



数 学

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 从水利部长江水利委员会获悉，截止 2024 年 3 月 24 日，南水北调中线一期工程自 2014 年 12 月全面通水以来，已累计调水 700 亿立方米。其中 70 000 000 000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 7×10^8 B. 7×10^9 C. 7×10^{10} D. 7×10^{11}

2. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）

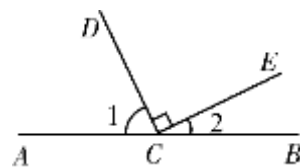


3. 如图，点 C 为直线 AB 上一点， $CD \perp CE$ ，若 $\angle 1 = 65^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是

- A. 15° B. 25° C. 35° D. 65°

4. 已知 $-1 < x < 0$ ，下列四个结论中，错误的是

- A. $|x| < 1$ B. $-x > 0$ C. $-x > 1$ D. $x+1 > 0$



5. 如果正多边形的每个内角都是 120° ，则它的边数为（ ）

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

6. 先后两次抛掷同一枚质地均匀的硬币，则两次都是正面向上的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

7. 已知两组数据（1）3005,3005,3003,3000,2994；（2）5,5,3,0, -6，设第一组数据的平均值为

\bar{x}_1 ，方差为 s_1^2 ，设第二组数据的平均值为 \bar{x}_2 ，方差为 s_2^2 ，下列结论正确的是：

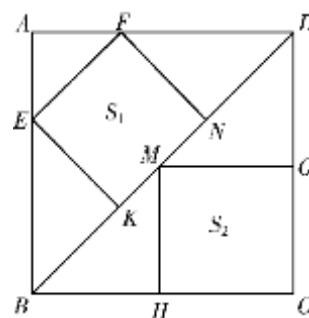
- A. $\bar{x}_1 = \bar{x}_2, s_1^2 = s_2^2$ B. $\bar{x}_1 > \bar{x}_2, s_1^2 > s_2^2$ C. $\bar{x}_1 = \bar{x}_2, s_1^2 > s_2^2$ D. $\bar{x}_1 > \bar{x}_2, s_1^2 = s_2^2$

8. 如图，正方形 ABCD 中，点 E、H、G、F 分别为 AB、BC、CD、AD 边上的点，点 K、M、N 为对角线 BD 上的点，四边形 EKNF 和四边形 MHCG 均为正方形，它们的面积分别表示为 S_1 ，和 S_2 ，给出下面三个

结论：① $S_1 = S_2$ ；② $DF = 2AF$ ；③ $S_{\text{正方形ABCD}} = \frac{9}{4}S_1 + 2S_2$ ；

- A. ② B. ①③
C. ②③ D. ①②③

上述结论中，所有正确结论的序号是（ ）



二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

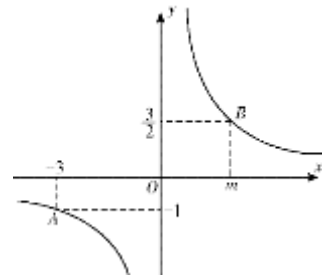
9. 若代数式 $\sqrt{x-1}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

10. 分解因式: $ax^2 + 2ax + a =$ _____.

11. 化简: $\frac{3x}{x-1} + \frac{3}{1-x}$ 的结果为_____.

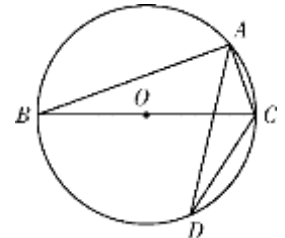
12. 写出一个大于 1 小于 4 的无理数:_____.

13. 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 经过点 A、点 B, 则 $m =$ _____.



14. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + k = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围为_____.

15. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, BC 为 $\odot O$ 的直径, D 为 $\odot O$ 上一点, 连接 AD 、 DC 若 $\angle D = 20^\circ$, 则 $\angle ACB$ 的度数为_____.



16. 某工艺坊加工一件艺术品, 完成该任务共需 A, B, C, D, E, F 六道工序, 其中 A, B 是前期准备阶段, C, D, E 是中期制作阶段, F 为最后的扫尾阶段, 三个阶段不能改变顺序, 也不能同时进行, 但各阶段内的几个工序可以同时进行, 完成各道工序所需时间如下表所示:

阶段	准备阶段		中期制作阶段			扫尾阶段
	A	B	C	D	E	F
工序	A	B	C	D	E	F
所需时间/分钟	11	15	20	17	6	3
加工时间每缩短一分钟需要增加投入费用/元	100	70	100	80	50	不能缩短

在不考虑其它因素的前提下, 加工该件艺术品最少需要_____分钟; 现因情况有变, 需将加工时间缩短到 30 分钟. 每道工序加工时间每缩短一分钟需要增加投入费用如上表, 则所增加的投入最少是_____元.

三、解答题 (共 68 分, 第 17—19 题, 每题 5 分, 第 20 题, 6 分, 第 21 题, 5 分, 第 22—23 题, 每题 6 分, 第 24—25 题, 每题 5 分, 第 26 题 6 分; 第 27—28 题, 每题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $2\cos 30^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + |\sqrt{3}-1| - \sqrt{12}$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 3x > x - 2 \\ \frac{1}{2}x < -x + 6 \end{cases}$$

19. 已知 $x^2 + x - 5 = 0$, 求代数式 $(x+1)(x-1) + x(x+2)$ 的值.

20. 我国古代数学著作《九章算术》里记载了这样一个有趣的问题: “今有善行者行 100 步, 不善行者 60 步. 今不善行者先行 100 步, 善行者追之, 问几何步追之?” 其意思是: 走路快的人走 100 步时, 走路慢的人只走了 60 步, 现在走路慢的人先走 100 步, 走路快的人去追他, 问走路快的人走多少步能够追上他? 请你解决该问题.

21. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的图象由函数 $y=x$ 的图象平移得到，且经过点 $(0, 3)$ 。

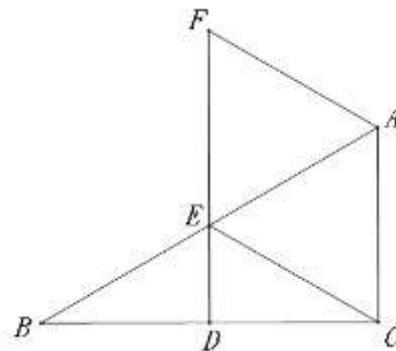
(1) 求这个一次函数的解析式；

(2) 当 $x > 0$ 时，对于 x 的每一个值，一次函数 $y = \frac{1}{2}x + n$ 的值小于函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的值且大于 0，直接写出 n 的取值范围。

22. 如图， $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，点 D 、 E 分别是 BC 、 AB 边的中点，连接 DE 并延长，使 $EF=2DE$ ，连接 AF 、 CE 。

(1) 求证：四边形 $ACEF$ 是平行四边形；

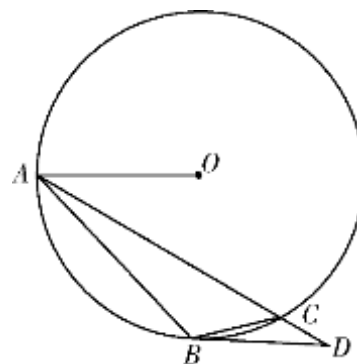
(2) 若 $\angle B=30^\circ$ ，求证：四边形 $ACEF$ 是菱形。



23. 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， $\angle ACB=45^\circ$ ，连接 OA ，过 B 作 $\odot O$ 的切线交 AC 的延长线于点 D 。

(1) 求证： $\angle D = \angle OAD$ ；

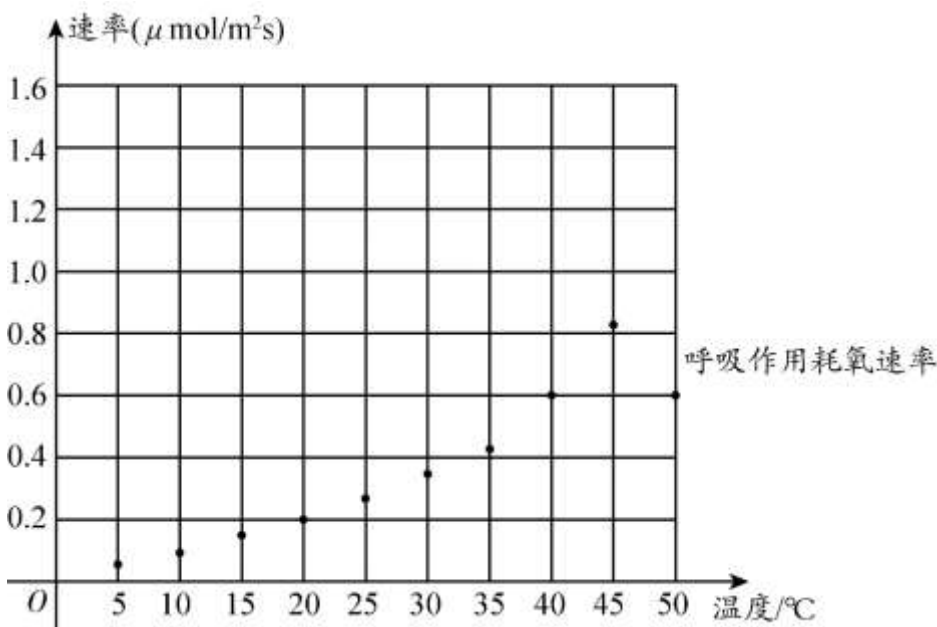
(2) 若 $BC = 4\sqrt{2}$ ， $\tan D = \frac{3}{4}$ ，求 $\odot O$ 半径的长。



24. 光合作用是指在光的照射下，植物将二氧化碳和水转化为有机物，并产生氧气的过程，呼吸作用指的是植物将有机物和氧气分解成二氧化碳和水以维持植物生命所必要的过程，光合作用产氧速率与呼吸作用耗氧速率差距越大越利于有机物的积累，植物生长越快，水果的品质越好. 下表是某农科院为了更好的指导果农种植草莓，在 0°C 至 50°C 气温，水资源及光照充分的条件下，对温度对光合作用和呼吸作用的影响进行研究的相关数据：

温度($^{\circ}\text{C}$)	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
光合作用产氧速率 ($\mu\text{mol}/\text{m}^2\text{s}$)	0.02	0.18	0.30	0.40	0.58	0.82	1.42	0.90	0.40	0.02
呼吸作用耗氧速率 ($\mu\text{mol}/\text{m}^2\text{s}$)	0.03	0.10	0.15	0.20	0.28	0.37	0.42	0.60	0.82	0.60

(1) 通过观察表格数据可以看出，若设温度为 x ，光合作用产氧速率、呼吸作用耗氧速率是这个自变量的函数. 建立平面直角坐标系，描出表中各组数值所对应的点，下图中已经描出部分点，请补全其余点，并画出函数图象：



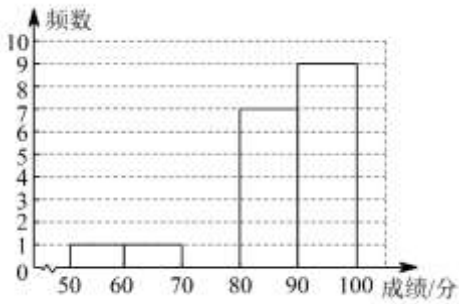
(2) 结合函数图象，解决问题：(结果取整)

① 最适合草莓生长的温度约为 $\underline{\hspace{2cm}}$ $^{\circ}\text{C}$ ；

② 当温度约在什么范围内时，呼吸作用耗氧速率大于光合作用产氧速率，呼吸作用成为植物的主要活动，植物生长缓慢.

25. 4月24日是中国的航天日. 为了激发全民尤其是青少年崇尚科学、勇于创新的热情, 某学校在七、八年级进行了一次航天知识竞赛, 现从七、八年级参加该活动的学生的成绩中各随机抽取20个数据, 分别对这20个数据进行整理、描述和分析, 下面给出了部分信息.

a. 七年级参加活动的20名学生成绩的数据的频数分布直方图如下 (数据分成5组: $50 \leq x < 60$, $60 \leq x < 70$, $70 \leq x < 80$, $80 \leq x < 90$, $90 \leq x \leq 100$);



b. 七年级参加活动的 20 名学生成绩的数据在 $80 \leq x < 90$ 这一组的是:

84 85 85 86 86 88 89

c. 八年级参加活动的 20 名学生成绩的数据如下:

分数	73	81	82	85	88	91	92	94	96	100
人数	1	3	2	3	1	3	1	4	1	1

根据以上信息, 解答下列问题:

(1) 补全 a 中频数分布直方图;

(2) 七年级参加活动的 20 名学生成绩的数据的中位数是_____ ; 八年级参加活动的 20 名学生成绩的数据的众数是_____ ;

(3) 已知七八两个年级各有 300 名学生参加这次活动, 若 85 分 (含 85 分) 以上算作优秀, 估计这两个年级共有多少人达到了优秀.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 - 2bx$.

(1) 当抛物线过点 $(2, 0)$ 时, 求抛物线的解析式;

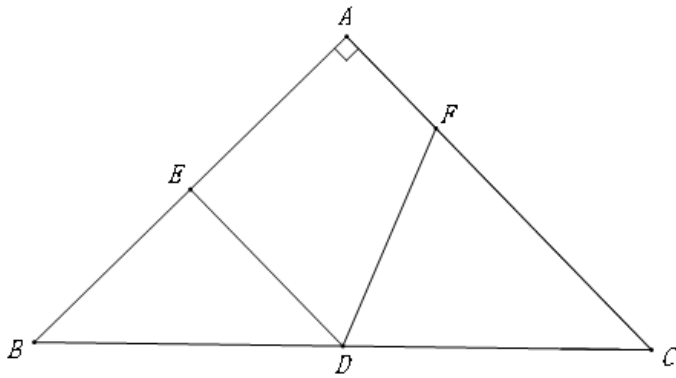
(2) 若抛物线上存在两点 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$, 若对于 $1 \leq x_1 \leq 2, x_2 = b + 2$ 都有 $y_1 \cdot y_2 < 0$, 求 b 的取值范围.

27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ, AB = AC$, 点 D 为 BC 边中点, $DE \perp AB$ 于 E , 作 $\angle EDC$ 的平分线交 AC 于点 F , 过点 E 作 DF 的垂线交 DF 于点 G , 交 BC 于点 H .

(1) 依题意补全图形;

(2) 求证: $DH = BE$;

(3) 判断线段 FD, HC 与 BE 之间的数量关系, 并证明.



28. 平面直角坐标系 xOy 中, 已知 $\odot M$ 和平面上一一点 P , 若 PA 切 $\odot M$ 于点 A , PB 切 $\odot M$ 于点 B , 且 $90^\circ \leq \angle APB < 180^\circ$ 则称点 P 为 $\odot M$ 的伴随双切点.

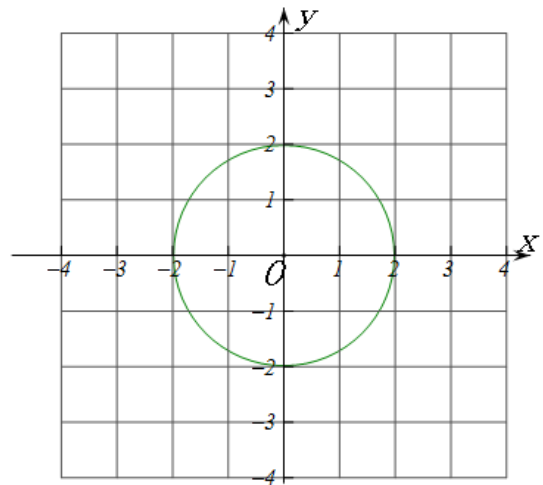
(1) 如果 $\odot O$ 的半径为 2

① 下列各点 $P_1(-1, 0), P_2(-2, 2), P_3(3, 3), P_4(-1, -2)$

是 $\odot O$ 的伴随双切点的是_____;

② 直线 $y = x + b$ 上存在点 P 为 $\odot O$ 的伴随双切点, 则 b 的取值范围_____;

(2) 已知: 点 $E(1, 2)$ 、 $F(0, -2)$, 过点 F 作 y 轴的垂线 l , 点 $C(m, 0)$ 是 x 轴上一点, 若直线 l 上存在以 CE 为直径的圆伴随双切点, 直接写出 m 的取值范围.



参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	D	B	C	B	A	D	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$x \geq 1$	$a(x+1)^2$	3	答案不唯一例： $\sqrt{3}$	2	$k < 1$	70°	38;750

三、解答题（共 68 分，第 17—19 题，每题 5 分，第 20 题，6 分，第 21 题，5 分，第 22—23 题，每题 6 分，第 24—25 题，每题 5 分，第 26 题 6 分；第 27—28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.解： $2 \cos 30^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + |\sqrt{3}-1| - \sqrt{12}$
 $= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 + \sqrt{3} - 1 - 2\sqrt{3} \dots\dots\dots 4$
 $= 1 \dots\dots\dots 5$

18.解不等式组： $\begin{cases} 3x > x - 2 \\ \frac{1}{2}x < -x + 6 \end{cases}$
 解①得 $x > -1 \dots\dots\dots 2$
 解②得 $x < 4 \dots\dots\dots 4$
 $\therefore -1 < x < 4 \dots\dots\dots 5$

19.先化简，再求值：
 $(x+1)(x-1) + x(x+2)$
 $= x^2 - 1 + x^2 + 2x \dots\dots\dots 2$
 $= 2x^2 + 2x - 1 \dots\dots\dots 3$
 $\because x^2 + x - 5 = 0, \therefore x^2 + x = 5 \dots\dots\dots 4$
 $\therefore \text{原式} = 10 - 1 = 9 \dots\dots\dots 5$

20.解：设走路快的人走了 x 步追上走路慢的人. $\dots\dots\dots 2$
 $x = \frac{3}{5}x + 100 \dots\dots\dots 4$
 解得： $x = 250 \dots\dots\dots 5$

答：走路快的人 250 步追上走路慢的人

.....6

(方法不唯一, 其他方法依步骤给分)

21. (1) ∵一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象由函数 $y=x$ 的图象平移得到

∴ $k=1$1

∵ 经过点(0, 3)

∴ $b=3$2

∴ $y=x+3$

(2) ∴ $0\leq n\leq 3$ 时结论成立.....5

22. 解: (1) ∵点 D、E 分别是 BC、AB 边的中点

∴ $DE\parallel AC$, 且 $DE = \frac{1}{2} AC$1

∵ $EF=2DE$

∴ $EF=AC$2

∴ 四边形 ACEF 是平行四边形.....3

(2) Rt△ABC 中,

∵ $\angle ACB=90^\circ$, E 为 AB 中点,

∴ $CE = \frac{1}{2} AB = AE$4

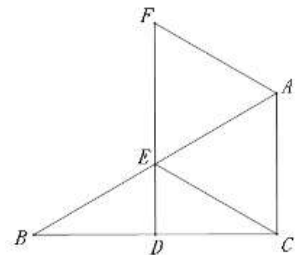
∵ $\angle B=30^\circ$

∴ $\angle BAC=60^\circ$

∴ △AEC 是等边三角形.....5

∴ $AC=EC$

∴ 四边形 ACEF 是菱形.....6



23. (1) 证明: 连接 OB

∵ BD 是 ⊙O 的切线

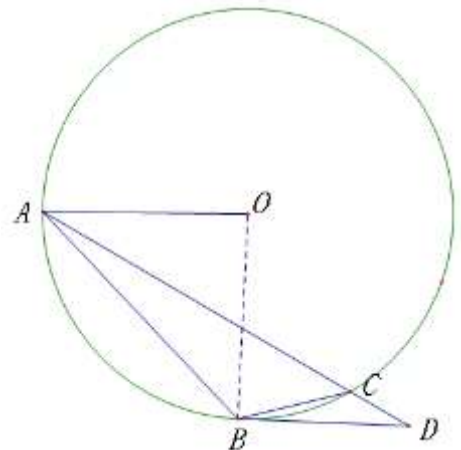
∴ $\angle OBD=90^\circ$1

∵ $\angle ACB=45^\circ$

∴ $\angle AOB=90^\circ$2

∴ $OA\parallel BD$

∴ $\angle ADB = \angle OAD$3



(2) 过点 B 作 $BH \perp AD$ 于点 H

$\therefore \angle AHB = \angle DHB = 90^\circ$

$\because \angle ACB = 45^\circ, BC = 4\sqrt{2}$

$\therefore BH = HC = 4 \dots\dots\dots 4$

$\because \angle HBM + \angle BMH = 90^\circ$

$\angle OAM + \angle AMO = 90^\circ$

$\angle BMH = \angle AMO$

$\therefore \angle MBH = \angle OAM = \angle D$

$\therefore \tan D = \frac{3}{4}$

$\therefore \tan \angle MBH = \frac{3}{4}$

$\therefore MH = 3, BM = 5 \dots\dots\dots 5$

设 $\odot O$ 的半径为 x

$\therefore OM = x - 5$

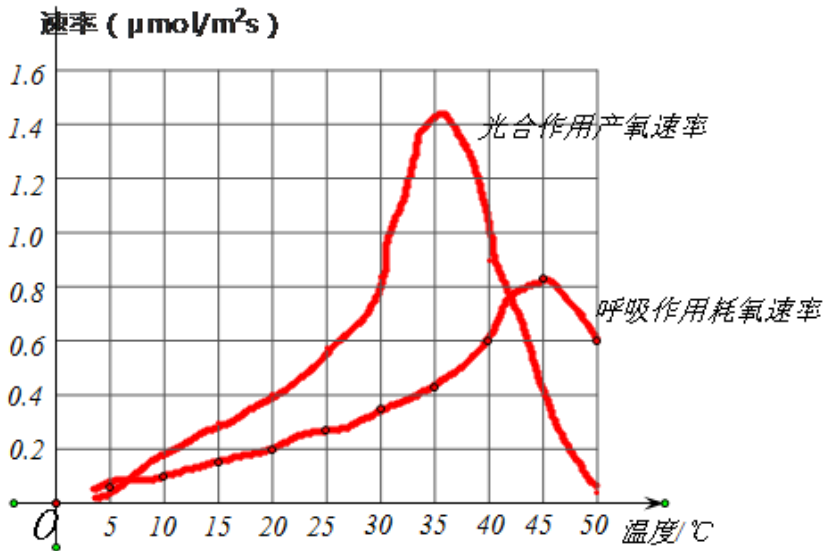
$\because \triangle AOM \sim \triangle BHM$

$\therefore \frac{x-5}{x} = \frac{3}{4}$

$\dots\dots\dots 6$

解得 $x = 20$

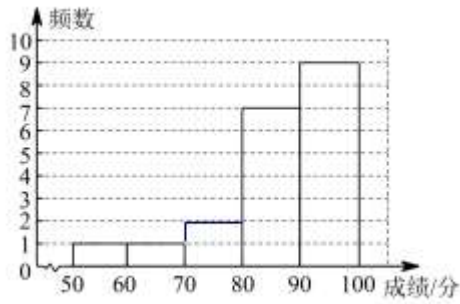
24. 解 (1) 补全函数图象 $\dots\dots\dots 2$



(2) ① 最适合草莓生长的温度约为 36 °C; (33-37 均可) $\dots\dots\dots 3$

② $0^\circ\text{C} \leq x \leq 6^\circ\text{C}$ 或 $42^\circ\text{C} \leq x \leq 50^\circ\text{C}$ (答案不唯一) $\dots\dots\dots 5$

25. (1) 补全 a 中频数分布直方图;



..... 1

(2) 88.5; 94.

..... 3

(3) 435.

..... 5

26. (1) 抛物线的对称轴为 $x=b$ 1

∵ 抛物线过点 $(0,0)$ 和 $(2,0)$

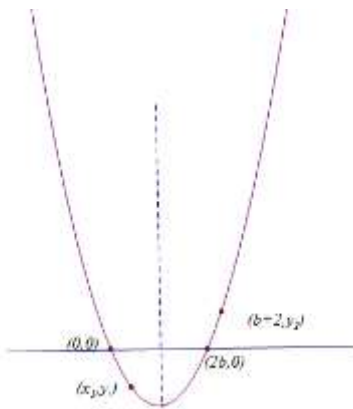
∴ $b=1$ 2

∴ 抛物线的解析式为 $y = x^2 - 2x$

(2) ∵ 抛物线的对称轴为 $x=b$,

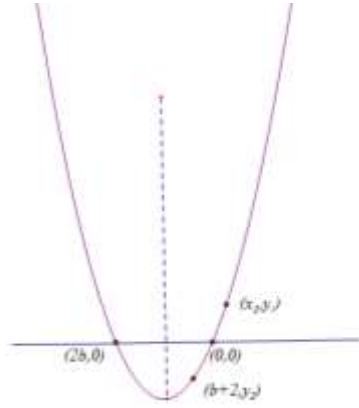
∴ $(b+2,0)$ 点一定位于对称轴的右侧 3

情况 1: 当原点位于对称轴的左侧时



此时, 有 $\begin{cases} b+2 > 2b \\ 2 < 2b \end{cases}$ 解得 $1 < b < 2$ 4

情况 2: 当原点位于对称轴的右侧时

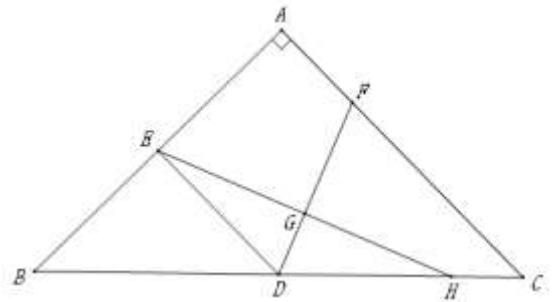


此时, 有 $2b < b+2 < 0$ 解得 $\begin{cases} b < 2 \\ b < -2 \end{cases}$ 解得 $b < -2$ 5

综上,

$\therefore 1 < b < 2$ 或 $b < -2$ 6

27.(1)补全图形.....1



(2) 证明: $\because DF$ 平分 $\angle EDC$

$\therefore \angle 1 = \angle 2$

$\because DF \perp EH$

$\therefore \angle EGD = \angle HGD = 90^\circ$

$\because \angle 1 = \angle 2, DG = DG$

$\therefore \triangle EDG \cong \triangle HDG$2

$\therefore DE = DH$

$\because \angle BAC = 90^\circ, AB = AC$

$\therefore \angle B = 45^\circ$

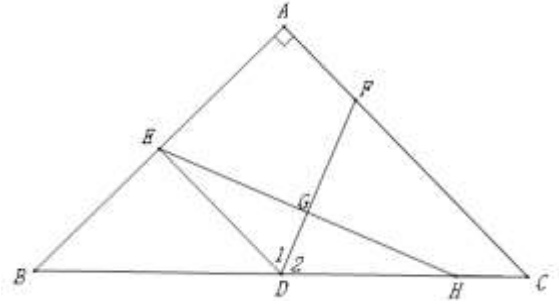
$\because DE \perp AB$

$\therefore \angle BED = 90^\circ$

$\therefore \angle B = \angle EDB = 45^\circ$

$\therefore DE = BE$

$\therefore DH = BE$3



(3) $BE^2 + HC^2 = DF^2$ 4

方法 1: 作 $DM \perp AC$ 于 M5

$\because CD = BD, \angle DMC = \angle BED = 90^\circ, \angle B = \angle C = 45^\circ$

$\therefore \triangle BED \cong \triangle CMD \therefore DE = DM,$

$\because \angle BAC = 90^\circ, DE \perp AB$

$\therefore DE \parallel AC$

$\therefore \angle 1 = \angle 3$

$\because DF$ 平分 $\angle EDC$

$\therefore \angle 1 = \angle 2$

$\therefore \angle 2 = \angle 3$

$\therefore CD = CF \dots \dots \dots 6$

$\because CM = DM = BE = DH$

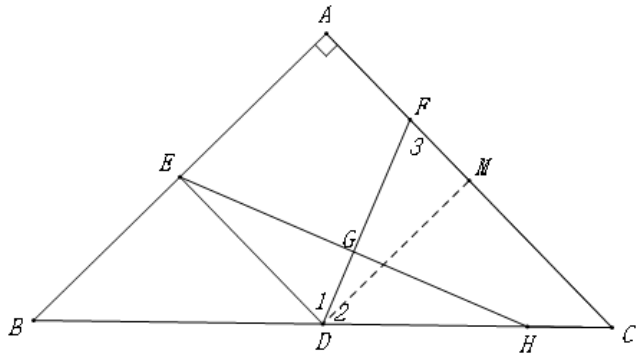
$\therefore CF - CM = CD - DH$

$\therefore FM = HC$

在 $Rt\triangle FDM$ 中

$\because FM^2 + DM^2 = DF^2$

$\therefore BE^2 + HC^2 = DF^2 \dots \dots \dots 7$



方法 2:

在 CF 上截取 $CK = CH$, 连接 DK 并延长使 $DM = DK$, 连接 $BM, EM \dots \dots \dots 5$

$\because CD = BD, DK = DM, \angle KDC = \angle BDM$

$\therefore \triangle KDC \cong \triangle BMD \therefore KC = BM, \angle C = \angle 4$

$\therefore KC \parallel BM$

$\therefore \angle ABM = \angle BAC = 90^\circ$

$\because \angle BAC = 90^\circ, DE \perp AB$

$\therefore DE \parallel AC$

$\therefore \angle 1 = \angle 3$

$\because DF$ 平分 $\angle EDC$

$\therefore \angle 1 = \angle 2$

$\therefore \angle 2 = \angle 3$

$\therefore CD = CF \dots \dots \dots 6$

$\because CK = CH$

$\therefore FK = DH$

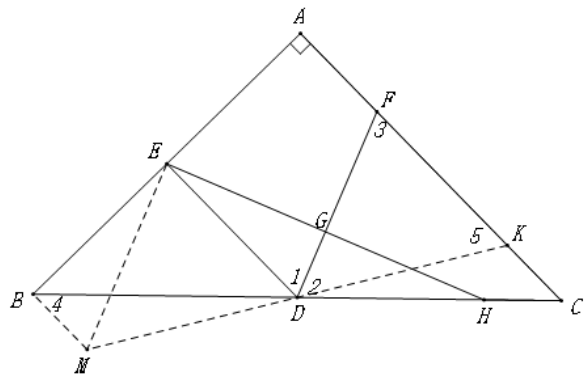
$\therefore DE = FK$

$\because ED \parallel AC$

$\therefore \angle EDM = \angle 5$

$\therefore \triangle EMD \cong \triangle FDK.$

$\therefore DF = ME$



$$\therefore BE^2 + HC^2 = DF^2 \dots\dots\dots 7$$

方法 3:

连接 AD, 在 AB 上截取 BM=AF, 连接 DM.

Rt△ABC 中, ∠BAC=90°, D 为 BC 中点

$$\therefore AD=BD, \angle 4=\angle B=45^\circ$$

$$\therefore AF=BM$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle BMD \dots\dots\dots 5$$

$$\therefore DF=DM$$

$$\therefore AB=AC, BM=AF$$

$$\therefore AB-BM=AC-AF$$

$$\therefore AM=CF$$

$$\therefore \angle BAC=90^\circ, DE \perp AB$$

$$\therefore DE \parallel AC$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3$$

$$\therefore DF \text{ 平分 } \angle EDC$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3$$

$$\therefore CD=CF \dots\dots\dots 6$$

$$\therefore AM=CD$$

$$\therefore DE \perp AB, \angle BAD=45^\circ$$

$$\therefore AE=DE$$

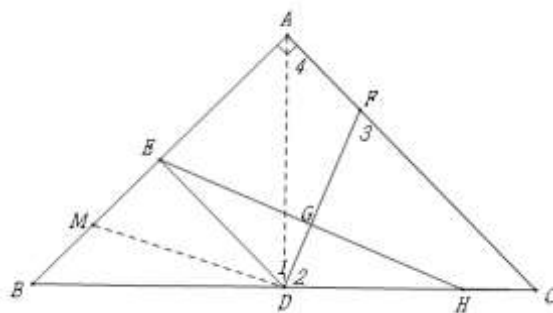
$$\therefore AE=DH$$

$$\therefore ME=HC$$

在 Rt△EDM 中

$$\therefore EM^2 + DE^2 = DM^2$$

$$\therefore BE^2 + HC^2 = DF^2 \dots\dots\dots 7$$



28. 解: (1) ①P₂, P₄;2

② $-4 \leq b \leq 4$ 4

(2)

$$m \geq \sqrt{14} + 1 \text{ 或 } m \leq 1 - \sqrt{14} \dots\dots\dots 7$$