



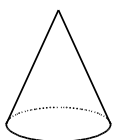
考生须知

1. 本试卷共 10 页，共三道大题，28 个小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校和姓名，并将条形码粘贴在答题卡相应位置处。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其它试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

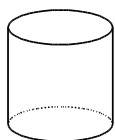
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

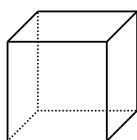
1. 下列几何体中，俯视图是三角形的是



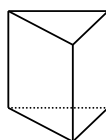
A



B



C

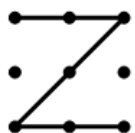


D

2. 近几年全国各省市都在发展旅游业，让游客充分感受地域文化，据统计，某市 2023 年的游客接待量为 210 000 000 人次，将 210 000 000 用科学记数法表示为

- A. 2.1×10^7 B. 2.1×10^8 C. 2.1×10^9 D. 2.1×10^{10}

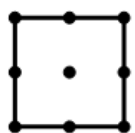
3. 下图是手机的一些手势密码图形，其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是



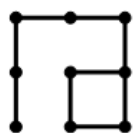
A



B



C



D

4. 某个正多边形的一个外角是 60° ，则该正多边形是

- A. 正方形 B. 正五边形 C. 正六边形 D. 正七边形

5. 数轴上的两点所表示的数分别为 a ， b ，且满足 $a \cdot b > 0$ ， $a + b < 0$ ，下列结论正确的是

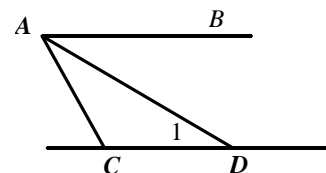
- A. $a > 0$ ， $b > 0$ B. $a < 0$ ， $b < 0$ C. $a > 0$ ， $b < 0$

D. $a < 0$ ， $b > 0$

6. 如图， $AB \parallel CD$ ， AD 平分 $\angle BAC$ 交 CD 于点 D ， $\angle 1 = 30^\circ$ ，则

$\angle CAB =$

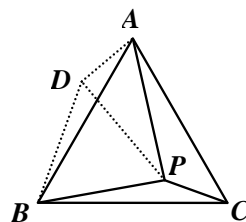
- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°



7. 同时掷两枚质地均匀的骰子，朝上的一面点数之和为整数的平方的概率为

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{7}{36}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{29}{36}$

8.如图，在等边三角形 ABC 中，有一点 P ，连接 PA 、 PB 、 PC ，将 BP 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到 BD ，连接 PD 、 AD ，有如下结论：



- ① $\triangle BPC \cong \triangle BDA$ ；② $\triangle BDP$ 是等边三角形；
③如果 $\angle BPC=150^\circ$ ，那么 $PA^2 = PB^2 + PC^2$ 。

以上结论正确的是

- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

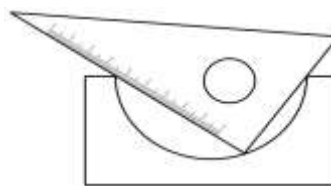
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9.如果 $\sqrt{2-m}$ 在实数范围内有意义，那么实数 m 的取值范围是_____。

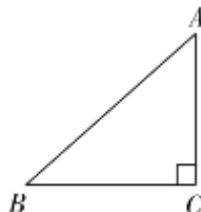
10.因式分解： $mx^2 - 2mx + m =$ _____。

11.如图所示，为了验证某个机械零件的截面是个半圆，

某同学用三角板放在了如下位置，通过实际操作可以得出结论，该机械零件的截面是半圆，其中蕴含的数学道理是_____。



12.在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AB=3$ ， $AC=2$ ，点 P 在线段 BC 上（不与 B 、 C 两点重合），如果 AP 的长度是个无理数，则 AP 的长度可以是_____。（写出一个即可）



13.已知一元二次方程 $x^2 + ax + b = 0$ ，有两个根，两根之和为正数，两根之积是负数，写出一组符合条件的 a 、 b 的值_____。

14.“洞门初开，佳景自来”，园林建筑中的门洞设计有很多数学中的图形元素，如图中的门洞造型，由四个相同的半圆构成，且半圆的直径围成了正方形，如果半圆的直径为 1 米，则该门洞的通过面积为_____平方米。



15.下面是某小区随机抽取的 50 户家庭的某月用电量情况统计表：

月用电量 x (千瓦时/户/月)	$x \leq 240$	$240 < x \leq 300$	$300 < x \leq 350$	$350 < x \leq 400$	$x > 400$
户数 (户)	6	15	11	14	4

已知月用电量第二档的标准为大于 240 小于等于 400，如果该小区有 500 户家庭，估计用电量在第二档的家庭有_____户。

16.5 月 20 日是中国学生营养日，青少年合理膳食是社会公共卫生关注的问题之一，某食堂为了均衡学生的营养，特设置如下菜单，每种菜品所含的热量，脂肪和蛋白质如下：

编号	菜名	类别	热量/千焦	脂肪/g	蛋白质/g
1	宫保鸡丁	荤菜	1033	18	7
2	炸鸡排	荤菜	1254	19	20

3	糖醋鱼块	荤菜	2112	18	14
4	土豆炖牛肉	荤菜	1095	23	16
5	香菇油菜	素菜	911	11	7
6	家常豆腐	素菜	1020	16	13
7	清炒冬瓜	素菜	564	7	1
8	韭菜炒豆芽	素菜	49	12	3
9	米饭	主食	360	1	8
10	紫菜鸡蛋汤	汤	100	5	8

学校规定每份午餐由 1 份荤菜，2 份素菜，1 份汤和 1 碗米饭搭配. 小明想要搭配一份营养午餐，那么他摄入的脂肪最低量是_____g.(12 岁-14 岁的青少年男生午餐营养标准：摄入热量上限为 2450 千焦，摄入蛋白质上限为 65g，蛋白质越接近标准越营养).

三、解答题（本题共 68 分，第 17~21 题每小题 5 分，第 22~24 题每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27~28 题每小题 7 分）

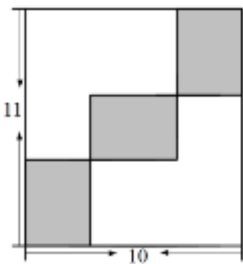
解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 计算： $(\pi - 2021)^0 + |\sqrt{2} - 2| + 2\sin 45^\circ - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$.

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 2x+1 > 3(x-1) \\ \frac{2-x}{2} < x+4 \end{cases}$$
，并求出该不等式组的非负整数解.

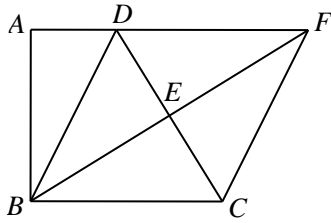
19. 已知 $3x^2 + 2x - 1 = 0$ ，求代数式 $(x+1)^2 - (x+2)(x-2) + 3x^2$ 的值.

20. 如图所示，在长为 11、宽为 10 的矩形内部，沿平行于矩形各边的方向割出三个完全相同的小矩形，求每个小矩形的面积.



21. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， $BD = BC$ ，点 E 为 CD 的中点，射线 BE 交 AD 的延长线于点 F ，连接 CF .

- (1) 求证：四边形 $BCFD$ 是菱形；
- (2) 若 $AD = 1$ ， $CF = 2$ ，求 BF 的长.



22. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象由 $y_1 = x_1$ 的图象向上平移 2 个单位得到，

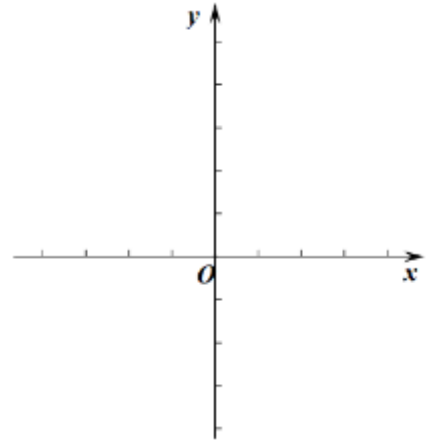
反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x_2}$ ($m \neq 0$) 的图象过点 $A(1, 4)$.

(1) 求一次函数表达式及 m 的值；

(2) 过点 $P(0, n)$ 平行于 x 轴的直线，分别与反比例函数

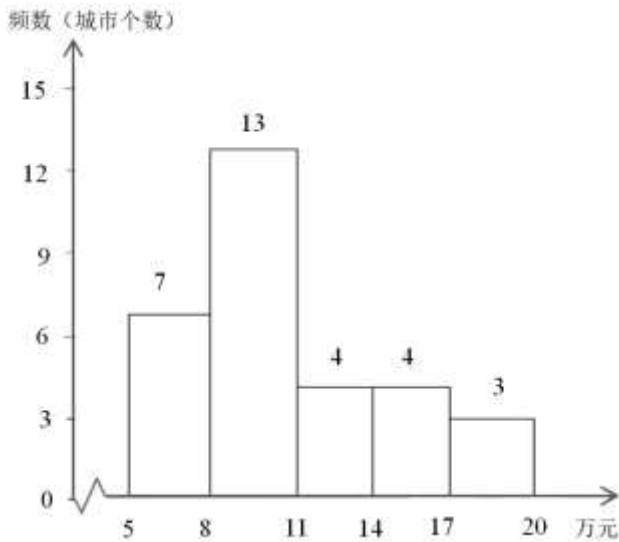
$y_2 = \frac{m}{x_2}$ 、一次函数 $y = kx + b$ 的图象相交于点 M 、 N ，

当 $PM = MN$ 时，画出示意图并直接写出 n 的值.



23. 某市统计局为研究我国省会及以上城市发展水平与人均 GDP 之间的关系，收集了 2023 年 31 个城市的人均 GDP 数据（单位：万元）以及城市 GDP 排名，进行了相关的数据分析，下面给出了部分信息.

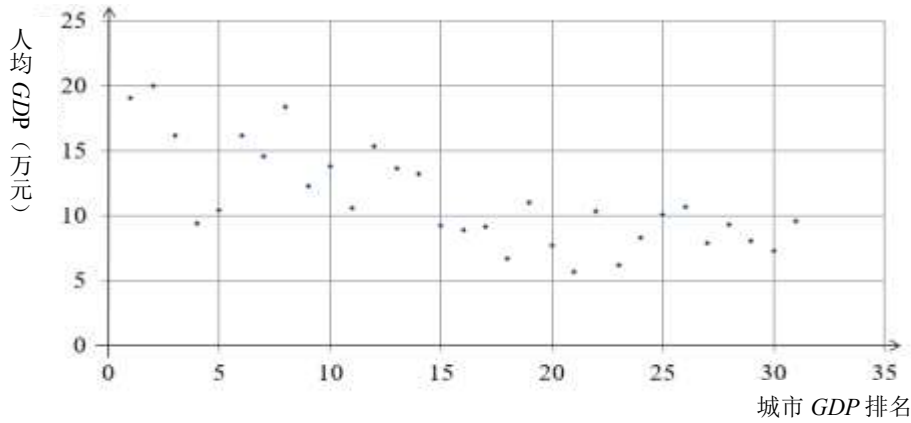
a. 城市的人均 GDP 的频数分布直方图（数据分成 5 组： $5 < x \leq 8$ ， $8 < x \leq 11$ ， $11 < x \leq 14$ ， $14 < x \leq 17$ ， $17 < x \leq 20$ ）：



b. 城市的人均 GDP (万元) 的数值在 $11 < x \leq 14$ 这一组的是：

12.3, 13.2, 13.6, 13.8

c. 以下是 31 个城市 2023 年的人均 GDP (万元) 和城市 GDP 排名情况散点图：



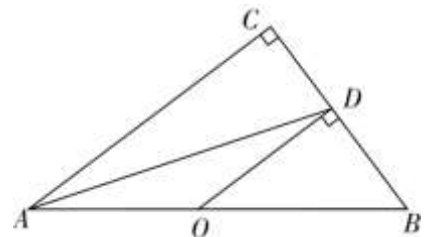
根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 某城市的人均 GDP 为 13.8 万元，该城市 GDP 排名全国第___；
- (2) 在 31 个城市 2023 年的人均 GDP 和城市 GDP 排名情况散点图中，请用“ \triangle ”画出城市 GDP 排名的中位数所表示的点；
- (3) 观察散点图，请你写出一条正确的结论：_____.

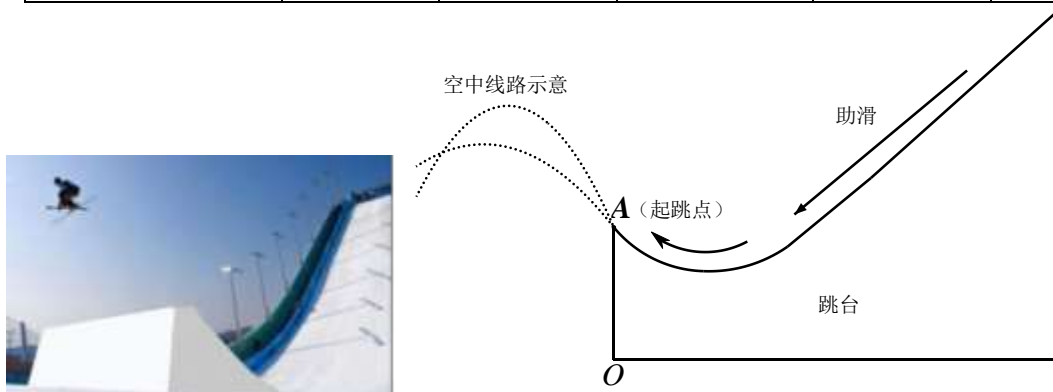
24. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle CAB$ 的平分线交 CB 于点 D ，过点 D 作 $OD \perp CB$ 交 AB 于点 O 。

- (1) 求证：直线 CD 是以点 O 为圆心， OA 为半径的 $\odot O$ 的切线；
- (2) 如果 $\sin \angle CAB = \frac{3}{5}$ ， $BC = 3$ ，求 $\odot O$ 的半径。

25. 如图 25-1 是某跳台滑雪场的横截面示意图，一名运动员经过助滑、起跳从地面上点 O 的正上方 4 米处的 A 点滑出，滑出后的路径形状可以看作是抛物线的一部分，通过测量运动员第一次滑下时，在距 OA 所在直线水平距离为 d 米的地点，运动员距离地面高度为 h 米。获得如下数据：



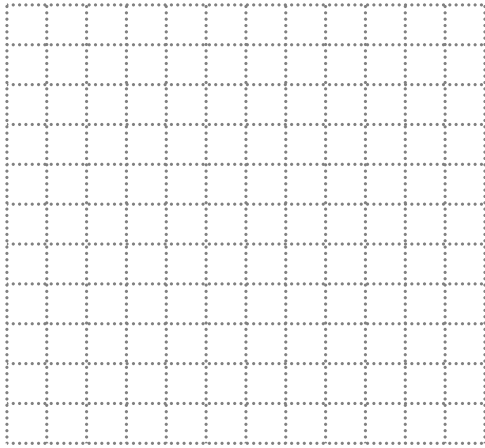
水平距离 d /米	0	2	4	6	8
垂直高度 h /米	4	$\frac{13}{2}$	8	$\frac{17}{2}$	8



请解决以下问题：

25-1

(1) 在下面网格中建立适当的平面直角坐标系，根据已知数据描点，并用平滑的曲线连接；



(2) 结合表中所给数据或所画图象，直接写出运动员滑行过程中距离地面的最大高度为____米；

(3) 求 h 关于 d 的函数表达式；

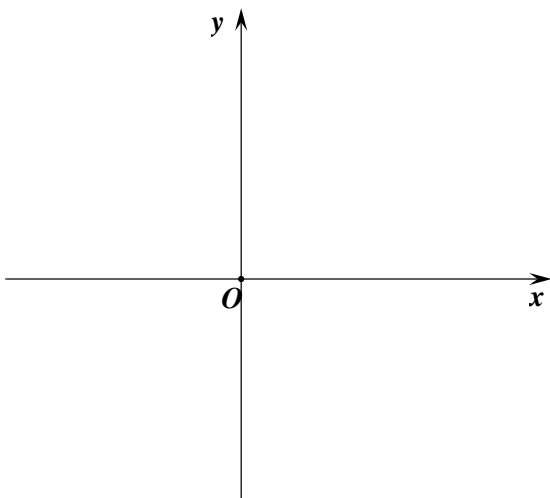
(4) 运动员第二次滑下时路径形状可表示为， $C_2: h = -\frac{1}{6}d^2 + \frac{5}{3}d + 4$ ，当第一次和第二次距离 OA 所在直线的水平距离分别为 d_1 、 d_2 ，且 $2 \leq d_1 - d_2 \leq 3$ 时能成功完成空中动作，则该运动员_____（填写“能”或“不能”）完成空中动作。

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(x_1, m)$ ， $B(x_2, n)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + 4$ ($a > 0$) 上，设抛物线的对称轴为直线 $x = h$ 。

(1) 如果抛物线经过点 $(2, 4)$ ，求 h 的值；

(2) 如果对于 $x_1 = h - 4$ ， $x_2 = 3h$ ，都有 $m > n$ ，求 h 取值范围；

(3) 如果对于 $h - 4 \leq x_1 \leq h + 2$ ， $x_2 \leq 1$ 或 $x_2 \geq 12$ ，存在 $m > n$ ，直接写出 h 的取值范围。



27. 如图， $AB=BC$ ， $\angle ABC=90^\circ$ ，点 P 在射线 AB 上，且 $\angle CEP=90^\circ$ ，点 F 在 EP 上且 $EF=EC$ ，连接 AF ，

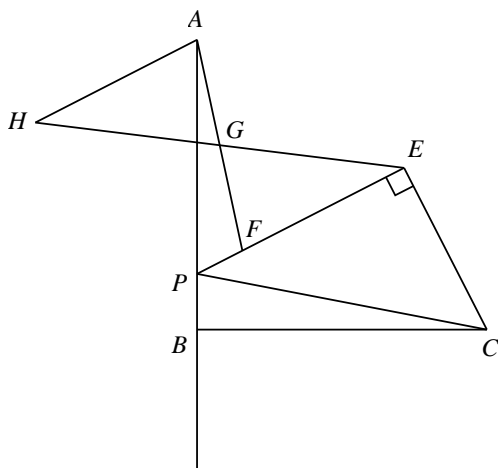
取 AF 中点 G , 连接 EG 并延长至 H , 使 $GH=GE$, 连接 AH .

(1) 如图 27-1, 当点 P 在线段 AB 上时,

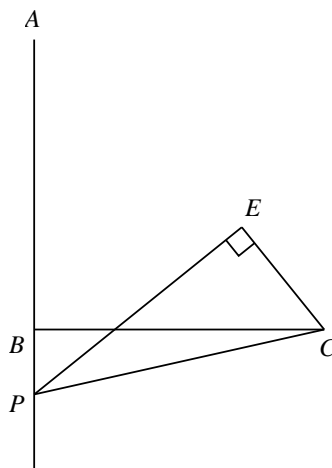
①用等式表示 AH 与 CE 的数量关系;

②连接 BH, BE , 直接写出 BH, BE 的数量关系和位置关系;

(2) 如图 27-2, 当点 P 在线段 AB 的延长线上时, 依题意补全图形 2, 猜想②中的结论是否还成立, 并证明.



27-1



27-2

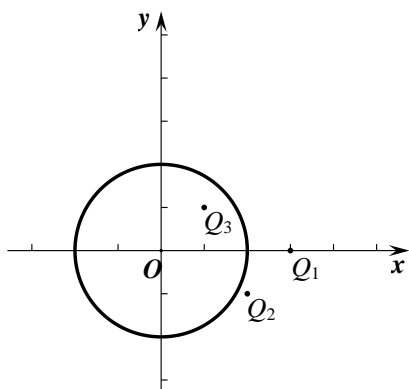
28. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为 2, 点 P, Q 是平面内的点, 如果点 P 关于点 Q 的中心对称点在 $\odot O$ 上, 我们称圆上的点为点 P 关于点 Q 的“等距点”.

(1) 已知如图 28-1 点 $P(4, 0)$,

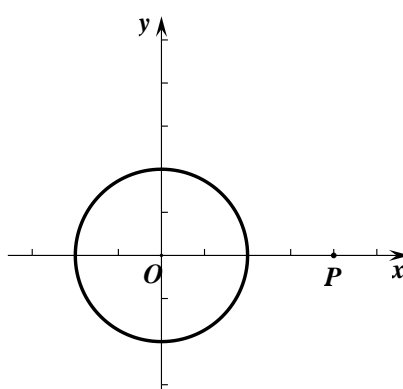
①如图 28-1, 在点 $Q_1(3, 0)$ 、 $Q_2(2, -1)$ 、 $Q_3(1, 1)$ 中, $\odot O$ 上存在点 P 关于点 Q 的“等距点”的是_____;

②如图 28-2, 点 $Q(m, n)$, $\odot O$ 上存在点 P 关于点 Q 的“等距点”, 则 m 的取值范围是_____;

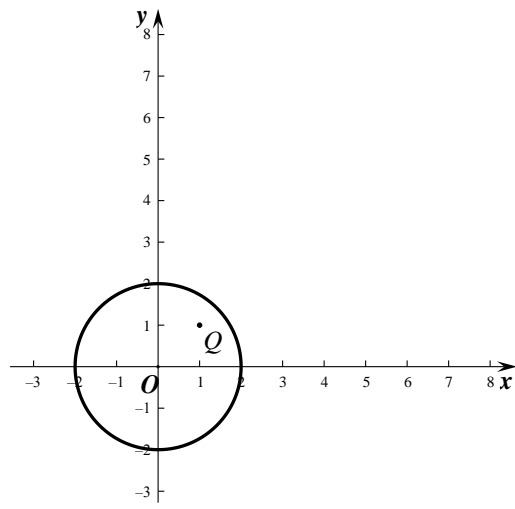
(2) 如图 28-3, 已知点 $Q(1, 1)$, 点 P 在 $y = -x + b$ 的图象上, 若 $\odot O$ 上存在点 P 关于点 Q 的“等距点”, 求 b 的取值范围.



28-1



28-2



28-3

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	B	C	C	B	C	B	D

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$m \leq 2$	$m(x-1)^2$	90° 的圆周角 所对的弦是直径	不唯一 例: $\sqrt{5}$	不唯一 例: $a = -1$ $b = -2$	$\frac{\pi}{2} + 1$	400	44

三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题每小题 5 分，第 23~26 题每小题 6 分，第 27~28 题每小题 7 分）

17.（本小题满分 5 分）

解: $(\pi - 2021)^0 + |\sqrt{2} - 2| + 2\sin 45^\circ - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$
 $= 1 + 2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 3$,4 分
 $= 0$ 5 分

18.（本小题满分 5 分）

解: 解①得 $x < 4$ 2 分
 解②得 $x > -2$ 4 分
 \therefore 不等式组的解集为 $-2 < x < 4$
 非负整数解为 0、1、2、35 分

19.（本小题满分 5 分）

解: $(x+1)^2 - (x+2)(x-2) + 3x^2$
 $= x^2 + 2x + 1 - x^2 + 4 + 3x^2$,2 分
 $= 3x^2 + 2x + 5$ 3 分
 $\because 3x^2 + 2x - 1 = 0$,
 $\therefore 3x^2 + 2x = 1$ 4 分
 \therefore 原式 $= 1 + 5 = 6$ 5 分

20.（本小题满分 5 分）

解: 设小矩形的长为 x , 宽为 y , 根据题意可得

$$\begin{cases} 2x + y = 11 \\ x + 2y = 10 \end{cases} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

解得： $\begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$ 4分

$x \cdot y = 3 \times 4 = 12$

∴小矩形的面积为 125分

21. (本小题满分 5分)

(1) 证明：∵ $BD=BC$ ，点 E 是 CD 的中点，

∴ $\angle 1 = \angle 2$ 1分

∵ $AD \parallel BC$,

∴ $\angle 2 = \angle 3$.

∴ $\angle 1 = \angle 3$ 2分

∴ $BD = DF$.

∵ $BD = BC$,

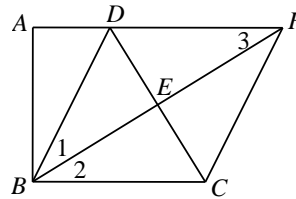
∴ $DF = BC$.

又∵ $DF \parallel BC$,

∴ 四边形 $BCFD$ 是平行四边形.

∵ $BD = BC$,

∴ $\square BCFD$ 是菱形. 3分



(2) 解：∵ $\angle A = 90^\circ$ ， $AD=1$ ， $BD=CF=2$ ，

∴ $AB = \sqrt{BD^2 - AD^2} = \sqrt{3}$.

∵ 四边形 $BCFD$ 是菱形，

∴ $DF = CF = 2$ 4分

∴ $AF = AD + DF = 3$.

∴ $BF = \sqrt{AB^2 + AF^2} = \sqrt{3+9} = 2\sqrt{3}$ 5分

22. (本小题满分 6分)

解：(1) ∵ 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象由 $y_1 = x_1$ 的图象向上平移 2 个单位得到，

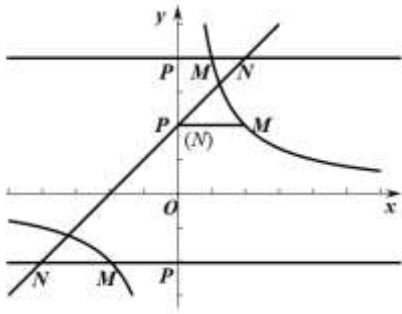
∴ $y = x + 2$, 既 $b = 2$ 1分

又∵ 反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x_2}$ ($m \neq 0, x_2 \neq 0$) 的图象过点 $A(1, 4)$.

∴ $4 = \frac{m}{1}$, 解得 $m = 4$ 2分

(2) 示意图正确3分

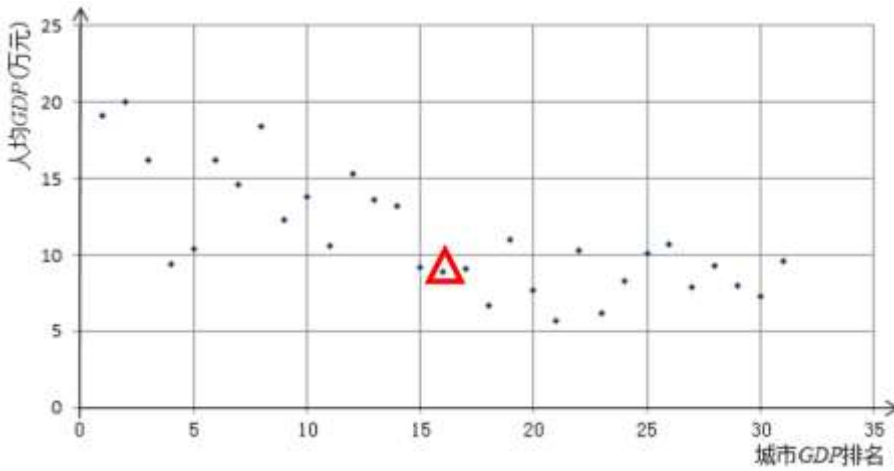
$n = -2$ 或 $n = 2$ 或 $n = 4$ 6分



23. (本小题满分 6 分)

解: (1) 该城市 GDP 排名全国第八;2 分

(2) 在 31 个城市 2023 年的人均 GDP 和城市 GDP 排名情况散点图中, 请用 “△” 画出城市 GDP 排名中位数的点;



.....4 分

(3) 观察散点图, 请你写出一条正确的结论: (回答合理即可).6 分

24. (本小题满分 6 分)

证明: (1) 补全图形1 分

$\because \angle C=90^\circ, OD \perp CB$

$\therefore \angle C = \angle ODB.$

$\therefore OD \parallel AC$

$\therefore \angle ODA = \angle CAD.$

$\because CB$ 平分 $\angle CAB,$

$\therefore \angle OAD = \angle CAD.$

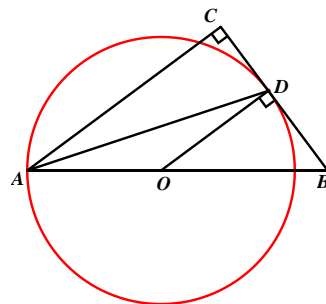
.....2 分

$\therefore \angle OAD = \angle ODA.$

$\therefore OA = OD.$

$\because OD \perp CB,$

$\therefore CD$ 是以点 O 为圆心, OA 为半径的 $\odot O$ 的切线.3 分



(2) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ,$

$\because \sin \angle CAB = \frac{3}{5}, BC = 3$

$$\therefore \frac{CB}{AB} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore AB = 5 \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

设 $OA=x$, 则 $OD=x$ 、 $OB=5-x$

$$\because OD \parallel AC,$$

$$\therefore \angle CAB = \angle DOB.$$

$$\therefore \sin \angle DOB = \frac{3}{5}$$

在 $\triangle ODB$ 中, $\angle ODB=90^\circ$,

$$\therefore \cos \angle DOB = \frac{4}{5} \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{OD}{OB} = \frac{4}{5}$$

$$\text{即 } \frac{x}{5-x} = \frac{4}{5}, \text{ 解得 } x = \frac{20}{9}$$

$$\therefore \odot O \text{ 的半径是 } x = \frac{20}{9} \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

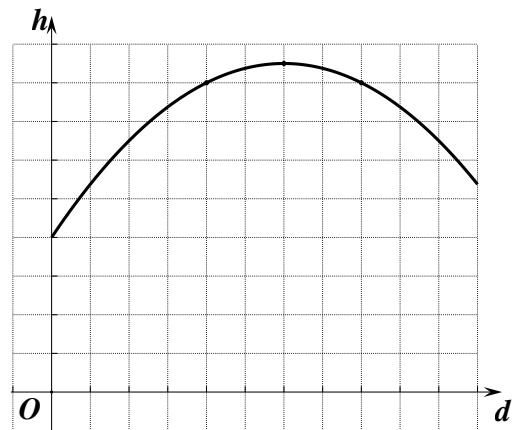
25. (本小题满分 5 分)

解: (1) 作图正确 $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$(2) \frac{17}{2} \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$(3) h = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{2}x + 4 \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(4) 能 $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$



26. (本小题满分 6 分)

方案 2

解: (1) 由题意知, $4 = 4a + 2b + c$.

$$\therefore b = -2a.$$

$$\therefore h = -\frac{b}{2a} = 1. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) $\because a > 0$,

\therefore 当 $x \geq h$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $x \leq h$ 时, y 随 x 的增大而减小.

点 $A(h-4, m)$ 关于对称轴 $x = h$ 的对称点为 $A'(h+4, m)$ $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

① 当 $h \leq 0$ 时 $3h \leq h$, $h-4 < h$,

$$\therefore m > n$$

$$\therefore h-4 < 3h$$

$$\therefore -2 < h \leq 0$$

②当 $h > 0$ 时 $2h > h$, $h + 4 > h$,

$\therefore m > n$

$\therefore h + 4 > 3h$

$\therefore 0 < h < 2$

综上 $-2 < h < 2$5分

(3) $h < 5$ 或 $h > 8$ 6分

27. (本小题满分 7 分)

解: (1) ① $AH = CE$;1分

② $BH = BE$, $BH \perp BE$;2分

(2) 补全图形正确3分

成立.4分

$\because G$ 为 AF 中点,

$\therefore GA = GF.$

$\because GH = GE$, $\angle AGH = \angle FGE$,

$\therefore \triangle GAH \cong \triangle GFE.$

$\therefore EF = AH$, $\angle HAG = \angle EFG$,

又 $\because EF = EC$,

$\therefore AH = EC$, $AH \parallel EF$5分

$\therefore \angle HAB = \angle APE.$

$\because \angle ABC = 90^\circ$, $\angle ABC + \angle CBP = 180^\circ$,

$\therefore \angle CBP = 90^\circ.$

$\because \angle CEP = 90^\circ$,

$\therefore \angle APE = \angle BCE.$

$\therefore \angle HAB = \angle BCE$6分

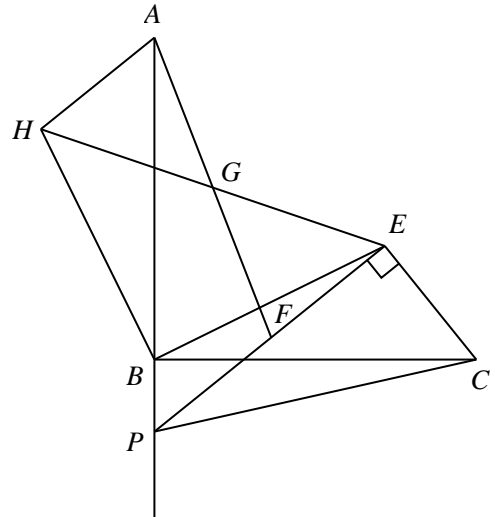
$\because AB = BC$,

$\therefore \triangle AHB \cong \triangle CEB.$

$\therefore BH = BE$, $\angle ABH = \angle CBE$,

$\therefore \angle HBE = \angle ABH + \angle ABE = \angle CBE + \angle ABE = \angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore BH \perp BE$7分



28. (本小题满分 7 分)

解: (1) ① Q_1 , Q_22分

② $1 \leq m \leq 3$ 4分

(2) $4 - 2\sqrt{2} \leq b \leq 4 + 2\sqrt{2}$7分

说明:

若考生的解法与给出的解法不同，正确者可参照评分参考相应给分。