

2024 北京顺义初三一模



数 学

学校名称 _____ 姓名 _____ 准考证号 _____

考
生
须
知

1. 本试卷共 8 页，共两部分，三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将答题卡交回。

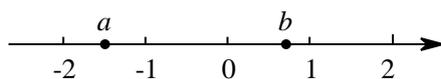
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 全国绿化委员会办公室发布的《2023 年中国国土绿化状况公报》显示，2023 年全国完成国土绿化任务超 800 万公顷，其中造林 3 998 000 公顷。将 3 998 000 用科学记数法表示应为

(A) 3.998×10^7 (B) 3.998×10^6 (C) 3998×10^3 (D) 3.998×10^3

2. 实数 a, b 在数轴上对应点的位置如图所示，下列结论正确的是



(A) $a > -1$ (B) $b > 1$ (C) $-a < b$ (D) $-b > a$

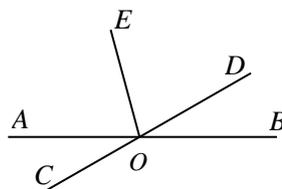
3. 若一个多边形的内角和是 540° ，则该多边形的边数为

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

4. 如图，直线 AB, CD 相交于点 O ， OE 平分 $\angle AOD$ ，

$\angle AOC = 30^\circ$ ，则 $\angle BOE$ 的度数为

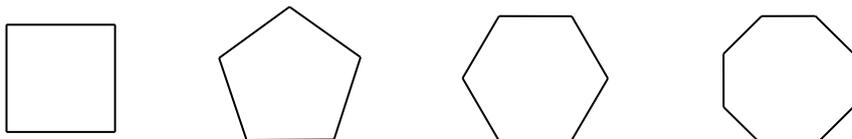
(A) 30° (B) 75°
(C) 105° (D) 115°



5. 同时抛掷两枚质地均匀的硬币，则两枚硬币均正面向上的概率是

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{3}{4}$

6. 下列正多边形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是



(A) (B) (C) (D)

7. 若关于 x 的方程 $x^2 + 2x - m = 0$ 有两个不相等的实数根，则实数 m 的取值范围是

- (A) $m > -\frac{1}{4}$ (B) $m < -1$ (C) $m > -1$ (D) $m \geq -1$

8. 已知 y 是 x 的函数，下表是 x 与 y 的几组对应值：

x	...	1	2	4	...
y	...	4	2	1	...

y 与 x 的函数关系有以下 3 个描述：

- ①可能是一次函数关系；
 ②可能是反比例函数关系；
 ③可能是二次函数关系.

所有正确描述的序号是

- (A) ①② (B) ①③ (C) ②③ (D) ①②③

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

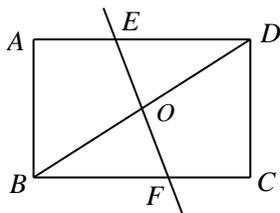
9. 若代数式 $\frac{2x}{x-3}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是 _____.

10. 分解因式： $4m^2 - 4 =$ _____.

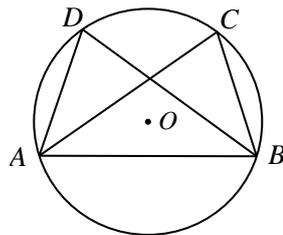
11. 方程 $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x}$ ，的解为 _____.

12. 已知点 $A(3, y_1)$, $B(m, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上. 若 $y_1 > y_2$, 写出一个满足条件的 m 的值 _____.

13. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，直线 EF 分别交 AD , BC , BD 于点 E , F , O , 只需添加一个条件即可证明 $\triangle BOF \cong \triangle DOE$, 这个条件可以是 _____ (写出一个即可).



第 13 题图



第 14 题图

14. 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， $AB=AC$, $\angle BAC=36^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$, 交 $\odot O$ 于点 D , 则 $\angle DAB$ 的度数为 _____.

15. 某商场为了解顾客对某一款式围巾的不同花色的需求情况，调查了某段时间内销售该款式的 30 条围巾的花色，数据如下：

花色	A	B	C	D	E	F	G	H
销售量/条	2	2	4	5	3	9	1	4

若商场准备再购进 200 条同款式围巾，估计购进花色最多的围巾数量为 _____ 条.

16. 小明观看了纸牌魔术表演，非常感兴趣，并做了如下实验和探究：

将几张纸牌摞起来（从上面分别记为第 1 张，第 2 张，第 3 张……），先将第 1 张牌放到整摞牌的下面，再去掉第 2 张牌；继续将第 3 张牌放在整摞的下面，再去掉第 4 张牌……如此循环往复，最终到只留下一张纸牌为止。

例如，若将 4 张纸牌摞起来，按上述规则操作，陆续去掉第 2 张，第 4 张，第 3 张，最终留下第 1 张纸牌。

若将 8 张纸牌摞起来，按上述规则操作，最终留下的是第____张纸牌；将 m 张纸牌摞起来，按上述规则操作，若最终留下的是第 1 张纸牌，则 $m=$ ____（用含 n 的代数式表示，其中 n 为自然数）。

三、解答题（共 68 分，第 17-19 题，每题 5 分，第 20 题 6 分，第 21-22 题，每题 5 分，第 23-24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题每题 7 分）

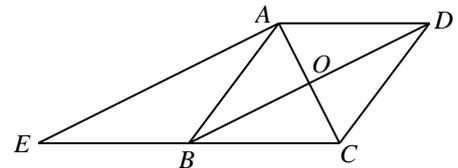
解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

17. 计算： $2^{-1} - 4 \sin 45^\circ + \sqrt{8} + (\pi - 1)^0$.

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 3x - 7 > -1, \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} > 1. \end{cases}$$

19. 已知 $x^2 + 2x = 1$ ，求代数式 $4(x+1) + (x-1)^2$ 的值.

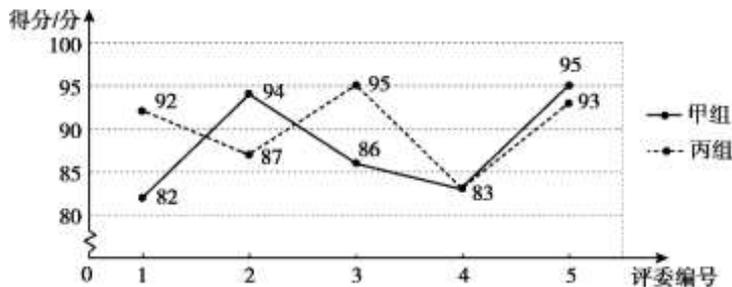
20. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， AC, BD 交于点 O ，延长 CB 到点 E ，使 $BE=BC$ ，连接 AE 。



- (1) 求证：四边形 $AEBD$ 是平行四边形；
- (2) 连接 OE ，若 $\tan \angle AEB = \frac{1}{2}$ ， $AC=2$ ，求 OE 的长。

21. 某校举办“跨学科综合实践活动”，五名评委对每组同学的参赛作品打分。对参加比赛的甲、乙、丙三个组参赛作品得分（单位：分）的数据进行整理、描述和分析，下面给出了部分信息。

a. 甲、丙两组参赛作品得分的折线图：



b. 在给乙组参赛作品的打分中，其中三位评委打分为 87，93，95，其余两位评委的打分均高于 85 分；

c. 甲、乙、丙三个组参赛作品得分的平均数:

甲组	乙组	丙组
88	90	n

根据以上信息, 回答下列问题:

- (1) 写出表中 n 的值;
- (2) 某组参赛作品评委打分的 5 个数据的方差越小, 则认为评委对该组参赛作品的评价越“一致”. 据此推断: 对于甲、丙两组的参赛作品, 五位评委评价更“一致”的是____组 (填“甲”或“丙”);
- (3) 该校准备推荐一个小组的作品到区里参加比赛, 你认为应该推荐哪个小组, 请说明理由.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $A(4, 5)$ 和

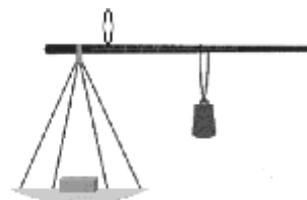
$B(0, -1)$, 与过点 $(2, 0)$ 且平行于 y 轴的直线交于点 C .

(1) 求该函数的表达式及点 C 的坐标;

(2) 当 $x < 2$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = \frac{1}{2}x + n$ 的值大于函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的值且小于 3, 直接

写出 n 的取值范围.

23. 杆秤是我国度量衡“三大件 (尺斗秤)”重要组成部分, 是中华民族衡重的基本量具. 杆秤依据杠杆原理制作而成, 一般由秤钩 (秤盘)、秤杆和秤砣三部分组成, 秤杆上的刻度叫做“秤星”, 古时候秤杆叫做“权”, 秤砣叫做“衡”, “权衡”一词就来源于此.



下图是小阳同学利用自制杆秤称重的示意图, 使用时将货物放在秤盘上, 用手提起 B (相当于支点) 处的秤纽, 在秤杆上移动秤砣的位置, 当秤杆水平平衡时, 可根据秤砣在秤杆上的位置读出货物的质量. 如图 1 所示, 称量货物甲时, 秤杆在 C 处秤杆平衡, 此时可读出货物甲的质量是 40g ; 如图 2 所示, 称量货物乙时, 秤杆在 D 处秤杆平衡, 此时可读出货物甲的质量是 60g . 根据图中所给数据, 求这把杆秤的秤星 E 对应的最大刻度是多少克.

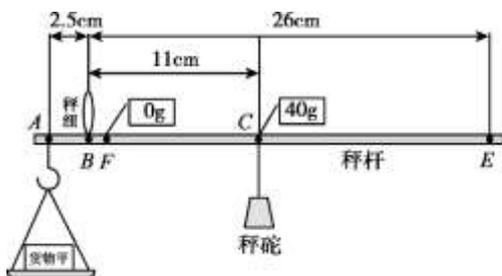


图 1

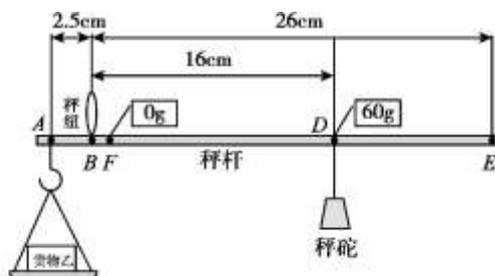
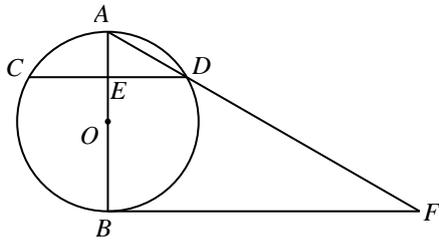


图 2

24. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， $\widehat{AC} = \widehat{AD}$ ， CD 与 AB 交于点 E ， $\odot O$ 的切线 BF 交 AD 的延长线于点 F 。

(1) 求证： $CD \parallel BF$ ；

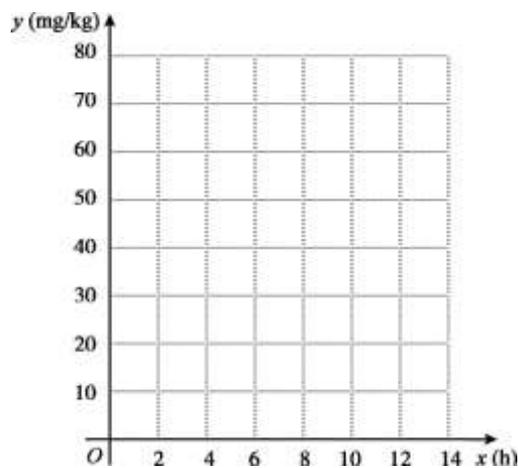
(2) 连接 FO 并延长，交 DC 的延长线于点 G 。若 E 为 AO 的中点， $\odot O$ 的半径为 4，求 CG 的长。



25. 为了去除衣物上的某种有害物质（记作“P”），某小组研究了衣物上 P 的含量（单位：mg/kg）与浸泡时长（单位：h）的关系。该小组选取甲、乙两类服装样品，将样品分成多份，进行浸泡处理，检测处理后样品中 P 的含量。所得数据如下：

含量 (mg/kg)	甲类	乙类
0	80	79
2	37	32
4	31	25
6	29	21
8	28	18
10	27	17
12	27	16

(1) 设浸泡时间为 x ，甲、乙两类衣物中 P 的含量分别为 y_1 ， y_2 ，在平面直角坐标系 xOy 中，描出表中各组数值所对应的点 (x, y_1) ， (x, y_2) ，并画出 y_1 ， y_2 的图象；



(2) 结合实验数据，利用所画的函数图象可以推断，当浸泡时长为 5h 时，甲、乙两类衣物中 P 的含量的差约为 _____ mg/kg（精确到 0.1）；

(3) 根据衣物中 P 的含量（单位：mg/kg）将衣物分为 A 级（含量 < 20 ）、B 级（ $20 \leq$ 含量 < 75 ）和 C 级

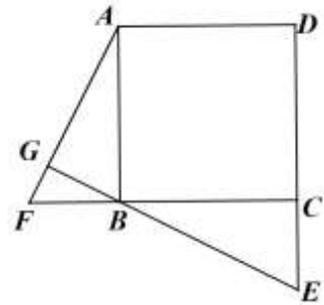
($75 \leq \text{含量} < 300$) .若浸泡时长不超过 12h, 则经过浸泡处理后可能达到 A 级标准的衣物为_____ (填“甲类”或“乙类”), 该类衣物达到 A 级标准至少需要浸泡_____ h (精确到 0.1).

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ 是抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 上任意两点, 设抛物线的对称轴为 $x = t$.

- (1) 当 $x_1 = 2$ 时, $y_1 = c$, 求抛物线的对称轴;
- (2) 若对于 $1 - t < x_1 < 2 - t, t < x_2 < t + 2$, 都有 $y_1 > y_2$, 求 t 的取值范围.

27. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别在 DC, CB 的延长线上, 且 $BF = CE$, EB 的延长线交 AF 于点 G .

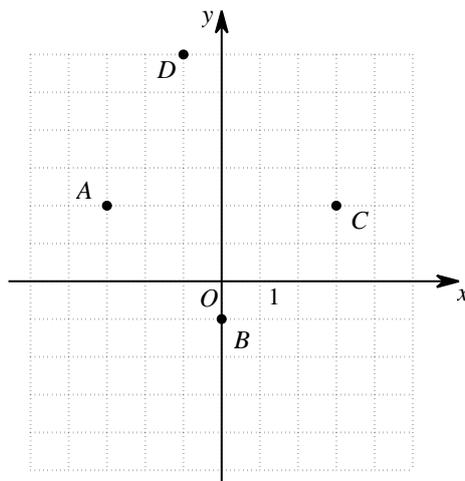
- (1) 求 $\angle AGE$ 的度数;
- (2) 在线段 EG 上取点 H , 使得 $GH = AG$, 连接 AH, CH
 - ① 依题意补全图形;
 - ② 用等式表示线段 CH 与 GB 的数量关系, 并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于图形 M 和图形 N 给出如下定义: 如果图形 M 上存在点 P , y 轴上存在点 T , 使得点 P 以点 T 为旋转中心, 逆时针旋转 90° 得到的点 Q 在图形 N 上, 那么称图形 N 是图形 M 的关联图形.

(1) 如图, 点 $A(-3, 2), B(0, -1), C(3, 2), D(-1, 6)$.

- ① 在点 B, C, D 中, 点 A 的关联图形是_____;



② 若 $\odot O$ 不是点 A 的关联图形, 求 $\odot O$ 的半径 r 的取值范围;

(3) 已知点 $O'(m, 0), E(m-3, 0), G(m-2, 1)$, $\odot O'$ 的半径为 1, 以线段 EG 为对角线的正方形为 $EFGH$,

若 $\odot O'$ 是正方形 $EFGH$ 的关联图形, 直接写出 m 的最小值和最大值.

参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	A	C	A	B	C	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. $x \neq 3$; 10. $4(m+1)(m-1)$; 11. $x = 2$; 12. 6（答案不唯一）;

13. $OB=OD$ （答案不唯一）; 14. 72° ; 15. 60 ; 16. 1, 2^n .

三、解答题（共 68 分，第 17-19 题，每题 5 分，第 20 题 6 分，第 21-22 题，每题 5 分，第 23-24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题每题 7 分）

17. 解: $2^{-1} - 4 \sin 45^\circ + \sqrt{8} + (\pi - 1)^0$

$$= \frac{1}{2} - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\sqrt{2} + 1 \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$$= \frac{3}{2} \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

18. 解:

解不等式①得 $x > 2$ 2 分

解不等式②得 $x > 1$ 4 分

不等式组的解集是 $x > 2$ 5 分

19. 解: $4(x+1) + (x-1)^2$

$$= 4x - 4 + x^2 - 2x + 1 \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$= x^2 + 2x + 5 \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$\because x^2 + 2x = 1,$$

$$\therefore \text{原式} = x^2 + 2x + 5 = 1 + 5 = 6. \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

20. (1) 证明:

\because 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AD=BC, AD \parallel EC.$

$\because BE=BC,$

$\therefore BE=AD.$

又 $BE \parallel AD,$

\therefore 四边形 $AEBD$ 是平行四边形.3 分

(2) 解: \because 四边形 $ABCD$ 为菱形,

$$\therefore \angle BOC = 90^\circ, OA = \frac{1}{2} AC.$$

∵ 四边形 $AEBD$ 为平行四边形,

∴ $AE \parallel BD$.

∴ $\angle EAC = \angle BOC = 90^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 中,

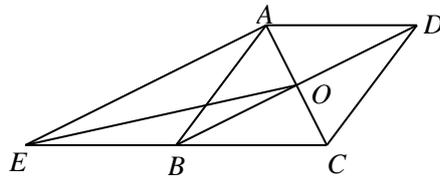
∵ $AC=2$, $\tan \angle AEB = \frac{1}{2}$.

∴ $AO=1$, $AE=4$.

在 $\text{Rt}\triangle AEO$ 中, 由勾股定理,

∴ $OE^2 = AO^2 + AE^2 = 17$,

∴ $OE = \sqrt{17}$6分



21. 解: (1) $n=90$;2分

(2) 丙;3分

(3) 推荐乙组;

推荐理由: 乙组平均分和丙组一样高, 大于甲组平均分;

由于乙、丙两组平均分都是 90, 而且有三个数据一样, 所以乙组的两个 85 以上的数据是 87, 88 或 86, 89, 可以判断乙组的方差小于丙组的方差.5分

22. (1) 解: 由题意可得, $\begin{cases} 4k+b=5, \\ b=-1. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=\frac{3}{2}, \\ b=-1. \end{cases}$

∴ 该函数的解析式为 $y = \frac{3}{2}x - 1$2分

∵ 点 C 的横坐标为 2, 点 C 在函数 $y = \frac{3}{2}x - 1$ 的图象上,

当 $x=2$ 时, 解得 $y=2$.

∴ 点 C 的坐标为 $(2, 2)$3分

(2) n 的取值范围是 $1 \leq n \leq 2$5分

23. 设秤砣 xg , 秤盘重 yg .

由题意可得, $\begin{cases} 2.5(40+y) = 11x, \\ 2.5(60+y) = 16x. \end{cases}$ 3分

解得 $\begin{cases} x=10, \\ y=4. \end{cases}$ 4分

所以这把杆秤的秤星 E 对应的最大刻度是 $\frac{26 \times 10}{2.5} - 4 = 100$.

所以这把杆秤的秤星 E 对应的最大刻度是 100 克.6分

24. (1) 证明: 连接 OC , OD .

∵ 弧 $AC =$ 弧 AD ,

$\therefore \angle AOC = \angle AOD.$

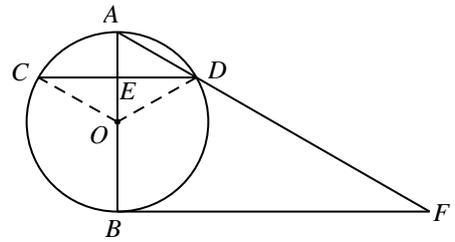
又 $\because OC = OD,$

$\therefore AB \perp CD.$

$\because BF$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore AB \perp BF,$

$\therefore CD \parallel BF. \dots\dots\dots 3$ 分



(2)

$\because E$ 为 AO 中点, $OA = 4,$

$\therefore OE = AE = 2.$

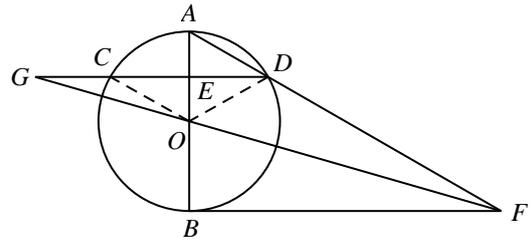
在 $Rt\triangle EOD$ 中, $OD = 4,$

$\therefore DE = 2\sqrt{3}.$

$\because CD \parallel BF,$

$\therefore \triangle AED \sim \triangle ABF,$

$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{ED}{BF}, \quad BF = 8\sqrt{3}$



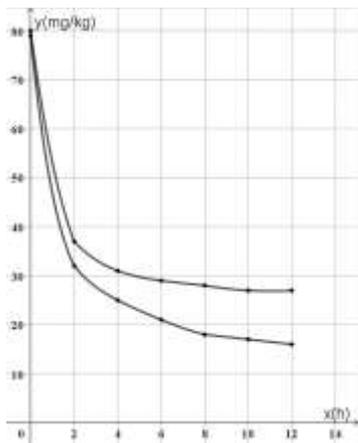
在 $\triangle GEO$ 和 $\triangle FBO$ 中, $\angle GOE = \angle FOB, \angle GEO = \angle FBO,$

$\therefore \triangle GEO \sim \triangle FBO$

$\therefore \frac{OE}{OB} = \frac{EG}{BF}, \quad EG = 4\sqrt{3}$

$\therefore CG = EG - CE = EG - DE = 2\sqrt{3}. \dots\dots\dots 6$ 分

25. (1)



$\dots\dots\dots 2$ 分

(2) 6.8 (6.4~7.2); $\dots\dots\dots 3$ 分

(3) 乙类, 6.6 (6.2~7.0). $\dots\dots\dots 5$ 分

26. 解: (1)

\because 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 经过 $(0, c)$ 和 $(2, c),$

\therefore 抛物线对称轴为 $x = 1. \dots\dots\dots 2$ 分

(2) \because 抛物线的对称轴为 $x=t$, $t < x_2 < t+2$,

\therefore 点 N 在对称轴右侧, 设点 N 关于对称轴对称点的横坐标为 x_2' ,

$\therefore t-2 < x_2' < t$,

$\therefore y_1 > y_2, 1-t < x_1 < 2-t$

\therefore ① 当点 M 在对称轴左侧时,

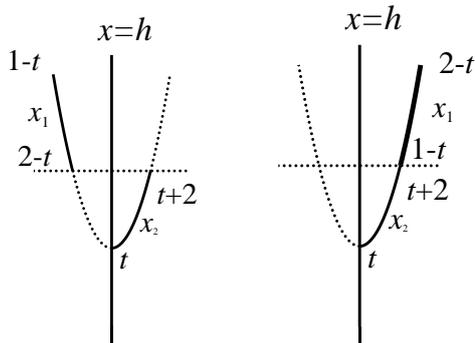
$$2-t \leq t-2$$

$$t \geq 2$$

② 当点 M 在对称轴右侧时,

$$1-t \geq t+2$$

$$t \leq -\frac{1}{2}$$



综上所述, $t \geq 2$ 或 $t \leq -\frac{1}{2}$ 6分

27. (1) 解: \because 正方形 $ABCD$,

$\therefore AB=BC, \angle DCB = \angle ABC = 90^\circ$ 1分

$\therefore \angle ABF = \angle BCE = 90^\circ$.

$\because CE=BF$,

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle BCE$ 2分

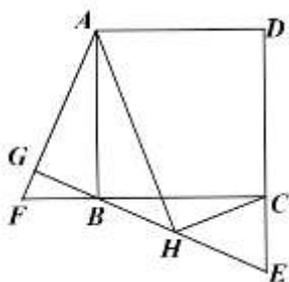
$\therefore \angle F = \angle E$.

$\because \angle GBF = \angle CBE$,

$\therefore \angle FGB = \angle ECB = 90^\circ$.

$\therefore \angle AGE = 90^\circ$ 3分

(2) ①



.....4分

② $CH = \sqrt{2}BG$.

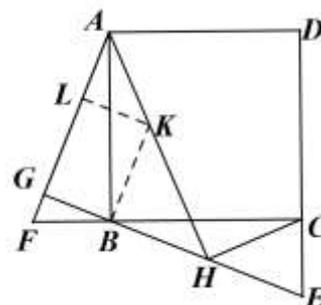
证明: 过点 B 作 $BK \perp GE$ 交 AH 于点 K , 过点 K 作 $KL \perp AF$ 与点 L

$\therefore \angle KBH = \angle KLA = 90^\circ$.

$\because \angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABK + \angle KBC = \angle KBC + \angle CBH$.

$\therefore \angle ABK = \angle CBH$.



$\because GH=AG, \angle AGE=90^\circ,$

$\therefore \angle KAL = \angle BHK = 45^\circ.$

$\therefore \angle AKL = \angle BKH = 45^\circ.$

$\therefore BH=BK, KL=AL.$

$\because AB=BC,$

$\therefore \triangle BCH \cong \triangle ABK.$

$\therefore CH=AK. \dots\dots\dots 6$ 分

$\because \angle GLK = \angle GBK = \angle AGE = 90^\circ,$

\therefore 四边形 $GBKL$ 为矩形.

$\therefore GB=KL.$

$\because \triangle ALK$ 是等腰直角三角形,

$\therefore AK = \sqrt{2}KL.$

$\therefore CH = \sqrt{2}BG \dots\dots\dots 7$ 分

28. (1) ① $B, C. \dots\dots\dots 2$ 分

② 设直线 BC 的表达式是 $y=kx+b(k \neq 0)$, 则

$$\begin{cases} b = -1 \\ -3k + b = 2 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = 1 \\ b = -1 \end{cases}$$

\therefore 直线 BC 的表达式是 $y=x-1. \dots\dots\dots 3$ 分

\therefore 直线 BC 与 x 轴的交点坐标为 $B'(1, 0)$

$\therefore BB' = \sqrt{2}.$

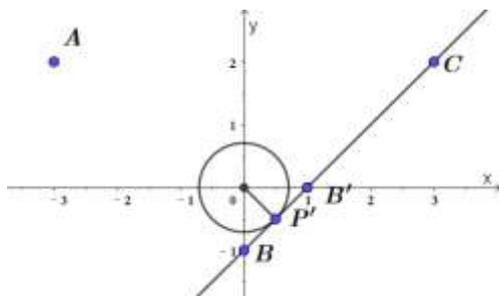
作 $OP' \perp BB'$ 于点 P' ,

$\therefore OP' = \frac{\sqrt{2}}{2} \dots\dots\dots 4$ 分

由①问的探索可知, 点 A 以 y 轴上点 T 为旋转中心, 逆时针旋转 90° , 得到的点 Q 落在直线 BC 上, 证明略.

若 $\odot O$ 不是点 A 的“关联图形”,

$\therefore 0 < r < \frac{\sqrt{2}}{2} \dots\dots\dots 5$ 分



(2) m 的最小值为 $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$, 最大值为 $\frac{3+\sqrt{2}}{2} \dots\dots\dots 7$ 分