



数 学

学校名称 _____ 姓名 _____ 准考证号 _____

考生须知

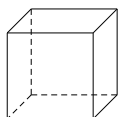
1. 本试卷共 8 页，共两部分，28 道题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
4. 考试结束，将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

第一部分 选择题

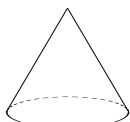
一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

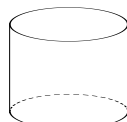
1. 下列几何体中，主视图是三角形的是



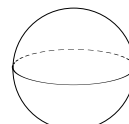
(A)



(B)



(C)



(D)

2. 2023 年 10 月 26 日，搭载神州十七号载人飞船的长征二号 F 遥十七运载火箭在酒泉卫星发射中心成功发射. 长征二号 F（代号：CZ-2F，简称：长二 F，绰号：神箭）主要用于发射神州飞船和大型目标飞行器到近地轨道，其近地轨道运载能力是 8500 千克. 将 8500 用科学记数法表示应为

- (A) 85×10^2 (B) 8.5×10^2 (C) 8.5×10^3 (D) 0.85×10^4

3. 下列图书馆标志图形中，是轴对称图形的是



(A)



(B)



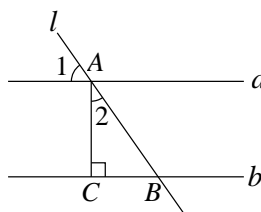
(C)



(D)

4. 如图，直线 $a \parallel b$ ，直线 l 与 a, b 分别交于点 A, B ，过点 A 作 $AC \perp b$ 于点 C . 若 $\angle 1 = 55^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的大小为

- (A) 35° (B) 45°
(C) 55° (D) 125°



5. 已知 $m+3 < 0$ ，则下列结论正确的是

- (A) $-3 < m < -m < 3$ (B) $m < -3 < -m < 3$
(C) $-3 < m < 3 < -m$ (D) $m < -3 < 3 < -m$

6. 若一个多边形的内角和是 720° ，则该多边形的边数是

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

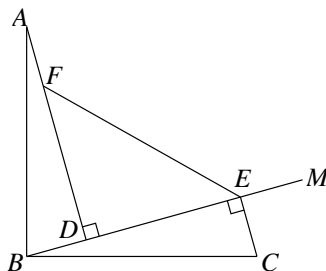
7. 不透明的袋子中装有两个黄球和一个红球，除颜色外三个小球无其他差别。从中随机摸出一个小球，放回并摇匀，再从中随机摸出一个小球，那么两次都摸到黄球的概率是

- (A) $\frac{2}{9}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{4}{9}$ (D) $\frac{2}{3}$

8. 如图， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $BA = BC$ ， BM 是 $\angle ABC$ 内部的射线且 $\angle CBM < 45^\circ$ ，过点 A 作 $AD \perp BM$ 于点 D ，过点 C 作 $CE \perp BM$ 于点 E ，在 DA 上取点 F ，使得 $DF = DE$ ，连接 EF 。

设 $CE = a$ ， $BE = b$ ， $EF = c$ ，给出下面三个结论：

- ① $c = \sqrt{2}(b - a)$ ；
 ② $a + c < \sqrt{b^2 + (b - a)^2}$ ；
 ③ $\sqrt{2}b > \sqrt{a^2 + b^2}$ 。



上述结论中，所有正确结论的序号是

- (A) ①② (B) ①③ (C) ②③ (D) ①②③

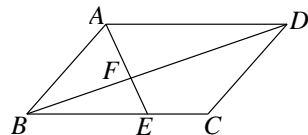
第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 若 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是_____。

10. 分解因式： $xy^2 - 4x =$ _____。

11. 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E 在 BC 上且 $EB = 2EC$ ， AE 与 BD 交于点 F 。若 $BD = 5$ ，则 BF 的长为_____。



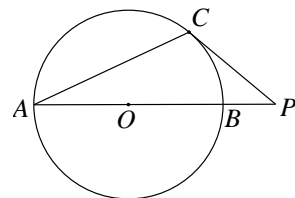
12. 方程 $\frac{2}{3x+7} = \frac{1}{5x}$ 的解为_____。

13. 在平面直角坐标系 xOy 中，若点 $A(1, y_1)$ ， $B(3, y_2)$ 在反比例函数

$$y = \frac{k}{x} \quad (k > 0)$$

图象上，则 y_1 _____ y_2 （填“>”“<”或“=”）。

14. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x - m = 0$ 有两个相等的实数根，则实数 m 的值为_____。



15. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， P 是 AB 延长线上一点， PC 与 $\odot O$ 相切于点 C 。若 $\angle P = 40^\circ$ ，则 $\angle A =$ _____°。

16. 某酒店在客人退房后清洁客房需打扫卫生、整理床铺、更换客用物品、检查设备共四个步骤。某清洁小组有甲、乙、丙三名工作人员，工作要求如下：

- ① “打扫卫生”只能由甲完成；每间客房“打扫卫生”完成后，才能进行该客房的其他三个步骤，这

三个步骤可由任意工作人员完成并可同时进行；

②一个步骤只能由一名工作人员完成，此步骤完成后该工作人员才能进行其他步骤；

③每个步骤所需时间如下表所示：

| | | | | |
|---------|------|------|--------|------|
| 步骤 | 打扫卫生 | 整理床铺 | 更换客用物品 | 检查设备 |
| 所需时间/分钟 | 9 | 7 | 6 | 4 |

在不考虑其他因素的前提下，若由甲单独完成一间客房的清洁工作，需要____分钟；若由甲、乙、丙合作完成四间客房的清洁工作，则最少需要____分钟。

三、解答题（共 68 分，第 17—19 题，每题 5 分，第 20—21 题，每题 6 分，第 22—23 题，每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27—28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 计算： $|\sqrt{3}-2| + \sqrt{12} - 2\sin 60^\circ + (\frac{1}{5})^{-1}$.

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 4x-1 < 7x+8, \\ \frac{5x-2}{3} > x. \end{cases}$$

19. 已知 $x^2 - 3x - 6 = 0$ ，求代数式 $(x - \frac{9}{x}) \div \frac{2x+6}{x^2}$ 的值.

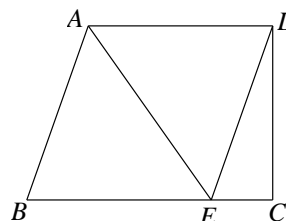
20. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = AD$ ，

AE 平分 $\angle BAD$ 交 BC 于点 E ，连接 DE 。

(1) 求证：四边形 $ABED$ 是菱形；

(2) 连接 BD 交 AE 于点 F 。若 $\angle BCD = 90^\circ$ ，

$\cos \angle DBC = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ， $BD = 2\sqrt{6}$ ，求 EC 的长。



21. 为了保护水资源，提倡节约用水，北京市居民用水实行阶梯水价，实施细则如下表：

北京市居民用水阶梯水价表（单位：元/立方米）

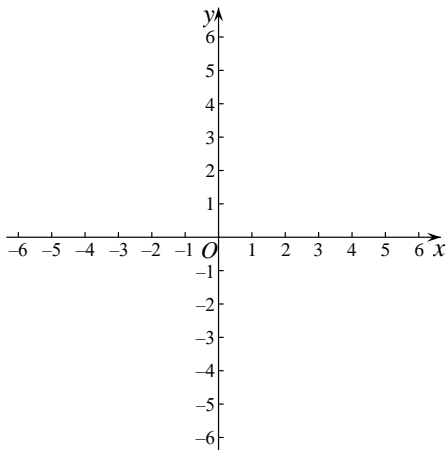
| 供水类型 | 阶梯 | 户年用水量 (立方米) | 水价 | 其中 | | |
|------|------|----------------|----|------|------|-------|
| | | | | 水费 | 水资源费 | 污水处理费 |
| 自来水 | 第一阶梯 | 0—180 (含) | 5 | 2.07 | 1.57 | 1.36 |
| | 第二阶梯 | 181—260 (含) | 7 | 4.07 | | |
| | 第三阶梯 | 260 以上 | 9 | 6.07 | | |

某户居民 2023 年用水共缴纳 1040 元，求这户居民 2023 年的用水量。

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象过点 $A(0, 3)$ 和 $B(-2, 1)$ ，与过点 $(0, 5)$ 且平行于 x 轴的直线交于点 C 。

(1) 求该函数的解析式及点 C 的坐标；

- (2) 当 $x < 2$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = mx (m \neq 0)$ 的值小于 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的值, 直接写出 m 的取值范围.



备用图

23. 为了培养学生的爱国情感, 某校在每周一或特定活动日举行庄严的升国旗仪式. 该校的国旗护卫队共有 18 名学生, 测量并获取了所有学生的身高 (单位: cm), 数据整理如下:

a. 18 名学生的身高:

170, 174, 174, 175, 176, 177, 177, 177, 178,

178, 179, 179, 179, 179, 181, 182, 183, 186

b. 18 名学生的身高的平均数、中位数、众数:

| 平均数 | 中位数 | 众数 |
|-----|-----|-----|
| 178 | m | n |

(1) 写出表中 m, n 的值;

(2) 该校的国旗护卫队由升旗手、护旗手、执旗手组成, 其中 12 名执旗手分为两组:

| | | | | | | |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 甲组学生的身高 | 175 | 177 | 177 | 178 | 178 | 181 |
| 乙组学生的身高 | 170 | 174 | 174 | 176 | 177 | 179 |

对于不同组的学生, 如果一组学生的身高的方差越小, 则认为该组的执旗效果更好.

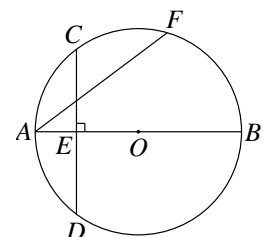
据此推断: 在以上两组学生中, 执旗效果更好的一组是_____ (填“甲组”或“乙组”);

- (3) 该校运动会开幕式的升国旗环节需要 6 名执旗手, 因甲组部分学生另有任务, 已确定四名执旗手的身高分别为 175, 177, 178, 178. 在乙组选另外两名执旗手时, 要求所选的两名学生与已确定的四名同学所组成的六名执旗手的身高的方差最小, 则选出的另外两名学生的身高分别为和_____.

24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 是 $\odot O$ 的弦, $CD \perp AB$ 于点 E , 点 F 在 $\odot O$ 上且 $CF = CA$, 连接 AF .

(1) 求证: $AF = CD$;

(2) 连接 BF, BD . 若 $AE = 2, BF = 6$, 求 BD 的长.

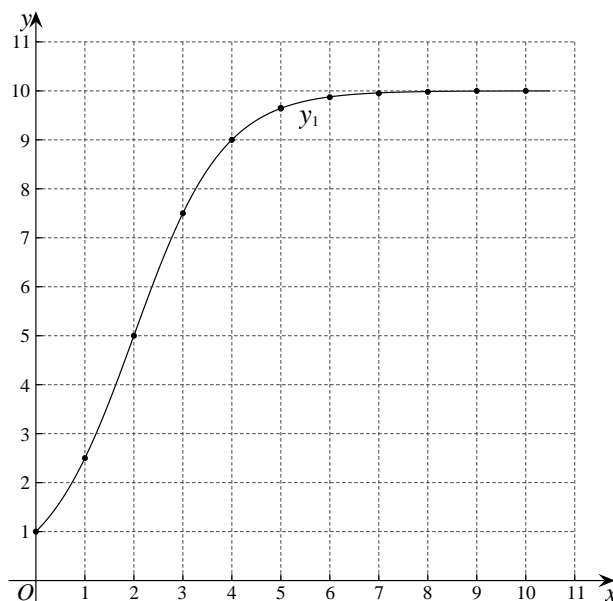


25. 某农科所的科研小组在同一果园研究了甲、乙两种果树的生长规律. 记果树的生长时间为 x (单位: 年), 甲种果树的平均高度为 y_1 (单位: 米), 乙种果树的平均高度为 y_2 (单位: 米). 记录的部分数据如下:

| | | | | | | | | | | | |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|
| x | 0.0 | 1.0 | 2.0 | 3.0 | 4.0 | 5.0 | 6.0 | 7.0 | 8.0 | 9.0 | 10.0 |
| y_1 | 1.00 | 2.50 | 5.00 | 7.50 | 9.00 | 9.64 | 9.87 | 9.95 | 9.98 | 10.00 | 10.00 |
| y_2 | 1.50 | 4.24 | 5.67 | 5.95 | 5.99 | 6.00 | 6.00 | 6.00 | 6.00 | 6.00 | 6.00 |

对以上数据进行分析, 补充完成以下内容.

- (1) 可以用函数刻画 y_1 与 x , y_2 与 x 之间的关系, 在同一平面直角坐标系 xOy 中, 已经画出 y_1 与 x 的函数图象, 请画出 y_2 与 x 的函数图象;



- (2) 当甲种果树的平均高度达到 8.00 米时, 生长时间约为____年 (结果保留小数点后一位); 当乙种果树的平均高度为 5.00 米时, 两年后平均高度约为____米 (结果保留小数点后两位);
- (3) 当甲、乙两种果树的平均高度相等时, 生长时间约为____年 (结果保留小数点后一位).

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 - (2+m)x + 2m$ 的对称轴为直线 $x = t$.

- (1) 求 t 的值 (用含 m 的代数式表示);
- (2) 点 $A(-t, y_1)$, $B(t, y_2)$, $C(t+1, y_3)$ 在该抛物线上. 若抛物线与 x 轴的一个交点为 $(x_0, 0)$, 其中 $0 < x_0 < 2$, 比较 y_1 , y_2 , y_3 的大小, 并说明理由.

27. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $0^\circ < \angle BAC < 60^\circ$, 将线段 BC 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到线段 BD , 连接 AD . 将线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到线段 AE , 连接 DE .

- (1) 如图 1, 求证: $EA \parallel BC$;
- (2) 延长 BC 到点 F , 使得 $CF = CB$, 连接 DF 交 AC 于点 M , 依题意补全图 2.

若点 M 是 AC 的中点，用等式表示线段 MF ， MD ， DE 之间的数量关系，并证明.

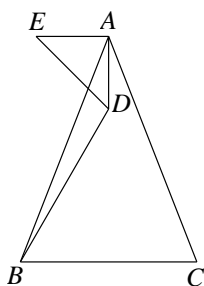


图 1

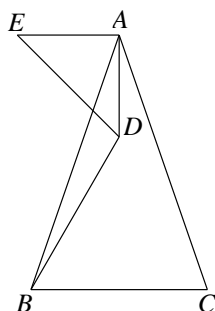


图 2

28. 对于线段 MN 和点 P 给出如下定义：点 P 在线段 MN 的垂直平分线上，若以点 P 为圆心， PM 为半径的优弧 MmN 上存在三个点 A, B, C ，使得 $\triangle ABC$ 是等边三角形，则称点 P 是线段 MN 的“关联点”. 例如，图 1 中的点 P 是线段 MN 的一个“关联点”.

特别地，若这样的等边三角形有且只有一个，则称点 P 是线段 MN 的“强关联点”.

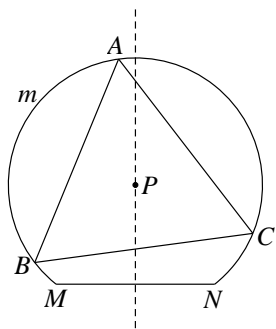


图 1

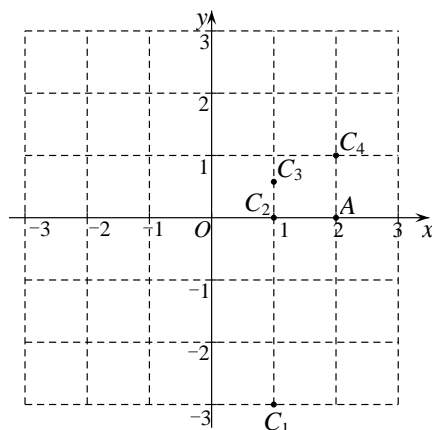


图 2

在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 的坐标为 $(2,0)$.

(1) 如图 2，在点 $C_1(1, -3)$ ， $C_2(1, 0)$ ， $C_3(1, \frac{\sqrt{3}}{3})$ ， $C_4(2, 1)$ 中，是线段 OA 的“关联点”的是_____；

(2) 点 B 在直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 上. 存在点 P ，是线段 OA 的“关联点”，也是线段 OB 的“强关联点”.

①直接写出点 B 的坐标；

②动点 D 在第四象限且 $AD=2$ ，记 $\angle OAD = \alpha$. 若存在点 Q ，使得点 Q 是线段 AD 的“关联点”，也是 OB 的“关联点”，直接写出 α 及线段 AQ 的取值范围.

参考答案

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

| | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 答案 | B | C | A | A | D | C | C | B |

第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. $x \geq 2$ 10. $x(y+2)(y-2)$ 11. 2 12. $x=1$
13. $>$ 14. -1 15. 25 16. 26; 43

三、解答题（共 68 分，第 17—19 题，每题 5 分，第 20—21 题，每题 6 分，第 22—23 题，每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27—28 题，每题 7 分）

17. 解：原式 $= 2 - \sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 5$ 4 分

$= 7.$ 5 分

18. 解：原不等式组为 $\begin{cases} 4x-1 < 7x+8, & \text{①} \\ \frac{5x-2}{3} > x. & \text{②} \end{cases}$

解不等式①，得 $x > -3.$ 2 分

解不等式②，得 $x > 1.$ 4 分

\therefore 原不等式组的解集为 $x > 1.$ 5 分

19. 解：原式 $= \left(\frac{x^2-9}{x}\right) \cdot \frac{x^2}{2(x+3)}$

$= \frac{(x+3)(x-3)}{x} \cdot \frac{x^2}{2(x+3)}$

$= \frac{x^2-3x}{2}.$ 3 分

$\because x^2-3x-6=0,$

$\therefore x^2-3x=6.$ 4 分

\therefore 原式 $= 3.$ 5 分

20. (1) 证明： $\because AE$ 平分 $\angle BAD,$

$\therefore \angle 1 = \angle 2.$

$\because AD \parallel BC,$

$\therefore \angle 3 = \angle 2.$

$\therefore \angle 3 = \angle 1.$

$\therefore BE = AB.$

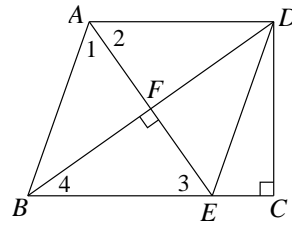
又 $\because AD = AB,$

$\therefore BE = AD.$

\therefore 四边形 $ABED$ 是平行四边形.

又 $\because AD = AB,$

$\therefore \square ABED$ 是菱形. 3分



(2) 解: 在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\cos \angle 4 = \frac{BC}{BD} = \frac{\sqrt{6}}{3},$

$\therefore BC = \frac{\sqrt{6}}{3} BD = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 2\sqrt{6} = 4.$

\because 四边形 $ABED$ 是菱形,

$\therefore AE \perp BD, BF = \frac{1}{2} BD = \sqrt{6}.$

在 $\text{Rt}\triangle BFE$ 中, $\cos \angle 4 = \frac{BF}{BE} = \frac{\sqrt{6}}{3},$

$\therefore BE = 3.$

$\therefore EC = BC - BE = 1. 6分$

21. 解: 设这户居民 2023 年的用水量为 x 立方米. 1分

$\because 5 \times 180 = 900, 5 \times 180 + 7 \times (260 - 180) = 1460,$

$900 < 1040 < 1460,$

$\therefore 180 < x < 260.$

根据题意列方程, 得

$5 \times 180 + 7(x - 180) = 1040. 4分$

解这个方程, 得 $x = 200. 5分$

答: 这户居民 2023 年的用水量为 200 立方米. 6分

22. 解: (1) \because 函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象过点 $A(0, 3)$ 和 $B(-2, 1),$

$\therefore \begin{cases} b = 3, \\ -2k + b = 1. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = 1, \\ b = 3. \end{cases}$

\therefore 该函数的解析式为 $y = x + 3. 2分$

\because 函数 $y = x + 3$ 的图象与过点 $(0, 5)$ 且平行于 x 轴的直线交于点 $C,$

\therefore 点 C 的纵坐标为 5.

令 $y = 5,$ 得 $x = 2.$

\therefore 点 C 的坐标为 $(2, 5). 3分$

(2) $1 \leq m \leq \frac{5}{2}$ 5分

23. 解: (1) m 的值为178, n 的值为179; 2分

(2) 甲组; 3分

(3) 177cm, 176cm. 5分

24. (1) 证明: $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $CD \perp AB$,

$\therefore AD = AC$.

又 $\because CF = AC$,

$\therefore CF = AC = AD$.

$\therefore AF = CD$.

$\therefore AF = CD$ 3分

(2) 解: 连接 OC , 连接 OF , 如图. 设 $\odot O$ 的半径为 x .

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle AFB = 90^\circ$.

$\because CF = CA$,

$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2} \angle AOF$.

又 $\because \angle 2 = \frac{1}{2} \angle AOF$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$.

又 $\because \angle CEO = \angle AFB = 90^\circ$,

$\therefore \triangle CEO \sim \triangle AFB$.

$\therefore \frac{CO}{AB} = \frac{OE}{BF}$.

即 $\frac{x}{2x} = \frac{x-2}{6}$.

解得 $x = 5$.

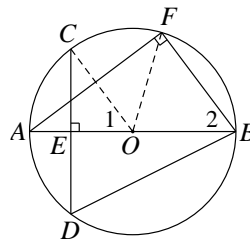
$\therefore OE = OA - AE = 3, BE = AB - AE = 8$.

$\therefore CE = 4$.

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $CD \perp AB$,

$\therefore DE = CE = 4$.

在 $\text{Rt}\triangle DEB$ 中, $BD = \sqrt{DE^2 + BE^2} = 4\sqrt{5}$ 6分



25. 解: (1) 如图; 2分

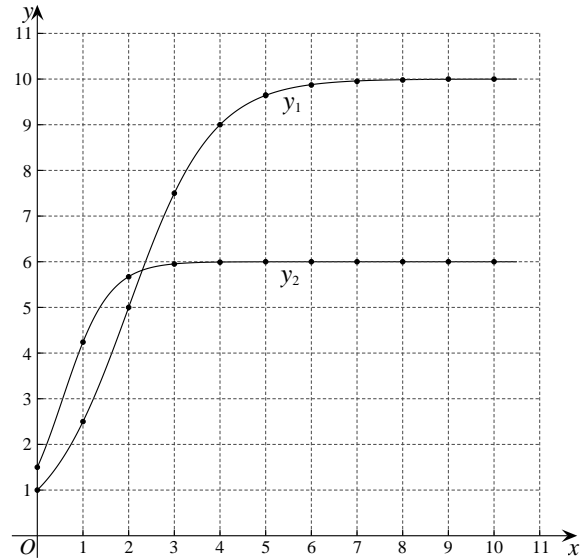
(2) 答案不唯一,
如 3.3, 5.98;
..... 4分

(3) 答案不唯一, 如 2.3.
..... 5分

26. 解: (1) 由题意, 得 $t = -\frac{-(2+m)}{2}$,

即

$$t = \frac{2+m}{2}. \quad \dots\dots\dots 2分$$



(2) $y_2 < y_3 < y_1$.

理由如下:

令 $y = 0$, 得 $x^2 - (2+m)x + 2m = 0$.

$\therefore x_1 = 2, x_2 = m$.

\therefore 抛物线与 x 轴的两个交点为 $(2, 0), (m, 0)$.

\therefore 抛物线与 x 轴的一个交点为 $(x_0, 0)$, 其中 $0 < x_0 < 2$,

$\therefore 0 < m < 2$.

$\therefore t = \frac{2+m}{2}$,

$\therefore 1 < t < 2$.

$\therefore -2 < -t < -1, 2 < t+1 < 3$.

设点 $A(-t, y_1)$ 关于抛物线的对称轴 $x = t$ 的对称点为 $A'(n, y_1)$.

\therefore 点 $A(-t, y_1)$ 在抛物线上,

\therefore 点 $A'(n, y_1)$ 也在抛物线上.

由 $n - t = t - (-t)$, 得 $n = 3t$.

$\therefore 3 < 3t < 6$.

$\therefore t < t+1 < 3t$.

\therefore 抛物线的解析式为 $y = x^2 - (2+m)x + 2m$,

\therefore 此抛物线开口向上.

当 $x \geq t$ 时, y 随 x 的增大而增大.

\therefore 点 $B(t, y_2), C(t+1, y_3), A'(3t, y_1)$ 在抛物线上, 且 $t < t+1 < 3t$,

$\therefore y_2 < y_3 < y_1$ 6分

27. (1) 证明: 延长 AD 交 BC 于点 G , 连接 CD , 如图 1.

$\because BD = BC, \angle DBC = 60^\circ,$
 $\therefore \triangle DBC$ 是等边三角形.
 $\therefore DC = DB = BC, \angle DCB = 60^\circ.$
 \therefore 点 D 在线段 BC 的垂直平分线上.
 $\because AB = AC,$
 \therefore 点 A 在线段 BC 的垂直平分线上.
 $\therefore AG \perp BC.$
 $\therefore \angle AGC = \angle GAE = 90^\circ.$
 $\therefore EA \parallel BC.$ 2 分

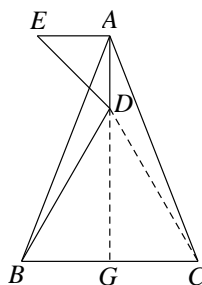


图 1

(2) 依题意补全图 2, 如图.

数量关系: $MF = MD + \sqrt{2}DE.$

证明: 延长 FD 交 AE 的延长线于点 N , 连接 CD , 如图 2.

$\because DC = BC, CF = BC,$
 $\therefore CF = CD.$
 $\therefore \angle F = \angle FDC = \frac{1}{2} \angle 1 = 30^\circ.$
 $\because EA \parallel BC,$
 $\therefore \angle N = \angle F = 30^\circ.$
 又 $\because \angle AMN = \angle CMF,$
 $AM = CM,$
 $\therefore \triangle AMN \cong \triangle CMF.$
 $\therefore MF = MN.$

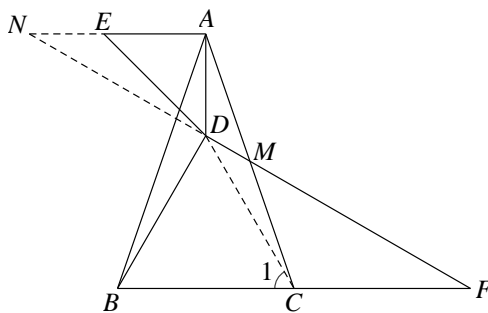


图 2

在 $\text{Rt}\triangle EAD$ 中, $AE = AD$, 可得 $DE = \sqrt{2}AD.$

在 $\text{Rt}\triangle NAD$ 中, $\angle N = 30^\circ$, 可得 $DN = 2AD.$

$\therefore DN = \sqrt{2}DE.$

$\because MN = MD + DN = MD + \sqrt{2}DE,$

$\therefore MF = MD + \sqrt{2}DE.$ 7 分

28. 解: (1) $C_1, C_3;$ 2 分

(2) ① $(3, \sqrt{3});$ 4 分

② $0^\circ < \alpha < 30^\circ$ 或 $30^\circ < \alpha \leq 90^\circ$ 或 $150^\circ \leq \alpha < 180^\circ;$ $AQ \geq \frac{2\sqrt{3}}{3}.$... 7 分