2024 北京丰台初三一模

数　　学

2024.04

考生须知

1．本试卷共 8 页，共 28 道小题．满分 100 分．考试时间 120 分钟．

2．在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和考号．

3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效．

4．选择题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答．

5．考试结束，将本试卷和答题卡一并交回．

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1．2023 年 5 月 28 日，我国自主研发的 C919 国产大飞机商业首航取得圆满成功．一架 C919 飞机最大储油量超过 19000 千克．将数据 19000 用科学记数法表示为（　）

A．0.19×10^{5}　　B．1.9×10^{4}　　C．1.9×10^{3}　　D．19×10^{3}

2．窗花是中国传统民间艺术之一，下列四个窗花作品既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　）

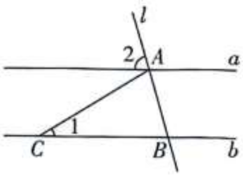

A．


B．


C．


D．

3．如图，直线 $a\,/\!/\,b$，直线 l 与直线 a，b 分别交于点 A，B，点 C 在直线 b 上，且 $CA=CB$．若 $\angle1=32°$，则 $\angle2$ 的大小为（　）



A．$32°$　　B．$58°$　　C．$74°$　　D．$106°$

4．已知实数 a，b 满足 $a>b-1$，则下列结论正确的是（　）

A．$a>b$　　B．$a<b$　　C．$a+2>b+1$　　D．$a+2<b+1$

5．我国古代园林连廊常采用八角形的窗户设计，如图 1 所示，其轮廓是一个正八边形，从窗户向外观看，景色宛如镶嵌于一个画框之中．图 2 是八角形窗户的示意图，它的一个外角 $\angle1$ 的大小为（　）

图1

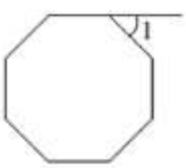


图2

A．$22.5°$　　B．$45°$　　C．$60°$　　D．$135°$

6．若关于 x 的方程 $ax^2-3x+c=0$ 有两个不相等的实数根，则满足条件的实数 a，c 的值可以是（　）

A．$a=0$，$c=1$　　B．$a=1$，$c=3$

C．$a=-2$，$c=-4$　　D．$a=-1$，$c=3$

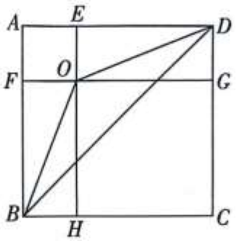
7．不透明的袋子中装有四个小球，上面分别写有数字“1”，“2”，“3”，“4”，除数字外这些小球无其他差别．从袋中随机同时摸出两个小球，那么这两个小球上的数字之和是 5 的概率是（　）

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{1}{3}$　　C．$\dfrac{1}{4}$　　D．$\dfrac{1}{6}$

8．如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别是 AD，AB 边上的点，$AE=AF$，且 $0<AE<ED$，过点 E 作 $EH\perp BC$ 于点 H，过点 F 作 $FG\perp CD$ 于点 G，EH，FG 交于点 O，连接 OB，OD，BD．设 $AE=a$，$ED=b$，$BD=c$，给出下面三个结论：

①$a+b>\sqrt{a^2+b^2}$；②$2\sqrt{a^2+b^2}>c$；③$a+b>\dfrac{\sqrt{2}}{2}c$．

上述结论中，所有正确结论的序号是（　）



A．①②　　B．①③　　C．②③　　D．①②③

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

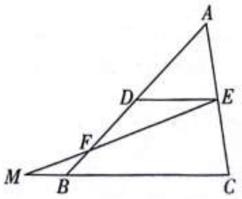
9．若代数式 $\dfrac{x}{x-3}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是______．

10．分解因式：$ax^2-4ay^2=$______．

11．方程 $\dfrac{3}{x+2}-\dfrac{1}{x}=0$ 的解为______．

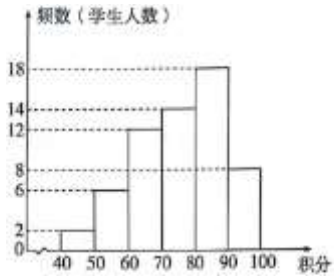
12．在平面直角坐标系 xOy 中，若函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象经过点 $A(m,6)$ 和 $B(-3,4)$，则 m 的值为______．

13．如图，DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，点 F 在 DB 上，$DF=2BF$，连接 EF 并延长，与 CB 的延长线交于点 M．若 $BC=8$，则线段 CM 的长为______．



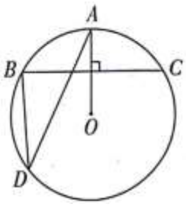
14．2011 年国际数学协会正式宣布：将每年的 3 月 14 日设为“国际数学节”．某学校在 3 月 14 日举办了校园数学节活动，学生可通过参加多项数学活动获得积分（百分制），次日兑换奖品．为了更好地准备奖品，学生会干部从全校 300 名学生中随机抽取 60 名学生的积分，得到数据的频数分布直方图如下（数据分成 6 组：$40 \le x < 50$，$50 \le x < 60$，$60 \le x < 70$，$70 \le x < 80$，$80 \le x < 90$，$90 \le x \le 100$）：

根据以上数据，估计该校 300 名学生中积分不低于 70 分的学生人数约为______．



第 14 题图

15．如图，A，B，C 是 $\odot O$ 上的点，$OA \perp BC$，点 D 在优弧 BC 上，连接 BD，AD．若 $\angle ADB = 30°$，$BC = 2\sqrt{3}$，则 $\odot O$ 的半径为______．



第 15 题图

16．车间里有五台车床同时出现故障．已知第一台至第五台修复的时间如下表：

车床代号	A	B	C	D	E
修复时间（分钟）	15	8	29	7	10

若每台车床停产一分钟造成经济损失 10 元，修复后即可投入生产．

（1）若只有一名修理工，且每次只能修理一台车床，则下列三个修复车床的顺序：

①$D \to B \to E \to A \to C$；②$D \to A \to C \to E \to B$；③$C \to A \to E \to B \to D$ 中，经济损失最少的是______（填序号）；

（2）若由两名修理工同时修理车床，且每台车床只由一名修理工修理，则最少经济损失为______元．

三、解答题（共 68 分，第 17—20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22—23 题，每题 5 分，第 24—26 题，每题 6 分，第 27—28 题，每题 7 分）

17．计算：$\left|-3\right| + 2\cos 30° - \left(\dfrac{1}{3}\right)^{-1} - \sqrt{12}$．

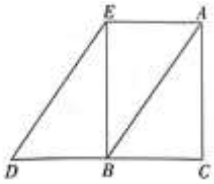
18．解不等式组：$\begin{cases}2x-3>3x-5,\\ \dfrac{2x+6}{3}<2-x.\end{cases}$

19．已知 $x-3y-2=0$，求代数式 $\dfrac{2x-6y}{x^2-6xy+9y^2}+\dfrac{4}{x-3y}$ 的值．

20．如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，延长 CB 至 D，使得 $BD=CB$，过点 A，D 分别作 $AE\parallel BD$，$DE\parallel BA$，AE 与 DE 交于点 E，连接 BE．

（1）求证：四边形 $ACBE$ 是矩形；

（2）连接 AD，若 $AD=5\sqrt{2}$，$\tan\angle BAC=\dfrac{2}{3}$，求 AC 的长．



21．小刚对诗仙李白的诗作《早发白帝城》中“朝辞白帝彩云间，千里江陵一日还”的说法产生疑问：李白真能在一日之内从白帝城到达江陵吗?小刚经过查阅资料得知，白帝城是现今的重庆奉节，而江陵是现今的湖北荆州．假设李白乘坐的轻舟从奉节到宜昌的速度约为 14 km/h，从宜昌到荆州的速度约为 10 km/h．从奉节到荆州的水上距离约为 350 km．经过分析资料，小刚发现从奉节到宜昌的时间比从宜昌到荆州多 1 h．根据小刚的假设，回答下列问题：

（1）奉节到宜昌的水上距离是多少 km？

（2）李白能在一日（24h）之内从白帝城到达江陵吗？说明理由．

22．在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的图象经过点 $A\left(2,1\right)$ 和 $B\left(0,-1\right)$．

（1）求该函数解析式；

（2）当 $x>-2$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=\dfrac{1}{2}x+n$ 的值小于函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的值且大于 -4，直接写出 n 的取值范围．

23．为了增强学生体质，某校九年级举办了小型运动会．其中男子立定跳远项目初赛成绩前 10 名的学生直接进入决赛．现将进入决赛的 10 名学生的立定跳远成绩（单位：厘米），数据整理如下：

a．10 名学生立定跳远成绩：

244，243，241，240，240，238，238，238，237，236

b．10 名学生立定跳远成绩的平均数、中位数、众数：

平均数	中位数	众数
239.5	m	n

（1）写出表中 m，n 的值；

（2）现有甲、乙、丙三名未进入决赛的学生，要通过复活赛进人决赛．在复活赛中每人要进行 5 次测试，每人的 5 次测试成绩同时满足以下两个条件方可进入决赛：

i．平均成绩高于已进入决赛的 10 名学生中一半学生的成绩；

ii．成绩最稳定．

①若甲学生前 4 次复活赛测试成绩为 236，238，240，237，要满足条件 i，则第 5 次测试成绩至少为______（结果取整数）；

②若甲、乙、丙三名学生的 5 次复活赛测试成绩如下表：

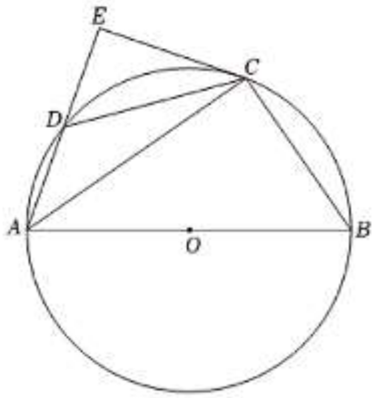
	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次
甲	236	238	240	237	237
乙	237	239	240	244	235
丙	237	242	237	239	240

则可以进入决赛的学生为______（填“甲”“乙”或“丙”）．

24．如图，四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形，AB 是直径，C 是 $\overset{\frown}{BD}$ 的中点，过点 C 作 $\odot O$ 的切线 CE 交 AD 的延长线于点 E．

（1）求证：$CE \perp AE$；

（2）连接 BD，若 $BC=6$，$AC=8$，求 BD 的长．



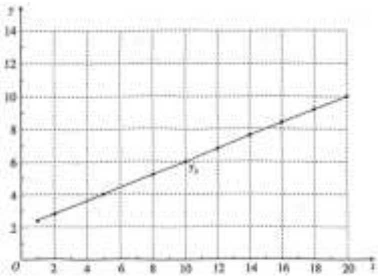
25．一般来说，市面上某种水果出售量较多时，水果的价格就会降低．这时，将水果进行保鲜存储，等到价格上升之后再出售，可获得更高的出售收入．但是保鲜存储是有成本的，而且成本会随着时间的延长而增大，因此出售水果获得的收益要从出售价格中扣除保鲜存储成本．某水果公司的调研小组收集到去年一段时间内某种水果当日每千克的出售价格和保鲜存储成本的部分数据如下：设水果保鲜存储的时间为 t 天（$1 \le t \le 20$），当日每千克水果出售价格为 y_1 元，每千克水果保鲜存储成本为 y_2 元．

t	1	2	5	8	10	12	14	16	18	20
y_1	4.0	6.3	10.8	12.5	12.7	12.4	12.2	11.8	12.0	13.0

y_2	2.4	2.8	4.0	5.2	6.0	6.8	7.6	8.4	9.2	10.0

（1）根据表格中的数据，第 8 天每千克水果的收益为______元；

（2）通过分析表格中的数据，发现 y_1， y_2 都可近似看作 t 的函数，在平面直角坐标系 xOy 中，描出表中各组数值所对应的点 $\left(t, y_1\right)$，并用平滑曲线连接这些点；



（3）结合函数图象，将水果保鲜存储第______天至第______天（结果取整数）时，出售每千克水果所获得的收益超过 4 元．

26．在平面直角坐标系 xOy 中，$M\left(2, y_1\right)$，$N\left(5, y_2\right)$ 是抛物线 $y=x^2-2ax$ 上的两点．

（1）直接写出一个 a 的值，使得 $y_1<y_2$ 成立；

（2）$P\left(x_3, y_3\right)$ 是抛物线 $y=x^2-2ax$ 上不同于 M，N 的点，若对于 $0<x_3\le 1$，都有 $y_1<y_3<y_2$，求 a 的取值范围．

27．在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle BAC=\alpha$，点 D 是 BC 中点，点 E 是线段 BC 上一点，以点 A 为中心，将线段 AE 逆时针旋转 α 得到线段 AF，连接 EF．

（1）如图 1，当点 E 与点 D 重合时，线段 EF，AC 交于点 G，求证：点 G 是 EF 的中点；

（2）如图 2，当点 E 在线段 BD 上时（不与点 B，D 重合），若点 H 是 EF 的中点，作射线 DH 交 AC 于点 M，补全图形，直接写出 $\angle AMD$ 的大小，并证明．

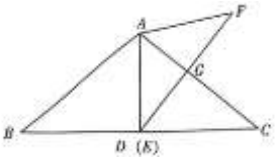


图 1

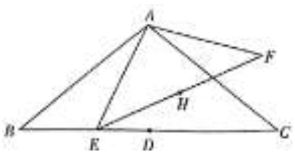


图 2

28．在平面直角坐标系 xOy 中，$\odot O$ 的半径为 1，对于 $\odot O$ 的弦 AB 和 $\odot O$ 外一点 C，给出如下定义：若直线 CA，CB 都是 $\odot O$ 的切线，则称点 C 是弦 AB 的“关联点”．

（1）已知点 $A(-1,0)$．

①如图 1，若 $\odot O$ 的弦 $AB=\sqrt{3}$，在点 $C_1\left(-1, \sqrt{3}\right)$，$C_2(-1,1)$，$C_3\left(-1,-\sqrt{3}\right)$ 中，弦 AB 的“关联点”是______；

②如图 2，若点 $B\left(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，点 C 是 $\odot O$ 的弦 AB 的“关联点”，直接写出 OC 长；

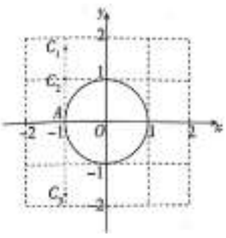


图 1

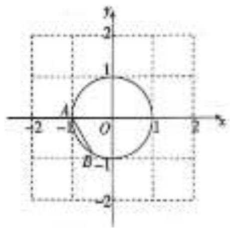
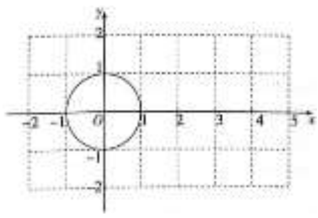


图 2

（2）已知点 $D(3,0)$，线段 EF 是以点 D 为圆心，以 1 为半径的 $\odot D$ 的直径，对于线段 EF 上任意一点 S，存在 $\odot O$ 的弦 AB，使得点 S 是弦 AB 的“关联点”．当点 S 在线段 EF 上运动时，将其对应的弦 AB 长度的最大值与最小值的差记为 t，直接写出 t 的取值范围．



备用图

参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	C	C	B	D	B	A

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．$x \neq 3$　　10．$a(x+2y)(x-2y)$　　11．$x=1$

12．-2　　13．10　　14．200

15．2　　16．①，1010

三、解答题（共 68 分，第 17—20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22—23 题，每题 5 分，第 24—26 题，每题 6 分，第 27—28 题，每题 7 分）

17．解：原式$=3+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-3-2\sqrt{3}=3+\sqrt{3}-3-2\sqrt{3}=-\sqrt{3}$．

18．解：解不等式①，得 $x<2$，解不等式②，得 $x<0$，

∴不等式组的解集为 $x<0$．

19．解：原式$=\frac{2(x-3y)}{(x-3y)^2}+\frac{4}{x-3y}=\frac{2}{x-3y}+\frac{4}{x-3y}=\frac{6}{x-3y}$．

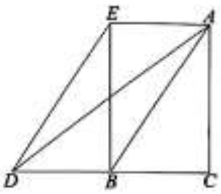
$\because x-3y-2=0$．$\therefore x-3y=2$，∴原式$=\frac{6}{2}=3$．

20．证明：（1）$\because AE \parallel BD$，$DE \parallel BA$，∴四边形 $ABDE$ 是平行四边形．

$\therefore AE=BD$．$\because BD=CB$，$\therefore AE=CB$．

$\because AE \parallel BD$，∴四边形 $ACBE$ 是平行四边形．

$\because \angle C=90^\circ$，∴四边形 $ACBE$ 是矩形．



（2）∵在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$\tan\angle BAC=\frac{BC}{AC}=\frac{2}{3}$，

∴设 $BC=2x$，$AC=3x$．$\therefore BD=BC=2x$．$\therefore DC=4x$．

在 Rt△ADC 中，$\angle C=90^\circ$，$AD=5\sqrt{2}$，

$\because AC^2+DC^2=AD^2$，$\therefore (3x)^2+(4x)^2=(5\sqrt{2})^2$．

解得，$x=\sqrt{2}$．$\therefore AC=3x=3\sqrt{2}$．

21．解：（1）设奉节到宜昌的水上距离是 $x$km．

根据题意得：$\frac{x}{14}-\frac{350-x}{10}=1$，解得 $x=210$．

答：奉节到宜昌的水上距离为 210km.

（2）$\because \frac{210}{14}+\frac{350-210}{10}=15+14=29>24$，

∴李白不能在一日之内从白帝城到达江陵.

22．解：（1）∵函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的图象经过点 $A\left(2,1\right)$ 和 $B\left(0,-1\right)$，

$\therefore \begin{cases}2k+b=1\\ b=-1\end{cases}$．解得：$\begin{cases}k=1\\ b=-1\end{cases}$．

∴该函数解析式为 $y=x-1$．

（2）$-3\leq n\leq -2$．

23．解：（1）$m=239$，$n=238$．

（2）①240．②丙.

24．（1）证明：连接 OC，

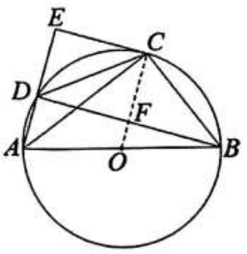
∵CE 为⊙O 的切线，$\therefore OC\perp CE$．$\therefore \angle OCE=90^\circ$．

∵C 是 BD 的中点，$\therefore CB=CD$．$\therefore \angle EAC=\angle CAO$．

$\because OA=OC$，$\therefore CAO=\angle ACO$．$\therefore \angle EAC=\angle ACO$．

$\therefore OC\parallel AE$，$\therefore \angle E+\angle OCE=180^\circ$，

$\therefore \angle E=90^\circ$，$\therefore CE\perp AE$．



（2）解：∵AB 为直径，$\therefore \angle ACB=\angle ADB=90^\circ$．

$\because BC=6$，$AC=8$，$\therefore AB=10$．

$\because \angle EAC=\angle CAO$，$\angle E=\angle ACB$，$\therefore \triangle ACE\backsim\triangle ABC$．

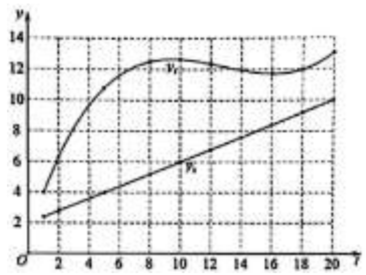
$\therefore \frac{CE}{BC}=\frac{AC}{AB}$．$\therefore CE=4.8$．

$\because \angle E=\angle BDE=\angle ECO=90^\circ$，∴四边形 $EDFC$ 是矩形.

$\therefore DF=EC=4.8$，$OC\perp BD$．$\therefore BD=2DF=9.6$．

25．解：（1）7.3；

（2）



（3）3，14．

26．解：（1）答案不唯一，例如：$a=3$．

（2）∵二次函数解析式为$y=x^2-2ax$，∴函数图像开口向上，对称轴为$x=a$．

①当$a\le x_3$时，∴点P，M，N均在对称轴右侧．

∴由二次函数性质，必有$y_3<y_1<y_2$，不符题意舍去．

②当$x_3\le a<2$时，

∵点P在对称轴左侧，设P点关于$x=a$的对称点为P'，

则点P'的坐标为$\left(2a-x_3,y_1\right)$．

∵点P'，M，N在对称轴右侧，且$y_1<y_3<y_2$，

∴$2<2a-x_3$．∴$\frac{3}{2}<a<2$．

③当$2\le a\le 5$时，

∵点P和M在对称轴左侧，由函数性质，有$y_1<y_3$，

∵点P'，N在对称轴右侧，且$y_3<y_2$，

∴$2a-x_3<5$．∴$2\le a\le\frac{5}{2}$．

④当$a>5$时，∴点P，M，N均在对称轴左侧．

∴由二次函数性质，必有$y_3>y_1>y_2$，不符题意舍去．

由①②③④可知，$\frac{3}{2}<a\le\frac{5}{2}$．

27．（1）证明：∵$AB=AC$，点D是BC中点，

∴$\angle DAC=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\alpha$．

∵$\angle DAF=\alpha$，∴$\angle CAF=\angle DAC=\frac{1}{2}\alpha$．

∵$AE=AF$，∴点G是EF的中点．

（2）依题意补全图形．

解：$\angle AMD=90^\circ$．

证明：连接FC，截取$KC=BE$，连接FK交AC于N．

$\because \angle BAC=\angle EAF=\alpha$，$\therefore \angle BAE=\angle CAF$．

$\because AE=AF$， $AB=AC$，$\therefore \triangle BAE\cong\triangle CAF$．

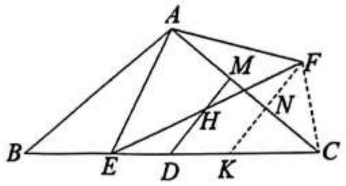
$\therefore BE=CF$， $\angle B=\angle ACF$．

$\because \angle B=\angle ACB$，$\therefore \angle ACB=\angle ACF$．

$\because KC=BE$，$\therefore KC=CF$． $\therefore KF\perp AC$ 于 N.

$\because$点 D 是 BC 中点，$\therefore BD=CD$． $\therefore DE=DK$．

$\because$点 H 是 EF 的中点，$\therefore DH\parallel KF$． $\therefore \angle AMD=\angle ANK=90^\circ$．



28．解：（1）①C_1，C_3；

②OC 长为$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$．

（2）$\dfrac{3\sqrt{10}}{5}-\dfrac{4\sqrt{2}}{3}\le t\le\dfrac{\sqrt{15}}{2}-\sqrt{3}$．