2024 北京通州初三一模

数　　学

考生须知

1．本试卷共 8 页，共三道大题，28 个小题，满分为 100 分，考试时间为 120 分钟．

2．请在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名．

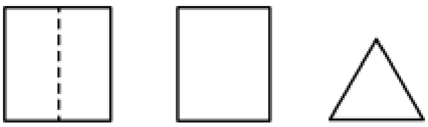
3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效．

4．在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答．

5．考试结束后，请将答题卡交回．

一、选择题（本题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）每题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1. 如图是某几何体的三视图，该几何体是（　）

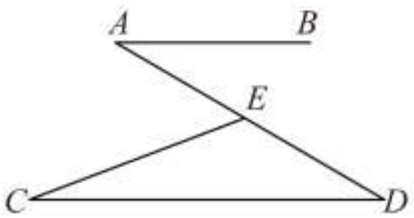


A. 三棱柱　　B. 三棱锥　　C. 长方体　　D. 圆柱

2. 2024 年政府工作报告中提出“大力推进现代化产业体系建设，加快发展新质生产力”．北京正在建设国际科技创新中心，人工智能产业是北京的主导产业之一．目前，人工智能相关企业数量约 2200 家，全国 40%人工智能企业聚集于此．2023 年，北京在人工智能领域融资总额约 223 亿元，约占全国四分之一．数据 22300000000 用科学记数法表示应为（　）

A. 0.223×10^{11}　　B. 2.23×10^{10}　　C. 22.3×10^{9}　　D. 223×10^{8}

3. 如图，已知 $AB \parallel CD$，点 E 在线段 AD 上（不与点 A，点 D 重合），连接 CE．若 $\angle C=20°$，$\angle AEC=50°$，则 $\angle A=$（　）

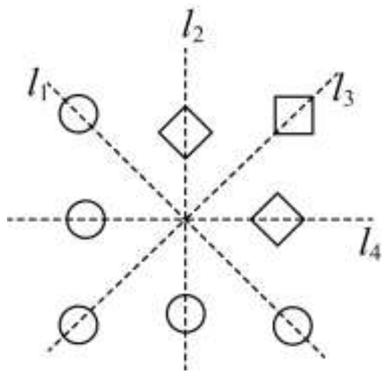


A. 10°　　B. 20°　　C. 30°　　D. 40°

4. 已知关于 x 的方程 $x^2-4x+n=0$ 有两个不相等的实数根，则 n 的取值范围是（　）

A. $n<4$　　B. $n\le4$　　C. $n>4$　　D. $n=4$

5. 如图，由 5 个“○”和 3 个“□”组成的图形关于某条直线对称，该直线是（　）



A. l_1　　B. l_2　　C. l_3　　D. l_4

6. 一个不透明的口袋中有 2 个红球和 1 个白球，这三个球除颜色外完全相同．摇匀后，随机从中摸出一个小球不放回，再随机摸出一个小球，则两次摸出小球的颜色相同的概率是（　）

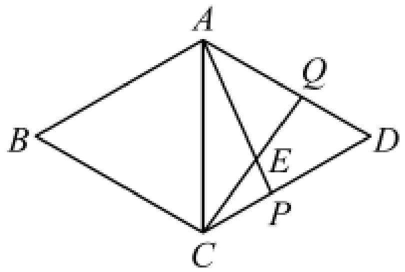
A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{2}$

7. 已知数轴上有 A、B 两点，点 B 在点 A 的右侧，若点 A、B 分别表示数 a、b，且满足 $a+b=2$，则下列各式的值一定为负数的是（　）

A. a　　B. $-a$　　C. $a-1$　　D. $b-1$

8. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=60°$，点 P 和点 Q 分别在边 CD 和 AD 上运动（不与 A、C、D 重合），满足 $DP=AQ$，连接 AP、CQ 交于点 E，在运动过程中，则下列四个结论正确的是（　　）

① $AP=CQ$；② $\angle AEC$ 的度数不变；③ $\angle APD+\angle CQD=180°$；④ $CP^2=AP\cdot EP$．



A. ①②　　B. ③④　　C. ①②④　　D. ①②③④

二、填空题（本题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）

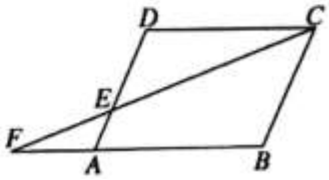
9. 若 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是______．

10. 分解因式：x^2y-4y=____．

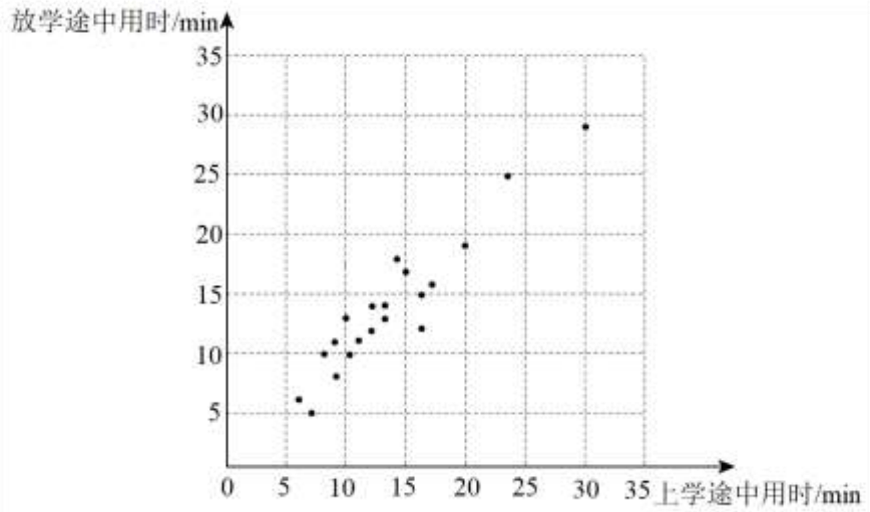
11. 分式方程 $\frac{2}{x+3}=\frac{1}{2x}$ 的解是 $x=$______．

12. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=x$ 与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 交于点 $P(m,3)$，则 k 的值是________．

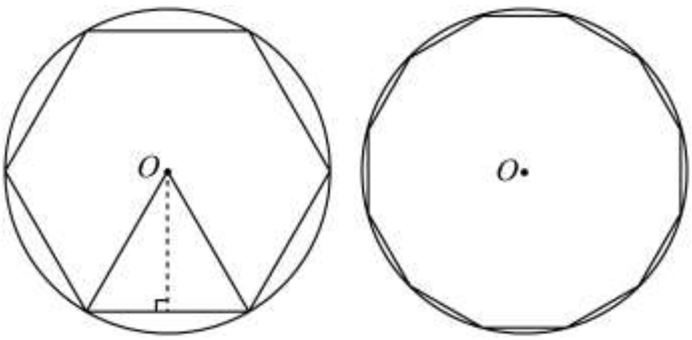
13. 如图，点 E 是▱$ABCD$ 的边 AD 上一点，且 $AE:DE=1:2$，连接 CE 并延长，交 BA 的延长线于点 F．若 $AF=6$，则 CD 的长为________．



14. 为合理安排进、离校时间，学校调查小组对某一天九年级学生上学、放学途中的用时情况进行了调查．本次调查在九年级随机抽取了 20 名学生，建立以上学途中用时为横坐标、放学途中用时为纵坐标的平面直角坐标系，并根据调查结果画出相应的点，如图所示：已知该校九年级共有 400 名学生，请估计九年级学生上学途中用时不超过 15min 的有________人．



15. 我国魏晋时期数学家刘徽在《九章算术注》中提出了著名的“割圆术”．所谓“割圆术”，是用圆内接正多边形的面积去无限逼近圆面积，并以此求取圆周率 π 的方法，刘徽指出“割之弥细，所失弥少．割之又割，以至于不可割，则与圆周合体，而无所失矣”．例如，$\odot O$ 的半径为 1，运用“割圆术”，以圆内接正六边形面积估计 $\odot O$ 的面积，$S_{正六边形}=6\times\frac{1}{2}\times1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，所以 $\odot O$ 的面积近似为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$，由此可得 π 的估计值为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$，若用圆内接正十二边形估计 $\odot O$ 的面积，可得 π 的估计值为________．



16. 某公司筹备一场展览会，现列出筹备展览会的各项工作．具体筹备工作包含以下内容（见下表）．其中，“前期工作”是指相对于某项工作，排在该工作之前需完成的工作称为该工作的前期工作．

工作代码	工作名称	持续时间（天）	前期工作

A	张贴海报、收集作品	7	无
B	购买展览用品	3	无
C	打扫展厅	1	无
D	展厅装饰	3	C
E	展位设计与布置	3	ABD
F	展品布置	2	E
G	宣传语与环境布置	2	ABD
H	展前检查	1	FG

（1）在前期工作结束后，完成“展厅装饰 ”最短需要________天；

（2）完成本次展览会所有筹备工作的最短总工期需要________天．

三、解答题（本题共 68 分，第 17-20 题每题 5 分；第 21 题 6 分；第 22 题 5 分；第 23-24 题每题 6 分；第 25 题 5 分；第 26 题 6 分；第 27-28 题每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

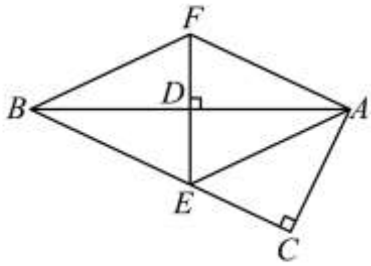
17. 计算：$4\sin 45°-\sqrt{8}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}+(3-\pi)^{0}$.

18. 解不等式组：$\begin{cases}2(x-1)<x+2,\\ \frac{x+1}{2}<x.\end{cases}$

19. 已知$2x^{2}-x-1=0$，求代数式$4x(x-1)+(2x+1)(2x-1)$的值.

20. 2023 年 12 月 27 日北京城市副中心“三大文化建筑”之一的北京城市图书馆对外开放，其总建筑面积约7.5万平方米，藏书量达 800 万册，建有世界最大的单体图书馆阅览室．图书馆内的功能区设置阅览坐席，方便读者使用．其中，山体阅览区、非遗文献馆、少年儿童馆的坐席总数为 1900 个，非遗文献馆的坐席数与少年儿童馆坐席数之比为$2:3$，山体阅览区的坐席数是少年儿童馆坐席数的 4 倍多 200 个，求山体阅览区、非遗文献馆、少年儿童馆的坐席数量.

21. 如图，$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，点D为AB边中点，过D点作AB的垂线交BC于点E，在直线DE上截取DF，使$DF=ED$，连结AE、AF、BF.



（1）求证：四边形 $AEBF$ 是菱形；

（2）若 $\sin\angle EAF=\dfrac{4}{5}$，$BE=5$，求 AD 的长.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的图象经过点 $A\left(0,-1\right)$ 和 $B\left(4,3\right)$，与过点 $\left(0,-3\right)$ 且平行于 x 轴的直线交于点 C.

（1）求该函数的表达式及点 C 的坐标；

（2）当 $x>-2$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=mx\left(m\neq 0\right)$ 的值大于函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的值，直接写出 m 的取值范围.

23. 为了选出适应市场需求的小番茄秧苗，在条件基本相同的情况下，工作人员把两个品种的小番茄秧苗分别种植在甲、乙两个大棚．对两个品种的小番茄的产量进行了抽样调查，数据整理如下：

a．从甲、乙两个大棚各收集了 20 株秧苗，将每株秧苗上的小番茄的个数做如下记录：

甲：26 32 40 74 44 63 81 54 62 41 54 43 34 51 63 64 73 64 54 33

乙：27 34 46 52 48 67 82 48 56 63 73 35 56 56 58 60 36 46 40 71

b．对以上样本数据按如下分组整理：

个数 大棚	$25\le x<35$	$35\le x<45$	$45\le x<55$	$55\le x<65$	$65\le x<75$	$75\le x<85$
甲	4	4	m	n	2	1
乙	2	3	5	6	3	1

c．两组样本数据的平均数、众数、中位数和方差如下表所示：

统计量 大棚	平均数	众数	中位数	方差
甲	52.5	54	p	228.75
乙	52.7	56	54	196.41

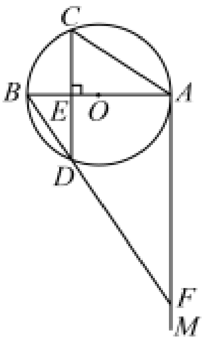
（1）$m=$________，$n=$________.

（2）$p=$________.

（3）可以推断出________大棚的小番茄秧苗品种更适应市场需求，理由为____________．（从两个不同

的角度说明推断的合理性）

24. 如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，过点 A 作 $\odot O$ 的切线 AM，C 是半圆 AB 上一点（不与点 A、B 重合），连结 AC，过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 E，连接 BD 并延长交 AM 于点 F.



（1）求证：$\angle CAB = \angle AFB$；

（2）若 $\odot O$ 的半径为 5，$AC = 8$，求 DF 的长.

25. 某部门研究本公司生产某种产品的利润变化 y（万元）与生产总量 x（吨）之间的关系情况，产品的生产总量为 x（吨）时，所获得的利润记为 p（万元），公司生产 x 吨产品所获得的利润与生产 $(x-1)$ 吨产品获得的利润之差记为 y（万元）.

例如：当 $x=0$ 时，$p=-1.00$，当 $x=1$ 时，$p=2.50$．所以，当 $x=1$ 时，$y=2.50-(-1.00)=3.50$；当 $x=1.5$ 时，$p=6.31$，当 $x=2.5$ 时，$p=16.19$．所以，当 $x=2.5$ 时，$y=16.19-6.31=9.88$．

记录的部分数据如下：

x	0	0.5	0.75	1	1.5	1.75	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
p	-1.00	-0.06	1.04	2.50	6.31	8.57	11.00	16.19	21.50	26.56	31.00	34.44	36.50	36.81	35.00
y				3.50	6.37	7.53	m	9.88	10.50	10.37	9.50	n	5.50	2.37	-1.50

根据以上数据，解决下列问题：

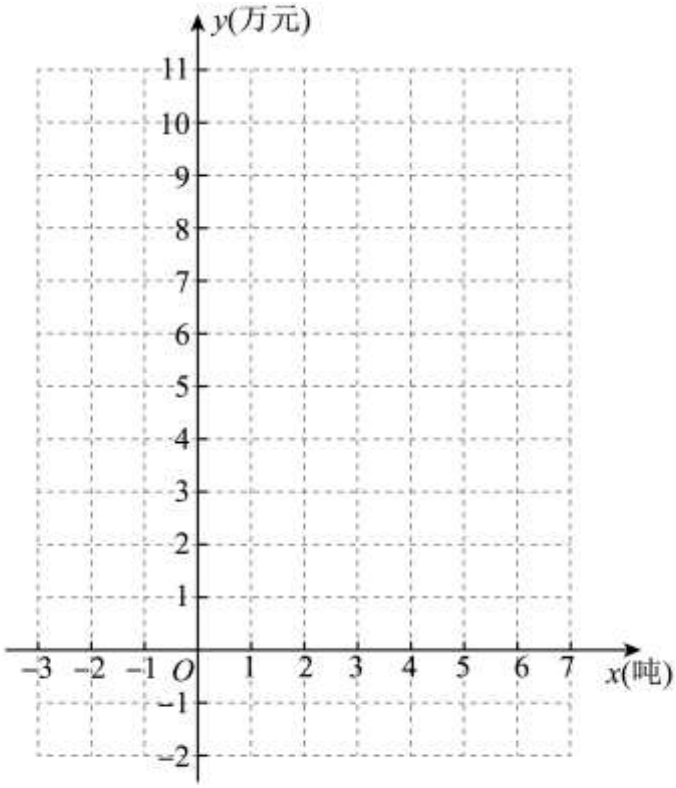
（1）$m=$________，$n=$_______.

（2）结合表中的数据，当 $1 \leqslant x \leqslant 6$ 时可以用函数刻画利润的变化量 y（万元）和生产总量 x（吨）之间的关系，在平面直角坐标系 xOy 中画出此函数的图象.

（3）结合数据，利用所画的函数图象可以推断：

①当生产总量约为________吨（精确到 0.1），利润变化值 y 最大.

②当生产总量约为________吨（精确到 0.1），利润开始降低.

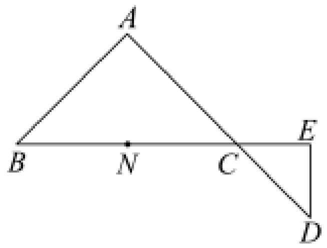


26. 在平面直角坐标系 xOy 中，$M(m,y_1)$，$N(m+2,y_2)$ 是抛物线 $y=ax^2+bx+c(a>0)$ 上两点，且满足 $m>0$．设抛物线的对称轴为直线 $x=t$．

（1）当 $y_1=y_2$ 时，写出 m，t 的之间的等量关系．

（2）当 $3<t<4$ 时，均满足 $c>y_2>y_1$，求 m 的取值范围．

27. 如图，将线段 AB 绕点 A 逆时针旋转 α 度（$0°<\alpha<180°$）得到线段 AC，连结 BC，点 N 是 BC 的中点，点 D，E 分别在线段 AC，BC 的延长线上，且 $CE=DE$．



（1）$\angle EDC=$________（用含 α 的代数式表示）；

（2）连结 BD，点 F 为 BD 的中点，连接 AF，EF，NF．

①依题意补全图形；

②若 $AF\perp EF$，用等式表示线段 NF 与 CE 的数量关系，并证明．

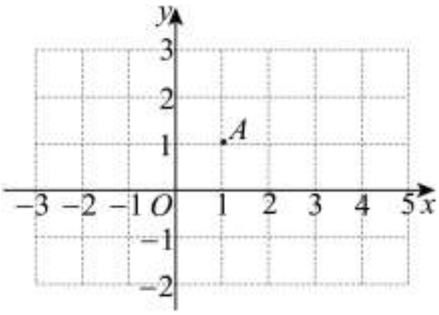
28. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $M(m,n)$，A 为坐标系中任意一点．现定义如下两种运动：P 运动：将点 A 向右平移 $|m|$ 个单位长度，再向上平移 $|n|$ 个单位长度，得到点 A'，再将点 A' 绕点 O 逆时针旋转 $90°$，得到点 A_1；

Q 运动：将点 A 绕点 O 逆时针旋转 $90°$，得到点 A''，再将点 A'' 向右平移 $|m|$ 个单位长度，再向上平移 $|n|$

个单位长度，得到点 A_2．

（1）如图，已知点 $A(1,1)$，$M(m,0)$，点 A 分别经过 P 运动与 Q 运动后，得到点 A_1，A_2．

①若 $m=1$，请你在下图中画出点 A_1，A_2 的位置；



②若 $A_1A_2=2$，求 m 的值．

（2）已知 $AB=t$，点 A，B 分别经过 P 运动与 Q 运动后，得到点 A_1，A_2 与点 B_1，B_2，连接 A_1B_1，A_2B_2．若线段 A_1B_1 与 A_2B_2 存在公共点，请直接写出此时线段 MO 长度的取值范围（用含有 t 的式子表示）．

参考答案

一、选择题（本题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）每题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1.【答案】A

【分析】本题考查了三视图的相关知识，其中主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面观察物体所得到的图形，三视图的掌握程度和空间想象能力是解题关键．结合选项，根据主视图和俯视图确定是柱体，锥体还是球体，再根据左视图确定具体形状.

【详解】解：由主视图和左视图为长方形可知，这个几何体是柱体，

由俯视图为三角形可知，这个柱体是三棱柱，

故选：A.

2.【答案】B

【分析】本题考查了把绝对较大的数用科学记数法表示，关键是确定 n 与 a 的值． 科学记数法的表示形式为 $a\times10^{n}$ 的形式，其中 $1\leq|a|<10$，n 为整数，它等于原数的整数数位与 1 的差.

【详解】解：$22300000000=2.23\times10^{10}$；

故选：B.

3.【答案】C

【分析】根据三角形外角的性质、平行线的性质进行求解即可；

【详解】解：∵ $\angle C+\angle D=\angle AEC$，

∴ $\angle D=\angle AEC-\angle C=50°-20°=30°$，

∵ $AB\parallel CD$，

∴ $\angle A=\angle D=30°$，

故选：C.

【点睛】本题主要考查三角形外角的性质、平行线的性质，掌握相关性质并灵活应用是解题的关键.

4.【答案】A

【分析】本题考查了一元二次方程根的判别式；根据方程有两个不相等的实数根，则判别式为正，解不等式即可求得 n 的取值范围.

【详解】解：∵关于 x 的方程 $x^2-4x+n=0$ 有两个不相等的实数根，

∴ $\Delta=(-4)^2-4\times1\times n>0$，

解得：$n<4$；

故选：A.

5.【答案】C

【分析】本题考查的是轴对称的性质，熟知如果两个图形的对应点的连线被同一条直线垂直平分，那么这两个图形关于这条直线对称是解题的关键．根据轴对称的性质解答即可.

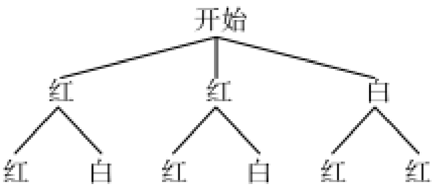
【详解】解：由图可知，该图形关于直线l_3对称．

故选：C

6.【答案】B

【分析】本题主要考查了树状图法或列表法求解概率，先画出树状图得到所有等可能性的结果数，再找到两次摸出小球的颜色相同的结果数，最后依据概率计算公式求解即可．

【详解】解：画树状图如下：



由树状图可知，一共有 6 种，其中两次摸出小球的颜色相同的结果数有 2 种，

∴两次摸出小球的颜色相同的概率为$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$，

故选：B．

7.【答案】C

【分析】本题考查了数轴，由点B在点A的右侧确定$a<b$是本题的关键．

因为点B在点A的右侧，所以$a<b$，由$a+b=2$，可得$b=2-a$，所以$a<2-a$，化简得$a<1$，所以$a-1$一定为负数．

【详解】解：由题意得，$a<b$，

$\because a+b=2$，即$b=2-a$，

$\therefore a<2-a$，

$\therefore a<1$，

$\therefore a-1<0$，

故选：C．

8.【答案】D

【分析】本题考查了菱形的性质，等边三角形的性质与判定，全等三角形的性质与判定，相似三角形的性质与判定，掌握以上知识点是解题的关键．

证明$\triangle ACP\cong\triangle CDQ$可得$\angle APC=\angle CQD$，$\angle PAC=\angle DCQ$，$AP=CQ$，进而判断①；进而可得$\angle APD+\angle CQD=180°$，进而判断②，根据$\angle QEP=120°$，进而判断③；证明$\triangle APC\backsim\triangle CPE$，进而判断④；

【详解】解：$\because ABCD$是菱形，$\angle ABC=60°$，$DP=AQ$，

$\therefore \angle ACP=\angle D=60°$,$\triangle ACD$是等边三角形，

$\therefore AC=CD$，

$\therefore \triangle ACP\cong\triangle CDQ$，

$\therefore \angle APC=\angle CQD$，$\angle PAC=\angle DCQ$，$AP=CQ$，故①正确；

$\because \angle APD+\angle APC=180^\circ$，

$\therefore \angle APD+\angle CQD=180^\circ$，故②正确；

$\because \angle D=60^\circ, \angle APD+\angle CQD=180^\circ$，

$\therefore \angle QEP=120^\circ$，

$\therefore \angle AEC=\angle QEP=120^\circ$，故③正确；

$\because \angle PAC=\angle DCQ$，$\angle APC=\angle EPC$，

$\therefore \triangle APC \backsim \triangle CPE$，

$\therefore \dfrac{AP}{CP}=\dfrac{CP}{EP}$，

$\therefore CP^2=AP\cdot EP$，故④正确；

故选：D．

二、填空题（本题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）

9.【答案】$x\ge 3$

【分析】此题主要考查了分式有意义及二次根式有意义的条件，正确掌握相关定义是解题关键．由分式有意义及二次根式有意义的条件，进而得出 x 的取值范围．

【详解】由二次根式的概念，可知 $x-3\ge 0$，

解得 $x\ge 3$．

故答案为：$x\ge 3$

10.【答案】$y(x+2)(x-2)$

【分析】要将一个多项式分解因式的一般步骤是首先看各项有没有公因式，若有公因式，则把它提取出来，之后再观察是否是完全平方公式或平方差公式，若是就考虑用公式法继续分解因式．

【详解】$x^2y-4y=y(x^2-4)=y(x+2)(x-2)$，

故答案为：$y(x+2)(x-2)$．

【点睛】提公因式法和应用公式法因式分解．

11.【答案】1

【分析】根据解分式方程的步骤“先去分母化为整式方程，再解整式方程，最后进行检验”进行解答即可得．

【详解】解：$\dfrac{2}{x+3}=\dfrac{1}{2x}$

方程两边同乘 $2x(x+3)$，得 $4x=x+3$，

移项，得 $3x=3$，

系数化为 1，得 $x=1$，

检验：当 $x=1$ 时，$2x(x+3)\ne 0$，

$\therefore$原分式方程的解为 $x=1$，

故答案为：1．

【点睛】本题考查了解分式方程，解题的关键是掌握解分式方程的方法并检验．

12.【答案】9

【分析】本题考查了正比例函数与一次函数的交点问题，交点坐标满足两个函数解析式是解答本题的关键．

根据反比例函数图象上点的坐标特征进行解答即可．

【详解】解：$\because$点$P(m,3)$在直线$y=x$上，

$\therefore m=3$，

$\therefore P\left(3,3\right)$，

$\because P\left(3,3\right)$在反比例函数图象上，

$\therefore k=3\times3=9$．

故答案为：9．

13.【答案】12

【分析】本题考查平行四边形的性质，相似三角形的判定和性质，关键是由$\triangle FAE\backsim\triangle CDE$，推出$AF:CD=AE:DE=1:2$．

由平行四边形的性质得到$AB\parallel DC$，推出$\triangle FAE\backsim\triangle CDE$，得到$AF:CD=AE:DE=1:2$，即可求出$CD=12$．

【详解】解：$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore AB\parallel DC$，

$\therefore\triangle FAE\backsim\triangle CDE$，

$\therefore AF:CD=AE:DE=1:2$，

$\because AF=6$，

$\therefore CD=12$．

故答案为：12．

14.【答案】280

【分析】本题考查了从图象获取信息，用样本估计总体，熟练掌握用样本估计总体的思想是解题的关键．根据图中信息，可得上学途中用时不超过15min的学生有14人，用总人数×抽取的学生中上学用时不超过15min的学生所占比例，即可求解．

【详解】解：根据图中信息可知，上学途中用时不超过15min的学生有14人，

故该校九年级学生上学途中用时不超过15min的人数为$400\times\dfrac{14}{20}=280$（人）．

故答案为：280．

15.【答案】3

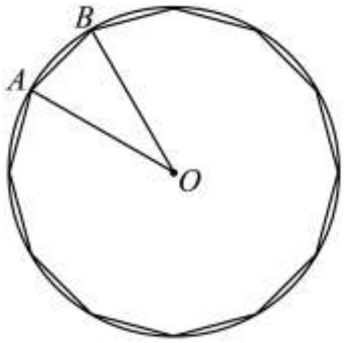
【分析】过A作$AM\perp OB$于M，求得$\angle AOB$的度数，根据直角三角形的性质得到AM，求出三角形

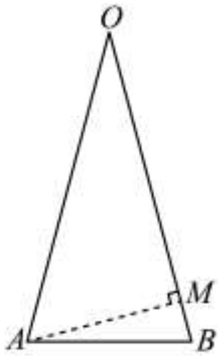
的面积，于是得到正十二边形的面积，根据圆的面积公式即可得到结论．

本题考查了正多边形与圆，三角形的面积的计算，正确地作出辅助线是解题的关键．

【详解】如图，AB是正十二边形的一条边，点O是正十二边形的中心，设$\odot O$的半径为1，

过A作$AM\perp OB$于M，





在正十二边形中，

$\angle AOB=360^\circ\div 12=30^\circ$，

$\therefore AM=\frac{1}{2}OA=\frac{1}{2}$

$\therefore S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}OB\cdot AM=\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

∴正十二边形的面积为$12\times\frac{1}{4}=3$，

$\therefore 3=1^2\times\pi$，

$\therefore \pi=3$，

$\therefore \pi$的近似值为3，

故答案为：3．

16.【答案】 ①. 4 ②. 13

【分析】本题考查了优化问题，即如何在最短的时间内完成工作，实现最优效果．

（1）根据表格知，完成“展厅装饰 ”要完成C、D两项工作，故可得到至少需要的天数；

（2）由表格知，完成A的时间里，可同时完成B、C、D的工作，可进行E的工作，则可进行G、H的工作，从而完成整个工作，从而可得最短总工作时间．

【详解】解：（1）由表格知，在前期工作结束后，完成“展厅装饰 ”最短需要$1+3=4$（天）；

故答案为：4；

（2）完成本次展览会所有筹备工作的路径为：$A\to E\to G\to H$，最短总工期需要的天数为：

$7+3+2+1=13$（天）；

故答案为为：13．

三、解答题（本题共68分，第17-20题每题5分；第21题6分；第22题5分；第23-24题每题6分；第25题5分；第26题6分；第27-28题每题7分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

17.【答案】5

【分析】本题考查了特殊角的三角函数值、二次根式的性质、负整数次幂和取绝对值等知识．先运用特殊角的三角函数值、二次根式的性质、负整数次幂和取绝对值对原式进行化简，然后再计算即可．

【详解】解：$4\sin 45^\circ-\sqrt{8}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}+(3-\pi)^0$

$=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}-2\sqrt{2}+4+1$

$=2\sqrt{2}-2\sqrt{2}+4+1$

$=5$．

18.【答案】$1<x<4$

【分析】首先解每个不等式，两个不等式的解集的公共部分就是不等式组的解集．

【详解】解：原不等式组为$\begin{cases}2(x-1)<x+2 & ①\\ \frac{x+1}{2}<x & ②\end{cases}$

解不等式①得，$x<4$，

解不等式②得，$x>1$，

∴原不等式组的解集为$1<x<4$．

【点睛】本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键．

19.【答案】3

【分析】本题考查了整式的乘法混合运算，涉及单项式乘多项式及平方差公式；先利用单项式乘多项式、平方差公式展开，再合并同类项；再由$2x^2-x-1=0$，得$2x^2-x=1$，最后整体代入即可求值．

【详解】解：原式$=4x^2-4x+4x^2-1$

$=8x^2-4x-1$；

$\because 2x^2-x-1=0$，

$\therefore 2x^2-x=1$，

$\therefore$原式$=4(2x^2-x)-1$

$=3$．

20.【答案】非遗文献馆的坐席数为 200 个，少年儿童馆坐席数为 300 个，山体阅览区的坐席数为 1400 个

【分析】本题考查的是一元一次方程的应用，找出等量关系列方程是解题关键，设非遗文献馆的坐席数为$2x$个，则少年儿童馆坐席数为$3x$个，山体阅览区的坐席数为$(12x+200)$个，根据坐席总数为 1900 个列方程解决即可．

【详解】解：设非遗文献馆的坐席数为$2x$个，则少年儿童馆坐席数为$3x$个，山体阅览区的坐席数为$(12x+200)$个，

根据题意得：$2x+3x+12x+200=1900$，

解得，$x=100$，

答：非遗文献馆的坐席数为 200 个，少年儿童馆坐席数为 300 个，山体阅览区的坐席数为 1400 个.

21.【答案】（1）证明见解析

（2）$AD=2\sqrt{5}$

【分析】本题考查了菱形的判定与性质、矩形的判定与性质、平行四边形的判定与性质、锐角三角函数定义以及勾股定理等知识，熟练掌握菱形的判定与性质是解题的关键.

（1）先证明四边形 $AEBF$ 是平行四边形，再由菱形的判定即可得出结论；

（2）过点 E 作 $EG\perp AF$ 于点 G，由菱形的性质得 $BE=AE=5, AF\,//\,BC$，再证明四边形 $ACEG$ 是矩形，得 $AC=EG, CE=AG$，进而解直角三角形求出 $EG=4, AG=3$，然后由勾股定理求出 AB 的长，即可解决问题.

【小问 1 详解】

证明：∵点 D 为 AB 边中点，

∴ $AD=BD$，

∵ $DF=ED$，

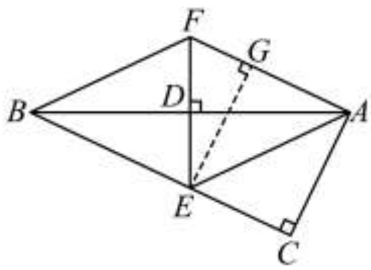
∴四边形 $AEBF$ 是平行四边形，

∵ $EF\perp AB$，

∴四边形 $AEBF$ 是菱形；

【小问 2 详解】

解：如图，过点 E 作 $EG\perp AF$ 于点 G，



∵四边形 $AEBF$ 是菱形，

∴ $BE=AE=5, AF\,//\,BC$，

∴ $EG\perp BC$，

∴ $\angle GEC=90°$，

∴ $\angle CEG=\angle GEC=\angle ACB=90°$，

∴四边形 $ACEG$ 是矩形，

∴ $AC=EG, CE=AG$，

∵ $\sin\angle EAF=\dfrac{EG}{AE}=\dfrac{4}{5}$，

$\therefore EG=\frac{4}{5}AE=\frac{4}{5}\times 5=4$，

在 $Rt\triangle AGE$ 中，由勾股定理得：$AG=\sqrt{AE^2-EG^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$，

$\therefore AC=EG=4, CE=AG=3$，

$\therefore BC=BE+CE=5+3=8$，

在 $Rt\triangle ABC$ 中，由勾股定理得：$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$，

$\because$ 点 D 为 AB 边中点，

$\therefore AD=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{5}=2\sqrt{5}$.

22.【答案】（1）$y=x-1$，$C(-2,-3)$

（2）$1\le m\le \frac{3}{2}$

【分析】（1）将 A 、 B 坐标分别代入函数表达式 $y=kx+b$，即可得到一次函数解析式，然后计算函数值为 -3 对应的自变量的值即可得到 C 点坐标；

（2）分情况讨论：当直线 $y=mx$ 过点 C 时和当直线 $y=mx$ 与直线 $y=x-1$ 平行时，即可得到符合条件的 m 的取值范围.

【小问 1 详解】

解：将 $A(0,-1)$、$B(4,3)$ 代入函数表达式 $y=kx+b$ 可得：

$$\begin{cases} b=-1 \\ 4k+b=3 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} k=1 \\ b=-1 \end{cases}$，

则函数的表达式为 $y=x-1$，

依题得，过点 $(0,-3)$ 且平行于 x 轴的直线为 $y=-3$，

$\because C$ 是该函数与过点 $(0,-3)$ 且平行于 x 轴的直线的交点，

$\therefore x-1=-3$，

解得 $x=-2$，$y=x-1=-2-1=-3$，

即 $C(-2,-3)$.

【小问 2 详解】

解：当直线 $y=mx$ 过点 C 时，

即把 $(-2,-3)$ 代入 $y=mx$，

得 $-2m=-3$，

$m=\frac{3}{2}$，

$\because$当$x>-2$时，对于x的每一个值，$y=mx\left(m\neq 0\right)$的值大于$y=x-1$的值，

$\therefore -2m\geq -2-1$，

解得$m\leq \frac{3}{2}$，

当$y=mx$与直线$y=x-1$平行时，$m=1$，

此时，满足条件，

且当$m<1$时，不满足条件，

即$1\leq m\leq \frac{3}{2}$．

【点睛】本题考查的知识点是待定系数法求解析式、一次函数的图象与性质，解题关键是熟练掌握数形结合的方法解题．

23.【答案】（1）4，5　（2）54

（3）乙；乙大棚每株秧苗上的小番茄个数的平均数高于甲大棚，且方差小，产量的稳定性更好

【分析】本题考查了众数、中位数以及平均数，掌握众数、中位数以及平均数的定义是解题的关键．

（1）根据收集数据进行求解；

（2）根据中位线的定义进行求解即可；

（3）根据平均数和方差进行求解即可．

【小问1详解】

解：甲大棚中$45\leq x<55$的有4株，$55\leq x<65$的有5株，

$\therefore m=4$，$n=5$；

故答案为：4，5；

【小问2详解】

解：将甲大棚中20株秧苗上小番茄的个数从小到大进行排序，排在第10、11位的都是54个，所以中位数为$\frac{54+54}{2}=54$，

故答案为：54．

【小问3详解】

解：乙大棚的小番茄秧苗品种更适应市场需求，因为乙大棚每株秧苗上的小番茄个数的平均数高于甲大棚，且方差小，产量的稳定性更好；

故答案为：乙，乙大棚每株秧苗上的小番茄个数的平均数高于甲大棚，且方差小，产量的稳定性更好．

24.【答案】（1）证明见解析

（2）$DF=\frac{32}{3}$

【分析】本题考查切线的判定和性质，垂径定理，圆周角定理以及勾股定理，掌握切线的性质和判断方法，

垂径定理，圆周角定理以及勾股定理是正确解答的关键．

（1）根据切线的性质，平行线的判定和性质以及圆周角定理即可得出结论；

（2）根据相似三角形的判定和性质以及垂径定理进行计算即可．

【小问 1 详解】

证明：$\because AM$ 是$\odot O$ 的切线，

$\therefore \angle BAM = 90^\circ$，

$\because CD \perp AB$ 于点 E，

$\therefore \angle CEA = 90^\circ$，

$\therefore CD \parallel AF$，

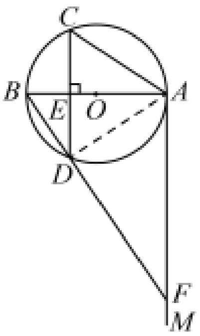
$\therefore \angle CDB = \angle AFB$，

$\because \angle CDB = \angle CAB$，

$\therefore \angle CAB = \angle AFB$．

【小问 2 详解】

解：连结 AD，



$\because CD \perp AB$ 于点 E， AB 是$\odot O$ 的直径，

$\therefore CE = DE$，

$\therefore AB$ 是 CD 的垂直平分线，

$\therefore AC = AD = 8$，

$\because \odot O$ 的半径为 5，

$\therefore AB = 10$，

$\therefore BD = 6$，

$\because AB$ 是$\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle BDA = 90^\circ$，

$\therefore \angle BAD = \angle AFB$，

$\therefore \tan\angle BAD = \tan\angle AFB$，

$\therefore \dfrac{AD}{DF} = \dfrac{BD}{AD}$，

$\therefore AD^2 = DF \cdot BD$，

$\therefore DF=\dfrac{32}{3}$.

25.【答案】（1） $8.50, 7.88$

（2）见详解　（3）①$3.2$（答案不唯一，介于$3.1\sim3.3$）；②$5.8$（答案不唯一，介于$5.6\sim5.9$）

【分析】本题考查二次函数的应用，理解题意并掌握描点作图的方法是解题的关键.

（1）根据题意和举例的计算方法求出m和n的值即可；

（2）将表格中数据对$(x，y)$描点并连线即可；

（3）①根据图象作答即可；

② $y=0$ 时对应 x 的值即为答案.

【小问 1 详解】

解：当 $x=2$ 时， $p=11.00$,

当 $x=1$ 时， $p=2.50$,

∴当 $x=2$ 时， $m=11.00-2.50=8.50$ ；

当 $x=4.5$ 时， $p=34.44$,

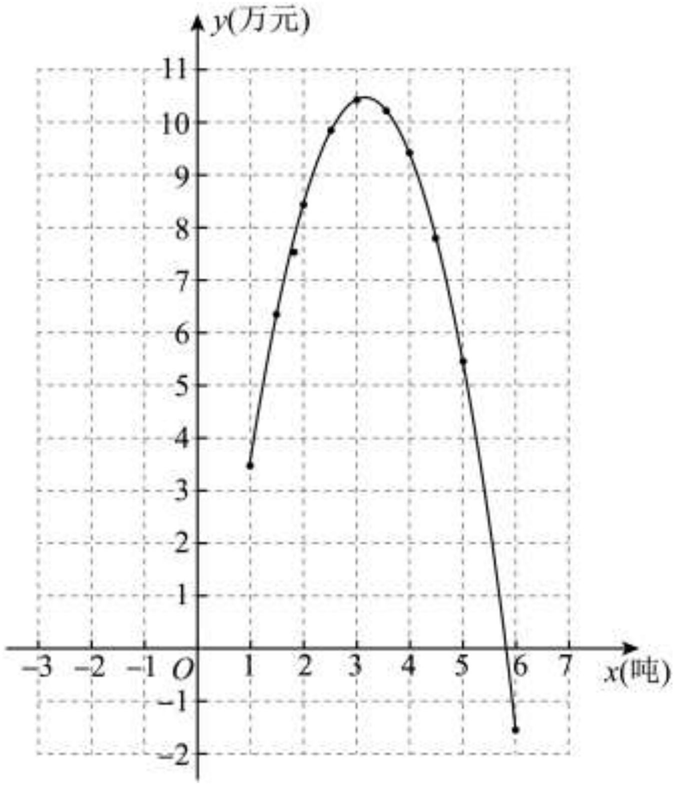
当 $x=3.5$ 时， $p=26.56$,

∴当 $x=4.5$ 时， $n=34.44-26.56=7.88$.

故答案为： $8.50, 7.88$.

【小问 2 详解】

描点并作图如图所示：



【小问 3 详解】

①由图象可知，当生产总量约为3.2吨时，利润变化值y最大；

②由图象可知，当生产总量约为5.8吨时，利润变化值$y=0$，之后利润开始降低.

故答案为：3.2，5.8.

26.【答案】（1）$t=m+1$

（2）$3\leqslant m\leqslant 4$

【分析】本题考查了二次函数的性质，二次函数图像上点的坐标特征，二次函数图像的对称性等知识.

（1）根据抛物线关于对称轴对待的性质，点 M、N 到对称轴的距离相等，即可求得 m，t 的之间的等量关系；

（2）将点M到对称轴的距离记为d_M，点N到对称轴的距离记为d_N，抛物线与y轴交点记为点$C\left(0,c\right)$，到对称轴的距离记为d_C．根据$c>y_2>y_1$，分别考虑$y_2>y_1$及$c>y_2$时m的范围，最后取两个范围的公共部分即可.

【小问1详解】

解：$\because$点$M\left(m,y_1\right)$，$N\left(m+2,y_2\right)$是抛物线$y=ax^2+bx+c(a>0)$上两点，

当$y_1=y_2$时，点M和点N关于抛物线的对称轴直线$x=t$对称，

$\therefore m+2-t=t-m$，

$\therefore t=\dfrac{m+m+2}{2}=m+1$.

【小问2详解】

解：将点$M\left(m,y_1\right)$到对称轴的距离记为d_M，点$N\left(m+2,y_2\right)$到对称轴的距离记为d_N，抛物线与y轴交点记为点$C\left(0,c\right)$，到对称轴的距离记为d_C.

$\because a>0$，$y_2>y_1$，

$\therefore$点N到对称轴的距离大于点M到对称轴的距离，即$d_N>d_M$，

$\therefore \left|m+2-t\right|>\left|m-t\right|$，

$\therefore (m+2-t)^2-(m-t)^2>0$，

$\therefore \left(m+2-t+m-t\right)\left(m+2-t-m+t\right)>0$，

$\therefore m>t-1$，

当$3<t<4$时，均满足$y_2>y_1$，

$\therefore m\geq 3$，

$\because a>0$，$c>y_2$，

$\therefore$点C到对称轴的距离大于点N到对称轴的距离，即$d_C>d_N$，

$\therefore \left|t\right|>\left|m+2-t\right|$，

$\therefore t^2-(m+2-t)^2>0$，

$\therefore m < 2t - 2$；

当$3 < t < 4$时，均满足$c > y_2$，

$\therefore m \le 4$，

综上，$3 \leqslant m \leqslant 4$．

27.【答案】（1）$90° - \dfrac{1}{2}\alpha$

（2）①见解析；②$CE = \sqrt{2}NF$，证明见解析

【分析】本题考查了根据条件画图，平行四边形的性质和判定，全等三角形的判定和性质，解直角三角形等知识，解决问题的关键是作辅助线，构造全等三角形．

（1）根据旋转和题意即可得出$\angle CDE = \angle DCE = \angle ACB = 90° - \dfrac{1}{2}\alpha$；

（2）①根据题意画出图形即可；

②延长AF至点M，使$FM = AF$，连接BM, DM, EM, AE．证明四边形$ABMD$为平行四边形，证明$\triangle ACE \cong \triangle MDE$，算出$\alpha = 90°$，$\angle ECD = \angle EDC = 45°$，结合三角形中位线定理即可求解；

【小问1详解】

$\because \angle A = \alpha$，

由旋转得$AB = AC$，

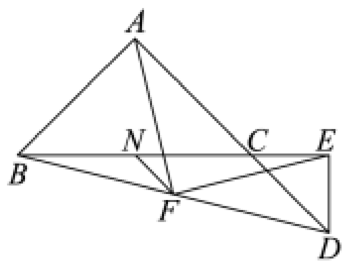
$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \dfrac{180° - \alpha}{2} = 90° - \dfrac{1}{2}\alpha$，

$\because CE = DE$，

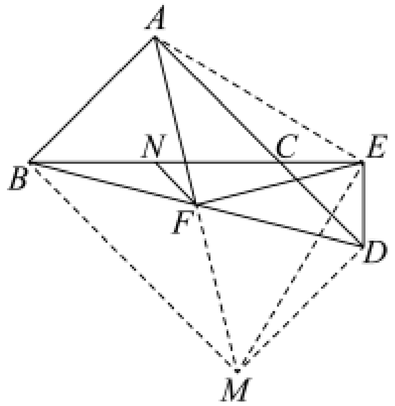
$\therefore \angle CDE = \angle DCE = \angle ACB = 90° - \dfrac{1}{2}\alpha$．

【小问2详解】

①补全图形如图：



②延长AF至点M，使$FM = AF$，连接BM, DM, EM, AE．



∵点 F 为线段 BD 中点，

∴四边形 $ABMD$ 为平行四边形，

$\therefore AB \parallel DM, AB = DM$ ，

$\therefore \angle BAC + \angle ADM = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle ADM = 180^\circ - \alpha$ ，

$\because AF \perp EF$ ，

$\therefore AE = ME$ ，

又$\because AB = AC, EC = ED$ ，

$\therefore AC = DM$ ，

∴ $\triangle ACE \cong \triangle MDE\left(SSS\right)$ ，

∴ $\angle MDE = \angle ACE = 180^\circ - \angle ACB = 90^\circ + \frac{1}{2}\alpha$ ，

$\therefore \angle ADM = \angle MDE - \angle CDE = 90^\circ + \frac{1}{2}\alpha - \left(90^\circ - \frac{1}{2}\alpha\right) = \alpha$ ，

$\therefore 180^\circ - \alpha = \alpha$ ，

$\therefore \alpha = 90^\circ$ ，

∴ $\angle ECD = \angle EDC = 45^\circ$ ，

∴ $CD = \sqrt{2}CE$ ，

∵ N 为 BC 中点， F 为 BD 中点，

∴ NF 是 $\triangle BDC$ 中位线，

$\therefore CD = 2NF$ ，

∴ $CE = \sqrt{2}NF$.

28.【答案】(1) ①见详解；② $m = \pm\sqrt{2}$

(2) $0 \le MO \le \frac{\sqrt{2}}{2}t$

【分析】本题考查了旋转的性质，平移的性质，全等三角形的判定与性质，熟练掌握知识点是解题的关键.

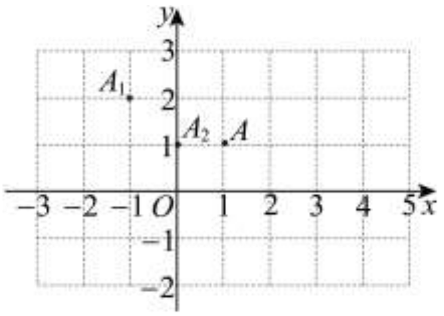
（1）①根据 P 运动和 Q 运动的运动方式求解即可；

②首先表示出点 A_1 的坐标为 $(-1,1+|m|)$，A_2 的坐标为 $(-1+|m|,1)$，然后根据 $A_1A_2=2$ 得到 $\sqrt{m^2+m^2}=2$，进而求解即可；

（2）由题意得：$A_1B_1 /\!/ A_2B_2$，$A_1B_1=A_2B_2=t$ 设 $A(x,y)$，经过 P 运动，则 $A'(x+|m|,y+|n|)$，则 $A_1(-y-|n|,x+|m|)$；Q 运动后，$A''(-y,x)$，$A_2(-y+|m|,x+|n|)$，则 $A_1A_2=\sqrt{2}OM\le t$ 即可求解.

【小问 1 详解】

①作图如图所示：



由 P 运动知 $A'(2,1)$，由旋转得 $OA'=OA_1$，$\angle A_1OA'=90°$，

而 $\angle M=\angle N=90°$，

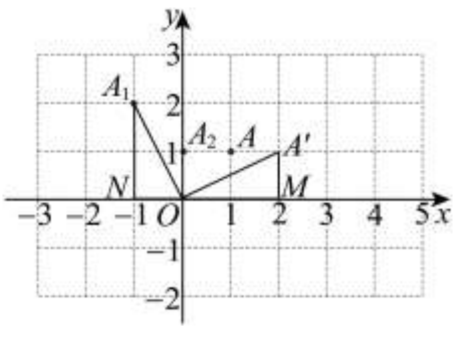
$\therefore \angle A'OM+\angle A_1ON=180°-90°=90°$，$\angle A'OM+\angle OA'M=90°$，

$\therefore \angle A_1ON=\angle OA'M$，

$\therefore \triangle A_1NO \cong \triangle A'OM$，

$\therefore A_1N=OM=2, ON=A'N=1$，

$\therefore A_1(-1,2)$；



由 Q 运动同理可求 $A''(-1,1)$，再向右平移 1 个单位，向上平移 0 个单位得到 $A_2(0,1)$.

②$\because A(1,1)$，

$\therefore$点 A 经过 P 运动后得到的点 A_1 的坐标为$(-1,1+|m|)$

点 A 经过 Q 运动后得到的点 A_2 的坐标为$(-1+|m|,1)$

$\because A_1A_2=2$

$\therefore \sqrt{m^2+m^2}=2$，

$\therefore m=\pm\sqrt{2}$．

【小问 2 详解】

由题意可得：

由旋转的不变性和平移的性质得：$A_1B_1 /\!/ A_2B_2$，$A_1B_1=A_2B_2=t$，

设 $A\left(x,y\right)$，经过 P 运动，则 $A'\left(x+|m|,y+|n|\right)$，则 $A_1\left(-y-|n|,x+|m|\right)$；

Q 运动后，$A''\left(-y,x\right)$，$A_2\left(-y+|m|,x+|n|\right)$，

则 $A_1A_2=\sqrt{\left(|m|+|n|\right)^2+\left(|m|-|n|\right)^2}=\sqrt{2\left(m^2+n^2\right)}=\sqrt{2}OM$，

$\therefore$当 $A_1A_2\le t$ 时，线段 A_1B_1 与 A_2B_2 存在公共点，

$\therefore \sqrt{2}OM\le t$，

$\therefore 0\le MO\le\dfrac{\sqrt{2}}{2}t$．