DE=y$ 。



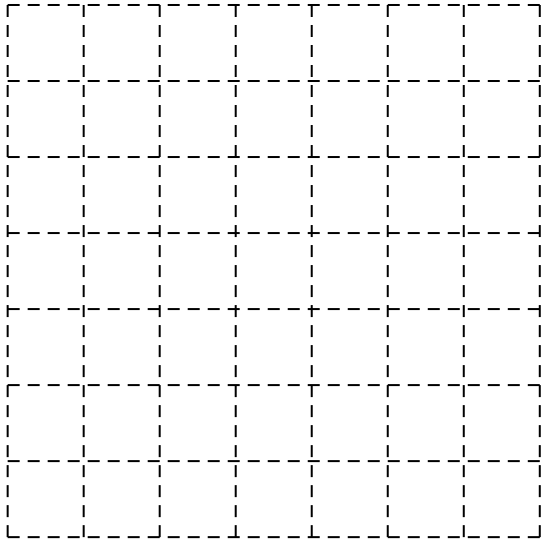
通过分析发现可以用函数来刻画 y 与 x 之间的关系，请将以下过程补充完整：

(1) 选点、画图、测量，得到 x 与 y 的几组数值，数据如下：

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y/cm	2.0	2.2	2.8	3.5	4.3	5.1	m

(说明：补全表格时相关数值保留一位小数)；

- (2) 自变量 x 的取值范围是_____；
- (3) 在平面直角坐标系 xOy 中，画出此函数的图象；



(4) 结合函数图象解决问题：当 $DE=2DP$ 时， DE 的长约为_____cm.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(3, m)$ ，点 $B(5, n)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 上. 设抛物线的对称轴为直线 $x = t$.

(1) 若 $m = n$ ，求 t 的值；

(2) 点 $C(x_0, p)$ 在该抛物线上，若对于 $0 < x_0 < 1$ ，都有 $m < n < p$ ，求 t 的取值范围.

27. 在 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 D 在线段 AC 上（点 D 与点 A 、点 C 不重合），连接 BD ，过点 D 作 DB 的垂线交直线 AB 于点 E ，过点 A 作 AB 的垂线交直线 DE 于点 F .

(1) 如图 1，当点 D 在线段 AC 上时，

① 求证： $\angle ABD = \angle AFD$ ；

② 用等式表示线段 AB ， AD ， AF 之间的数量关系并证明.

(2) 如图 2，当点 D 在线段 AC 的延长线上时，依题意补全图形，并直接用等式表示线段 AB ， AD ， AF 之间的数量关系.

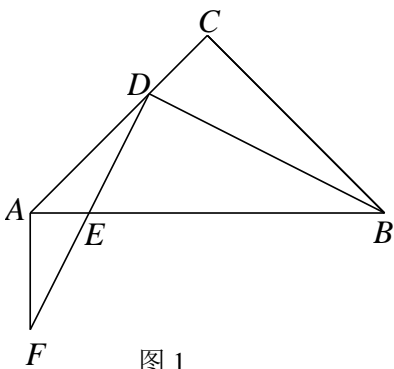


图 1

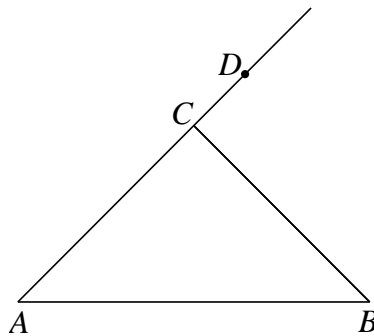


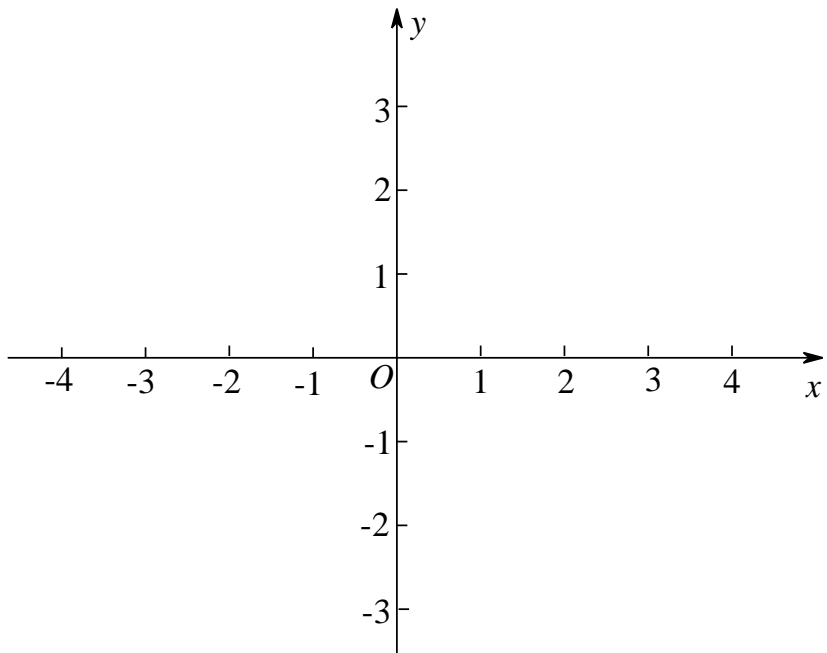
图 2

28. 我们规定：将图形 M 先向右平移 $a (a > 0)$ 个单位，得到图形 M' ，再作出图形 M' 关于直线 $x = b$ 的对称图形 M'' ，则称图形 M'' 是图形 M 的 a, b 平对图形.

(1) 已知点 $B(1, 2)$ ，若 $a = 3$ ， $b = 1$ ，则点 B' 的坐标是_____；点 B'' 的坐标是_____；

(2) 已知点 $C(0, 3)$ ，它的平对图形 $C''(4, 3)$ ，求出 a 与 b 的数量关系；

(3) 已知 $\odot O$ 的半径为 1，其中 $a \geq 1$ ，若存在实数 b ，使 $\odot O$ 的平对图形与直线 $y = ax + b$ 有公共点，直接写出 b 的最小值及相应的 a 的值。



参考答案

第一部分 选择题

一、选择题 (共 16 分, 每小题 2 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	A	D	B	B	C	A

第二部分 非选择题

二、填空题: (共 16 分, 每小题 2 分)

9. $x \neq 4$ 10. $x(x+y)(x-y)$ 11. $x=1$ 12. $>$

13. 4 14. $=, <$ 15. 132 16. ①, 6

三、解答题 (共 68 分)

17. 解: $4\sin 45^\circ - \sqrt{8} + (\frac{1}{3})^{-1} + |-2|$

$$= 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} + 3 + 2 \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$= 5. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

18. 解:
$$\begin{cases} 2x+1 \geq x, \text{①} \\ \frac{x+3}{2} > 2x. \text{②} \end{cases}$$

由①得, $x \geq -1$;2 分

由②得, $x < 1$;4 分

\therefore 原不等式组的解集为: $-1 \leq x < 1$5 分

19. 解: $x(x-4) + (x+1)^2$

$$= x^2 - 4x + x^2 + 2x + 1$$

$$= 2x^2 - 2x + 1$$

$$= 2(x^2 - x) + 1. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$\because x^2 - x - 3 = 0,$

$$\therefore x^2 - x = 3. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

\therefore 原式=7.5 分

20. 解: \because 关于 x 的方程 $x^2 - 4x + 3m + 1 = 0$ 有实数根,

$\therefore \Delta \geq 0.$

$\because a=1, b=-4, c=3m+1,$

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4(3m+1) = 12 - 12m \geq 0.$$

$\therefore m \leq 1. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$\because m$ 为正整数,

.....3 分

$\therefore m = 1.$

\therefore 此时的方程为: $x^2 - 4x + 4 = 0.$ 4分

\therefore 方程的解为: $x_1 = x_2 = 2.$ 5分

21. (1) 证明: \because 矩形 $ABCD,$

$\therefore AF \parallel EC,$

$\therefore \angle FAC = \angle ACE.$

$\because EF$ 的垂直平分 $AC,$

$\therefore AO = CO, \angle AOF = \angle EOC = 90^\circ .$

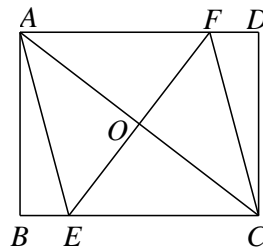
$\therefore \triangle AOF \cong \triangle EOC.$

$\therefore AF = EC.$

\therefore 四边形 $AECF$ 为平行四边形.

$\because \angle AOF = 90^\circ ,$

\therefore 平行四边形 $AECF$ 为菱形.3分



(2) 解: \because 菱形 $AECF,$

$\therefore AF = AE = EC = 4.$

\because 矩形 $ABCD,$

$\therefore \angle ABC = 90^\circ .$

$\because \tan \angle AEB = \sqrt{15} ,$

$\therefore \frac{AB}{EB} = \sqrt{15} .$

设 $BE = x,$ 则 $\sqrt{15}x ,$

在 $\text{Rt}\triangle AEB$ 中, 由勾股定理得 $AB^2 + BE^2 = AE^2 ,$

$\therefore x = 1.$

$\therefore BE = 1, BC = 5.$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 由勾股定理得 $AB^2 + BC^2 = AC^2 ,$

$\therefore AC = 2\sqrt{10} .$

$\therefore OB = \frac{1}{2}AC = \sqrt{10} .$ 6分

22. 解: (1) \because 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象经过点 $A (0, 1)$ 和点 $B (3, 2),$

$$\therefore \begin{cases} 1 = b, \\ 2 = 3k + b. \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} b = 1, \\ k = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

∴一次函数表达式为 $y = \frac{1}{3}x + 1$3分

(2) m 的取值范围是 $\frac{1}{3} \leq m \leq 1$5分

23. (1) 证明:

∵点 D 为 \widehat{BC} 的中点,

∴弧 $CD =$ 弧 BD .

∴ $\angle DBC = \angle BAD$2分

(2) ∵ $\cos \angle DBC = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

∴ $\angle DBC = 30^\circ$.

∵ AD 是 $\odot O$ 的直径, $AD \perp BC$,

∴ $\angle ABD = 90^\circ$.

∴ $\angle ABC = 60^\circ$.

∵ 弧 $AB =$ 弧 AC ,

∴ $AB = AC$.

∴ $\triangle ABC$ 是等边三角形.

∴ $AC = BC$.

∵ $\angle DBC = \angle DAC = 30^\circ$,

∴ $\angle BAD = 30^\circ$.

∴ $\angle BDA = \angle ADC = 60^\circ$.

∴ $\angle CDF = 60^\circ$.

∵ $CF \perp BD$,

∴ $\angle DCF = 30^\circ$.

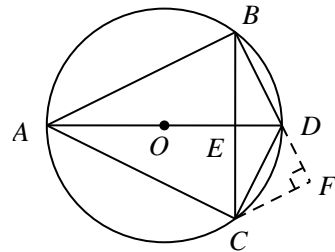
∵ $DF = 3$,

∴ $DC = 6$.

∴ $AD = 12$.

∴ $AC = BC = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}$.

∴ AC 的长是 $6\sqrt{3}$6分



24. 解: (1) 图略;1分

(2) 七年级 20 名学生参加社会实践活动时间的数据的众数是 9;2分

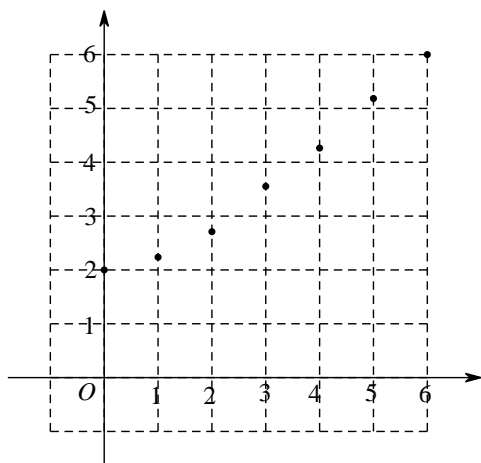
八年级 20 名学生参加社会实践活动时间的数据的中位数是 8.5;3分

(3) 估计这两个年级共有 500 名同学受表彰.5分

25. 解: (1) 表中的 m 的值为 6.0;1分

(2) x 的取值范围是 $0 \leq x \leq 6$;3分

(3)



.....5分

.....6分

(3) DE 的长约为 2.4 cm.

26. (1) 解: \because 点 $A(3, m)$, 点 $B(5, n)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 上, 且 $m = n$, 抛物线的对称轴为 $x = t$,

$$\therefore 5 - t = t - 3.$$

$$\therefore t = 4.$$

.....2分

(2) \because 点 $A(3, m)$, 点 $B(5, n)$, 点 $C(x_0, p)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 上,

$$\therefore m = 9a + 3b + c,$$

$$n = 25a + 5b + c,$$

$$p = ax_0^2 + bx_0 + c.$$

.....3分

$$\because m < n < p,$$

$$\therefore m < n \text{ 且 } n < p.$$

① 当 $m < n$ 时, 有 $9a + 3b + c < 25a + 5b + c$,

$$\therefore 9a + 3b < 25a + 5b.$$

$$\therefore 8a + b > 0.$$

$$\therefore b > -8a.$$

$$\because a > 0.$$

$$\therefore -a < 0.$$

$$\therefore \frac{b}{-2a} < 4.$$

$$\because -\frac{b}{2a} = t,$$

$$\therefore t < 4.$$

.....4分

② 当 $n < p$ 时, 有 $25a + 5b + c < ax_0^2 + bx_0 + c$,

$$\therefore 5b - bx_0 < ax_0^2 - 25a.$$

$\therefore b(5-x_0) < a(x_0+5)(x_0-5)$.

$\therefore 0 < x_0 < 1$,

$\therefore b < a(x_0+5)$.

$\therefore -\frac{b}{2a} > \frac{x_0+5}{2}$.

$\therefore t \geq 3$5分

综上: $3 \leq t < 4$6分

27. (1) ①证明: $\because DB \perp DE, AF \perp AB$,

$\therefore \angle BDE = \angle EAF = 90^\circ$.

$\therefore \angle DBE + \angle DEB = \angle AFE + \angle AEF$.

$\because \angle DEB = \angle AEF$,

$\therefore \angle DBE = \angle AFE$2分

②过点 D 作 $DG \perp AC$, 交 AB 于 G ,

$\because AC = BC, \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle DAG = \angle DGA = 45^\circ$.

$\therefore AD = DG, \angle DGB = \angle DAF = 135^\circ$.

$\because \angle ADG = \angle BDF = 90^\circ$,

$\therefore \angle DAF = \angle BDG$.

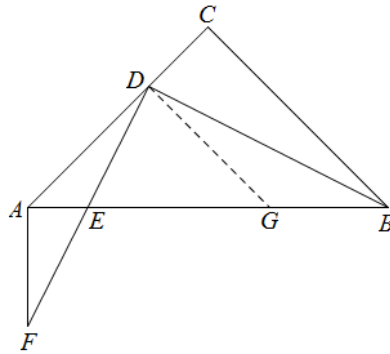
$\therefore \triangle DAF \cong \triangle BDG$.

$\therefore AF = BG$.

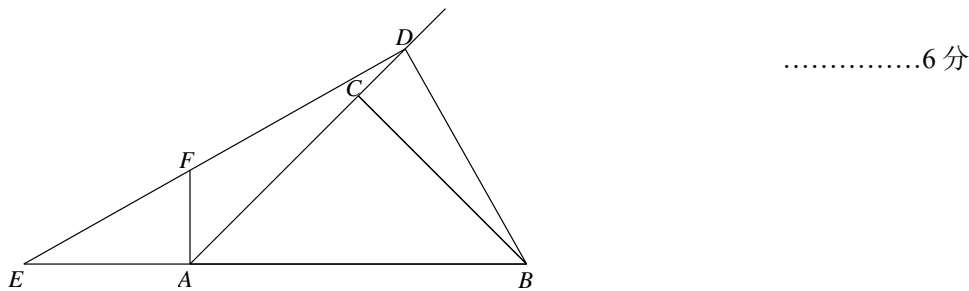
在 $\text{Rt}\triangle ADG$ 中, 由勾股定理得, $AG = \sqrt{2}AD$4分

$\because AB = AG + BG$,

$\therefore AB = \sqrt{2}AD + AF$5分



(2)



$AB = \sqrt{2}AD - AF$7分

28. 解: (1) 点 B' 的坐标是 $(4, 2)$; 点 B'' 的坐标是 $(-2, 2)$;2分

(2) \because 点 $C(0, 3)$, 它的平对图形 $C''(4, 3)$,

\therefore 设 $C(0, 3)$ 向右平移 a 个单位长度, 得到 $C'(a, 3)$, C' 关于直线 $x=b$ 的对称图形 C'' ,

$\therefore 4-b=b-a$.

.....4分

$$\therefore 2b-a=4.$$

(3) b 的最小值为 $\frac{1-\sqrt{2}}{3}$, 相应的 a 的值为 1.7 分