2024北京大兴初三一模

数　　学

考生须知：

1．本试卷共6页，共28道题．满分100分．考试时间120分钟．

2．在试卷和答题卡上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号．

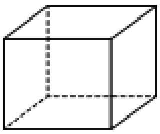
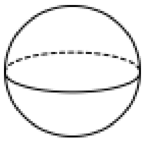
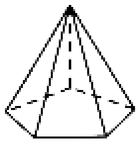
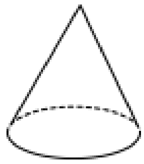
3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效．

4．在答题卡上，选择题、作图题用2B铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答．

5．考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回．

一、选择题（共16分，每题2分）第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1. 下面几何体中，是圆锥的为（　）

A. 　B. 　C. 　D. 

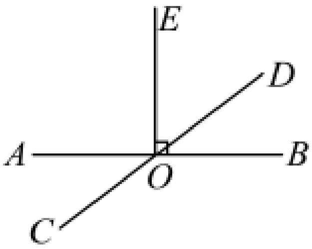
2. 2024年是京津冀协同发展十周年，高标准建设雄安新区成效显著．从新区设立至2023年底，累计开发面积184平方公里，4017栋楼宇拔地而起，总建筑面积4370万平方米．将43700000用科学记数法表示应为（　）

A. 43.7×10^{6}　B. 4.37×10^{7}　C. 4.37×10^{8}　D. 0.437×10^{9}

3. 五边形的内角和为（　）

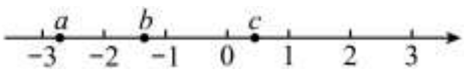
A. 180°　B. 360°　C. 540°　D. 720°

4. 如图，直线AB，CD相交于点O，$OE\perp AB$，若$\angle AOC=30°$，则$\angle EOD$的大小为（　）



A. 30°　B. 60°　C. 120°　D. 150°

5. 实数a，b，c在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是（　）



A. $b-c>0$　B. $ac>0$　C. $b+c<0$　D. $ab<1$

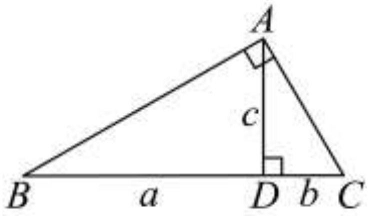
6. 不透明的盒子中装有3个小球，每个小球上面写着一个汉字分别是“向”、“前”、“冲”，这3个小球除汉字外无其他差别，从中随机摸出一个小球，记录其汉字，放回并摇匀，再从中随机摸出一个小球，记录其汉字，则两次都摸到“冲”字的概率是（　）

A. $\frac{2}{3}$　B. $\frac{1}{3}$　C. $\frac{1}{6}$　D. $\frac{1}{9}$

7. 若关于x的一元二次方程$x^2+2x-m=0$有两个不相等的实数根，则实数m的取值范围是（　）

A. $m>-1$　　　　B. $m\ge -1$　　　　C. $m>1$　　　　D. $m\ge 1$

8. 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=90^\circ$，$AD\perp BC$于点D，设$BD=a$，$DC=b$，$AD=c$，给出下面三个结论：①$c^2=ab$；②$a+b\ge 2c$；③若$a>b$，则$a>c$．上述结论中，所有正确结论的序号是（　）



A.①②　　　　B. ①③　　　　C. ②③　　　　D. ①②③

二、填空题（共16分，每题2分）

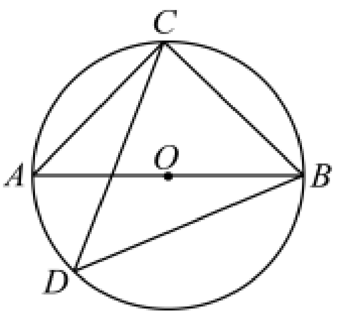
9. 若$\sqrt{x-3}$在实数范围内有意义，则实数x的取值范围是______．

10.分解因式：$ab^2-4a=$_______．

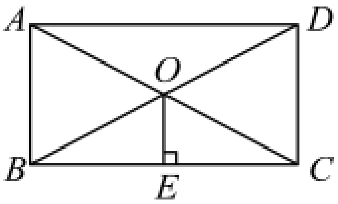
11. 方程$\frac{1}{x}=\frac{3}{4x-1}$的解为______．

12. 在平面直角坐标系xOy中，若点$A(5,2)$和$B(m,-2)$在反比例函数$y=\frac{k}{x}(k\ne 0)$的图象上，则m的值为______．

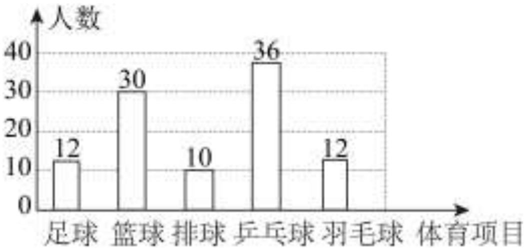
13. 如图，AB是$\odot O$的直径，点C，D在$\odot O$上，若$AC=BC$，则$\angle D$的度数为______°．



14. 如图，在矩形$ABCD$中，AC与BD相交于点O，$OE\perp BC$于点E．若$AC=4$，$\angle DBC=30^\circ$，则OE的长为______．



15. 某年级为了解学生对“足球”“篮球”“排球”“乒乓球”“羽毛球”五类体育项目的喜爱情况，现从中随机抽取了100名学生进行问卷调查，根据数据绘制了如图所示的统计图．若该年级有800名学生，估计该年级喜爱“篮球”项目的学生有______人．



16. 某公园门票价格如下表：某学校组织摄影、美术两个社团的学生游览该公园，两社团的人数分别为a和$b(a>b)$．若两社团分别以各自社团为单位购票，共需1560元；若两社团作为一个团体合在一起购票，共需1170元，那么这两个社团的人数为$a=$______，$b=$______.

购票人数	1~40	41~80	80以上
门票价格	20元/人	16元/人	13元/人

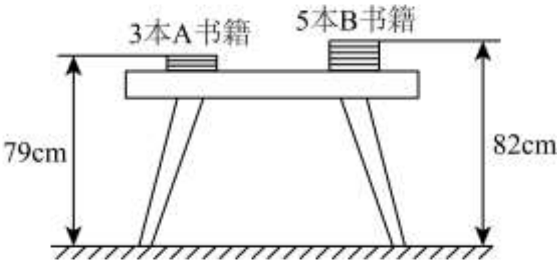
三、解答题（共68分，第17-20题，每题5分，第21题6分，第22-23题，每题5分，第24-26题，每题6分，第27-28题，每题7分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$|-3|+(\pi+2024)^0+\sqrt{8}-2\cos 45°$

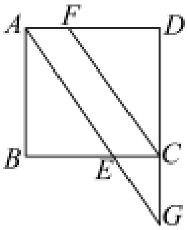
18. 解不等式组：$\begin{cases}4x-1\geq 2x+5\\ \dfrac{2x-1}{3}<x\end{cases}$

19. 已知$a^2+3a-1=0$，求代数式$(a+1)^2+a(a+4)-2$的值.

20. 某学校开展“浸书香校园，品诗词之美”读书活动．现有A，B两种诗词书籍整齐地叠放在桌子上，每本A书籍和每本B书籍厚度的比为$5:6$，根据图中所给出的数据信息，求每本A书籍的厚度.



21. 如图，在正方形$ABCD$中，点E，F分别在BC，AD上，$BE=DF$，连接CF，射线AE和线段DC的延长线交于点G.



（1）求证：四边形$AECF$是平行四边形；

（2）若$\tan\angle BAE=\dfrac{2}{3}$，$DG=9$，求线段$CE$的长.

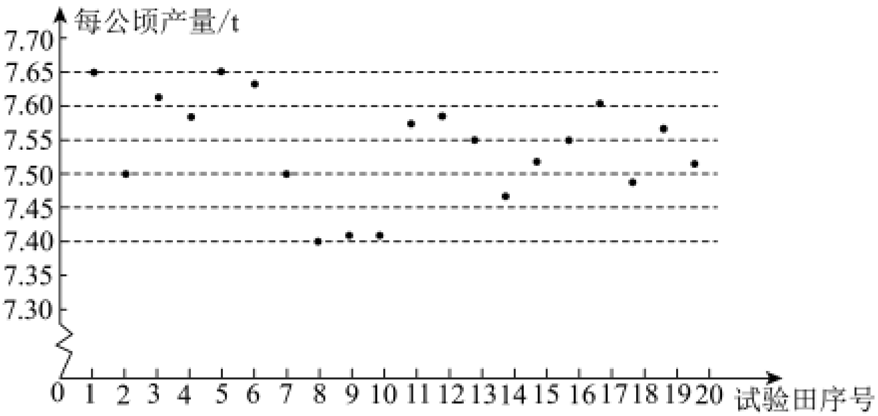
22. 种子被称作农业的“芯片”，粮安天下，种子为基．农科院计划为某地区选择合适的甜玉米种子，随机抽取 20 块自然条件相同的试验田进行试验，得到各试验田每公顷产量（单位： t ），并对数据（每公顷产量）进行了整理、描述和分析，下面给出了部分信息：

a．20 块试验田每公顷产量的频数分布表如下：

每公顷产量(t)	频数
$7.40 \le x < 7.45$	3
$7.45 \le x < 7.50$	2
$7.50 \le x < 7.55$	m
$7.55 \le x < 7.60$	6
$7.60 \le x \le 7.65$	5

b．试验田每公顷产量在$7.55 \le x < 7.60$这一组的是：7.55 7.55 7.57 7.58 7.59 7.59

c． 20 块试验田每公顷产量的统计图如下：



（1）写出表中m的值；

（2）随机抽取的这 20 块试验田每公顷产量的中位数为______.

（3）下列推断合理的是______（填序号）；

①20 块试验田的每公顷产量数据中，每公顷产量低于7.50t 的试验田数量占试验田总数的25%；

②3 号试验田每公顷产量在 20 块试验田的每公顷产量数据中从高到低排第 5 名.

（4）$1 \sim 10$号试验田使用的是甲种种子，11~20 号试验田使用的是乙种种子，已知甲、乙两种种子的每公顷产量的平均数分别为7.537t 及7.545t，若某种种子在各试验田每公顷产量的 10 个数据的方差越小，则认为这种种子的产量越稳定．据此推断：甲、乙两种种子中，这个地区比较适合种植的种子是______（填“甲”或“乙”）.

23. 在平面直角坐标系xOy中，函数$y = kx + b(k \ne 0)$的图象经过点$A(1,3)$和$B(-1,-1)$，与过点$(-2,0)$且平行于y轴的直线交于点C.

（1）求该函数的表达式及点C的坐标；

（2）当$x < -2$时，对于x的每一个值，函数$y = nx(n \ne 0)$的值大于函数$y = kx + b(k \ne 0)$的值且小于

-2，直接写出n的取值范围．

24. 某洒水车为绿化带浇水，图 1 是洒水车喷水区域的截面图，其上、下边缘都可以看作是抛物线的一部分，下边缘抛物线是由上边缘抛物线向左平移得到的．喷水口H距地面的竖直高度OH为1.5m，喷水区域的上、下边缘与地面交于A，B两点，上边缘抛物线的最高点C恰好在点B的正上方，已知$OA = 6\text{m}$，$OB = 2\text{m}$，$CB = 2\text{m}$．建立如图 2 所示的平面直角坐标系．

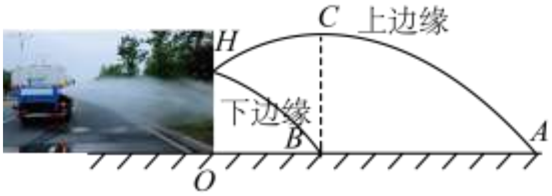


图1

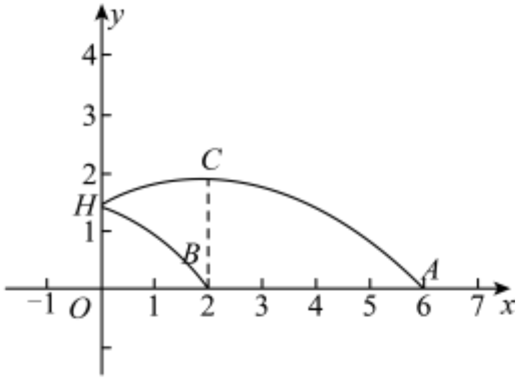


图2

图3

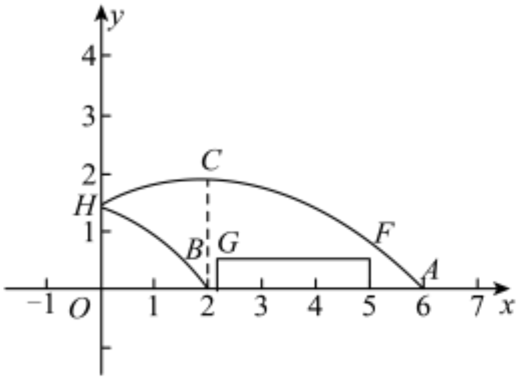


图4

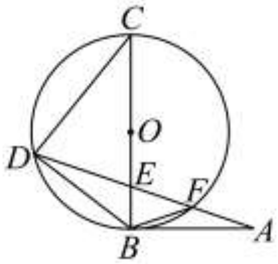
（1）在① $y = -\dfrac{1}{8}(x+2)^2 + 2$，② $y = -\dfrac{1}{8}(x-2)^2 + 2$ 两个表达式中，洒水车喷出水的上边缘抛物线的表达式为______，下边缘抛物线的表达式为______（把表达式的序号填在对应横线上）；

（2）如图 3，洒水车沿着平行于绿化带的公路行驶，绿化带的横截面可以看作矩形$DEFG$，水平宽度$DE = 3\text{m}$，竖直高度$DG = 0.5\text{m}$．如图 4，OD为喷水口距绿化带底部的最近水平距离（单位：m）．若矩形$DEFG$在喷水区域内，则称洒水车能浇灌到整个绿化带．

①当$OD = 2.6\text{m}$时，判断洒水车能否浇灌到整个绿化带，并说明理由；

②若洒水车能浇灌到整个绿化带，则OD的取值范围是______．

25. 如图，过$\odot O$外一点A 作$\odot O$的切线，切点为点B，BC为$\odot O$的直径，点D为$\odot O$上一点，且$BD = BA$，连接CD，AD，线段AD交直径BC于点E，交$\odot O$于点F，连接BF．



（1）求证：$EF = BF$；

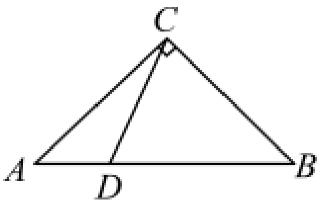
（2）若 $\sin A = \dfrac{1}{3}$，$OE = \dfrac{5}{2}$，求⊙O 半径的长.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，$M\left(x_1, y_1\right)$，$N\left(x_2, y_2\right)$ 是抛物线 $y = ax^2 + bx + c(a < 0)$ 上任意两点．设抛物线的对称轴为直线 $x = t$．

（1）若 $x_2 = 2$，$y_2 = c$，求 t 的值；

（2）若对于 $t+1 < x_1 < t+2$，$4 < x_2 < 5$，都有 $y_1 > y_2$，求 t 的取值范围.

27. 在 $\triangle ABC$ 中，$AC = BC$，$\angle ACB = 90°$，点 D 是线段 AB 上一个动点（不与点 A，B 重合），$\angle ACD = \alpha\left(0 < \alpha < 45°\right)$，以 D 为中心，将线段 DC 顺时针旋转 $90°$ 得到线段 DE，连接 EB．



（1）依题意补全图形；

（2）求 $\angle EDB$ 的大小（用含 α 的代数式表示）；

（3）用等式表示线段 BE，BC，AD 之间的数量关系，并证明.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $T(t,0)$，⊙T 的半径为 1，过⊙T 外一点 P 作两条射线，一条是⊙T 的切线，另一条经过点 T，若这两条射线的夹角大于或等于 $45°$，则称点 P 为⊙T 的“伴随点”．

（1）当 $t = 0$ 时，

①在 $P_1(1,0)$，$P_2(\sqrt{2},0)$，$P_3(-1,1)$，$P_4(1,-2)$ 中，⊙T 的“伴随点”是______.

②若直线 $y = \dfrac{1}{2}x + b$ 上有且只有一个⊙T 的“伴随点”，求 b 的值；

（2）已知正方形 $EFGH$ 的对角线的交点 $M(0,t)$，点 $E\left(-\dfrac{1}{2}, t + \dfrac{1}{2}\right)$，若正方形上存在⊙$T$ 的“伴随点”，直接写出 t 的取值范围.

参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1.【答案】D

【分析】本题考查了常见几何体的识别，观察所给几何体，可以直接得出答案.

【详解】解：A 选项为正方体，不合题意；

B 选项为球，不符合题意；

C 选项为五棱锥，不合题意；

D 选项为圆锥，符合题意.

故选：D.

2.【答案】B

【分析】本题考查科学记数法，科学记数法的表示形式为 $a\times10^{n}$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数（确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位）.

【详解】解：$43700000=4.37\times10^{7}$，

故选：B.

3.【答案】C

【分析】本题考查了 n 边形内角和公式，熟练记忆公式是解题的关键．代入公式即可求解.

【详解】解：五边形的内角和为 $\left(5-2\right)\times180^{\circ}=540^{\circ}$，

故选：C.

4.【答案】B

【分析】本题主要考查的是对顶角的性质和垂线，依据垂线的定义可求得 $\angle EOB=90^{\circ}$，然后依据对顶角的性质可求得 $\angle BOD$ 的度数，最后依据 $\angle EOD=\angle EOB-\angle DOB$ 求解即可.

【详解】解：$\because OE\perp AB$，

$\therefore\angle EOB=90^{\circ}$.

$\because\angle DOB=\angle AOC=30^{\circ}$，

$\therefore\angle EOD=\angle EOB-\angle DOB=90^{\circ}-30^{\circ}=60^{\circ}$.

故选：B.

5.【答案】C

【分析】本题考查了根据点在数轴的位置判断式子的正负．熟练掌握根据点在数轴的位置判断式子的正负是解题的关键.

由数轴可知，$-3<a<-2<b<-1<0<c<1$，则 $b-c<0$，$ac<0$，$b+c<0$，$ab>1$，然后判断作答即可.

【详解】解：由数轴可知，$-3<a<-2<b<-1<0<c<1$，

$\therefore b-c<0$，$ac<0$，$b+c<0$，$ab>1$，

∴A、B、D 错误，故不符合要求；C 正确，故符合要求；

故选：C．

6.【答案】D

【分析】本题考查的是列表法或画树状图求解概率，根据题意列出表格即可求解．

【详解】解：根据题意列表如下：

	向	前	冲
向	向，向	前，向	冲，向
前	向，前	前，前	前，冲
冲	向，冲	前，冲	冲，冲

共有 9 种等可能得情况，其中两次都摸到“冲”字的情况有 1 种，

则两次都摸到“冲”字的概率是：$\dfrac{1}{9}$，

故选：D．

7.【答案】A

【分析】本题考查了根的判别式：一元二次方程$ax^2+bx+c=0\left(a\neq 0\right)$的根与$\Delta=b^2-4ac$有如下关系：当$\Delta>0$时，方程有两个不相等的实数根；当$\Delta=0$时，方程有两个相等的实数根；当$\Delta<0$时，方程无实数根．根据判别式的意义得到$\Delta=2^2-4\times1\times\left(-m\right)>0$，然后求出不等式的解集即可．

【详解】解：根据题意得$\Delta=2^2-4\times1\times\left(-m\right)>0$，

解得$m>-1$．

故选：A．

8.【答案】D

【分析】由$\angle BAC=90°$，$AD\perp BC$，得到$\triangle ABD\backsim\triangle CAD$，$\dfrac{BD}{AD}=\dfrac{AD}{DC}$，将$BD=a$，$DC=b$，$AD=c$代入，即可判断①正确，由$\left(a-b\right)^2=a^2+b^2-2ab$，$\left(a+b\right)^2=a^2+b^2+2ab$，将$c^2=ab$代入，整理后即可判断②正确，将$b=\dfrac{c^2}{a}$，代入$a>b$，即可判断③正确，

本题考查了，相似三角形的性质与判定，完全平方公式的应用，解不等式，解题的关键是：熟练掌握完全平方公式的变形及应用．

【详解】解：$\because\angle BAC=90°$，$AD\perp BC$，

$\therefore\angle BAD+\angle CAD=90°$，$\angle BAD+\angle ABD=90°$，$\angle BAD=\angle ADC=90°$，

$\therefore\angle CAD=\angle ABD$，

$\therefore\triangle ABD\backsim\triangle CAD$，

$\therefore\dfrac{BD}{AD}=\dfrac{AD}{DC}$即：$\dfrac{a}{c}=\dfrac{c}{b}$，整理得：$c^2=ab$，故①正确，

$\because \left(a-b\right)^2=a^2+b^2-2ab$，即：$a^2+b^2=\left(a-b\right)^2+2ab$，

$\therefore \left(a+b\right)^2=a^2+b^2+2ab=\left(a-b\right)^2+4ab=\left(a-b\right)^2+4c^2$，

$\because \left(a-b\right)^2\geq 0$，

$\therefore \left(a+b\right)^2\geq 4c^2$，

$\because a>0$、$b>0$、$c>0$，

$\therefore a+b\geq 2c$，故②正确，

$\because a>b$，$b=\dfrac{c^2}{a}$，

$\therefore a>\dfrac{c^2}{a}$，

$\because a>0$，

$\therefore a^2>c^2$，

$\therefore a>c$，故③正确，

综上所述，①②③正确，

故选：D．

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9.【答案】$x\geq 3$

【分析】此题主要考查了分式有意义及二次根式有意义的条件，正确掌握相关定义是解题关键．由分式有意义及二次根式有意义的条件，进而得出 x 的取值范围．

【详解】由二次根式的概念，可知 $x-3\geq 0$，

解得 $x\geq 3$.

故答案为：$x\geq 3$

10.【答案】$a\left(b+2\right)\left(b-2\right)$.

【分析】要将一个多项式分解因式的一般步骤是首先看各项有没有公因式，若有公因式，则把它提取出来，之后再观察是否是完全平方公式或平方差公式，若是就考虑用公式法继续分解因式．因此，先提取公因式 a 后继续应用平方差公式分解即可

【详解】解：$ab^2-4a=a\left(b^2-4\right)=a\left(b+2\right)\left(b-2\right)$，

故答案为：$a\left(b+2\right)\left(b-2\right)$.

11.【答案】$x=1$

【分析】本题考查了解分式方程，先将分式方程化为一元一次方程，再解一元一次方程，最后检验即可求解，注意分式的方程需要检验是解题的关键．

【详解】解：$\dfrac{1}{x}=\dfrac{3}{4x-1}$

$\therefore 4x-1=3x$，

解得：$x=1$，

经检验，$x=1$是原分式方程的解，

$\therefore x=1$，

故答案为：$x=1$.

12.【答案】-5

【分析】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，先把$A(5,2)$代入$y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$求出$k=10,$再把$B(m,-2)$代入$y=\dfrac{10}{x}$，求出$m=-5$.

【详解】解：把$A(5,2)$代入$y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$得：$2=\dfrac{k}{5}$，

解得，$k=10,$

$\therefore$反比例函数解析式为$y=\dfrac{10}{x}$，

把$B(m,-2)$代入$y=\dfrac{10}{x}$，得：$-2=\dfrac{10}{m}$，

解得，$m=-5$，

故答案为：-5

13.【答案】45

【分析】本题主要考查了圆周角定理，先由直径所对的圆周角为$90°$，可得$\angle ACB=90°$，然后由$AC=BC$得：$\angle CAB=\angle CBA=45°$，然后根据同弧所对的圆周角相等，即可求出$\angle D$的度数.

【详解】解：$\because AB$是$\odot O$的直径，

$\therefore \angle ACB=90°$，

$\because AC=BC$，

$\therefore \angle CAB=\angle CBA=45°$，

$\therefore \angle D=\angle CAB=45°$.

故答案为：45

14.【答案】1

【分析】本题考查矩形的性质，等腰三角形的判定和性质，解直角三角形，根据矩形的性质，得到$OB=OC$，根据三线合一结合30度角的直角三角形的性质，求解即可.

【详解】解：$\because$矩形$ABCD$，

$\therefore OB=OC$，$\angle BCD=90°$，$BD=AC=4$，

$\because \angle DBC=30°$，

$\therefore CD=\dfrac{1}{2}BD=2$，

$\therefore BC=\sqrt{3}CD=2\sqrt{3}$，

$\because OB=OC$，$OE\perp BC$，

$\therefore BE=\frac{1}{2}BC=\sqrt{3}$，

$\therefore OE=BE\cdot\tan30^{\circ}=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=1$；

故答案为：1．

15.【答案】240

【分析】本题主要考查了样本估计总体．用 800 乘以喜爱“篮球”项目所占的百分比，即可．

【详解】解：$800\times\frac{30}{100}=240$ 人，

即该年级喜爱“篮球”项目的学生有 240 人．

故答案为：240

16.【答案】 ①. 60 ②. 30

【分析】本题考查了二元一次方程组的应用，由两次门票费用，列出方程组，可求解．

【详解】解：∵1170 不能整除 16，

∴两个部门的人数 $a+b\geq81$，

又 1560 不能整除 16，

∴每个部门的人数不可能同时在 $41\sim80$ 之间，

由于 $a>b$，所以，当 $1\leq b\leq40, 41\leq a\leq80$，则有：

$$\begin{cases}20b+16a=1560\\13(a+b)=1170\end{cases}$$

解得，$\begin{cases}a=60\\b=30\end{cases}$

故答案为：60，30．

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

17.【答案】$4+\sqrt{2}$

【分析】本题考查了实数的混合运算，掌握相关运算法则是解题关键．先计算绝对值、零指数幂、二次根式、特殊角的三角函数值，再计算加减法即可．

【详解】解：$|-3|+(\pi+2024)^{0}+\sqrt{8}-2\cos45^{\circ}$

$=3+1+2\sqrt{2}-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=3+1+2\sqrt{2}-\sqrt{2}$

$=4+\sqrt{2}$.

18.【答案】$x \geq 3$

【分析】本题主要考查了解一元一次不等式组，先求出每个不等式的解集，再根据“同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）”求出不等式组的解集即可.

【详解】解：$\begin{cases} 4x-1 \geq 2x+5① \\ \dfrac{2x-1}{3} < x② \end{cases}$

解不等式①，得 $x \geq 3$.

解不等式②，得 $x > -1$.

∴不等式组的解集为 $x \geq 3$.

19.【答案】1

【分析】本题考查整式的混合运算、代数式求值，熟练掌握运算法则是解答的关键．先根据整式的混合运算法则结合完全平方公式化简原式，再将已知化为 $2a^2+6a=2$ 代入求解即可.

【详解】解：$(a+1)^2+a(a+4)-2$

$=a^2+2a+1+a^2+4a-2$

$=2a^2+6a-1$.

$\because a^2+3a-1=0$，

$\therefore a^2+3a=1$.

$\therefore 2a^2+6a=2$.

$\therefore$ 原式 $=2a^2+6a-1$

$=2-1$

$=1$.

20.【答案】每本 A 书籍厚度为 1cm

【分析】本题主要考查了二元一次方程的应用，设每本 A 书籍厚度为 $x\text{cm}$，桌子高度为 $y\text{cm}$，根据等量关系，列出方程组，解方程组即可.

【详解】解：设每本 A 书籍厚度为 $x\text{cm}$，桌子高度为 $y\text{cm}$，

由题意可得：$\begin{cases} 3x+y=79 \\ 5\times\dfrac{6}{5}x+y=82 \end{cases}$，

解得 $\begin{cases} x=1 \\ y=76 \end{cases}$，

答：每本 A 书籍厚度为 1cm.

21.【答案】（1）见解析　（2）$CE=2$

【分析】本题考查了平行四边形的判定，正方形的性质，正切的定义；

（1）根据正方形的性质得出 $AD \parallel BC$ ， $AD = BC$ ．根据题意得出 $AF = CE$ ，即可得证；

（2）根据正方形的性质得出 $\tan \angle BAE = \tan G = \frac{2}{3}$ ，在 $\mathrm{Rt}\triangle ADG$ 中，得出 $CD = 6$ 则 $CG = 3$ ，根据 $\tan G = \frac{2}{3} = \frac{CE}{CG}$ ，即可求解．

【小问 1 详解】

证明：∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

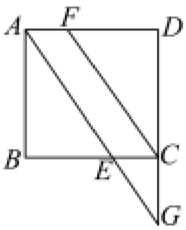
$\therefore AD \parallel BC$ ， $AD = BC$ ．

$\because BE = FD$ ，

$\therefore AD - FD = BC - BE$ ．即 $AF = CE$ ．

又 $\because AF \parallel CE$ ，

∴四边形 $AECF$ 是平行四边形．



【小问 2 详解】

解：∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AD \parallel BC$ ， $\angle BCD = \angle D = 90^\circ$ ， $AD = CD$ ．

$\therefore \angle BAE = \angle G$ ， $\angle ECG = 90^\circ$ ，

$\therefore \tan \angle BAE = \tan G = \frac{2}{3}$ ．

在 $\mathrm{Rt}\triangle ADG$ 中，

$\because \tan G = \frac{AD}{DG} = \frac{2}{3}$ ， $DG = 9$ ，

$\therefore AD = 6$ ．

$\therefore CD = 6$ ．

$\therefore CG = 3$ ．

在 $\mathrm{Rt}\triangle ECG$ 中，

$\because \tan G = \frac{2}{3} = \frac{CE}{CG}$ ，

$\therefore CE = 2$ ．

22.【答案】（1）4　（2）7.55

（3）①　（4）乙

【分析】本题考查了频数分布表，求中位数，根据方差判断稳定性：

（1）运用频数总数减去已知频数即可得出 m；

（2）根据中位数的定义可求解；

（3）从统计图中可得每公顷产量低于$7.50\mathrm{t}$的试验田数量有 5 块，可判断①；3 号试验田每公顷产量在 20 块试验田的每公顷产量数据中从高到低排第 4 名可判断②.

（4）根据图象判断稳定性即可得出结果.

【小问 1 详解】

解：$m=20-3-2-6-5=4$

【小问 2 详解】

解：随机抽取的这 20 块试验田每公顷产量的中位数是$7.55\le x<7.60$这一组的第 1 个和第 2 个数据，

即：7.55 和 7.55，

故中位数为：$\dfrac{7.55+7.55}{2}=7.55$，

故答案为：7.55；

【小问 3 详解】

解：20 块试验田的每公顷产量数据中，每公顷产量低于$7.50\mathrm{t}$的试验田数量有 5 块，

所以，占试验田总数的百分数为$\dfrac{5}{20}\times 100=25\%$，故①正确；

3 号试验田每公顷产量在 20 块试验田的每公顷产量数据中从高到低排第 4 名，故②错误，

故答案为：①

【小问 4 详解】

解：从 20 块试验田每公顷产量的统计图中可看出甲种种子每公顷产量波动大，乙种种子每公顷产量波动小，据此推断：甲、乙两种种子中，这个地区比较适合种植的种子是乙；

故答案为：乙

23.【答案】（1）$y=2x+1$；$(-2,-3)$

（2）$1\le n\le \dfrac{3}{2}$

【分析】本题考查待定系数法求一次函数解析式，一次函数图象及性质，用数形结合思想考虑本题是解答本题的关键.

（1）将两点代入函数解析式中即可求得函数解析式，再将$x=-2$代入解析式即可求出点C坐标；

（2）根据题意将$(-2,-2)$代入$y=nx(n\ne 0)$求出n的最小值，再根据题意将C代入求出n的最大值，即为本题答案.

【小问 1 详解】

解：$\because$函数$y=kx+b(k\ne 0)$的图象经过点$A(1,3)$和$B(-1,-1)$，

$\therefore$将点$A(1,3)$和$B(-1,-1)$代入$y=kx+b(k\ne 0)$中，

$\begin{cases} k+b=3 \\ -k+b=-1 \end{cases}$，解得：$\begin{cases} k=2 \\ b=1 \end{cases}$，

∴该函数的表达式为：$y=2x+1$，

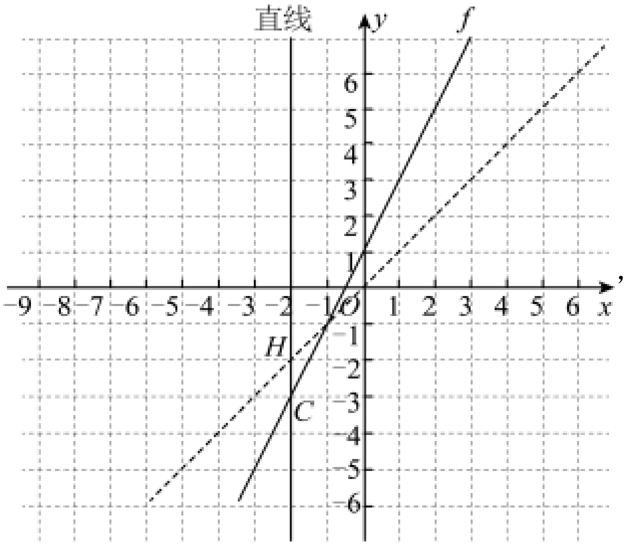
∵与过点$(-2,0)$且平行于y轴的直线交于点C，

∴将$x=-2$代入$y=2x+1$中，得$y=-3$，

∴$C(-2,-3)$；

【小问2详解】

解：∵当$x<-2$时，对于x的每一个值，函数$y=nx(n\neq 0)$的值大于函数$y=kx+b(k\neq 0)$的值且小于-2，



通过图象可知，当$y=nx(n\neq 0)$的函数值小于-2时，即将$H(-2,-2)$代入$y=nx(n\neq 0)$中，$n=1$，

当$y=nx(n\neq 0)$的函数值大于函数$y=kx+b(k\neq 0)$的值将$C(-2,-3)$代入$y=nx(n\neq 0)$中，$n=\frac{3}{2}$，

∴n的取值范围为：$1\leq n\leq\frac{3}{2}$.

24.【答案】（1）②，①　（2）①不能；理由见解析；②$2\leq OD\leq 2\sqrt{3}-1$

【分析】本题考查了二次函数的实际应用，

（1）由题意可知：顶点坐标$C\left(2,2\right)$，$H\left(0,1.5\right)$，利用待定系数法即可求出函数解析式为：$y=-\frac{1}{8}\left(x-2\right)^2+2$，利用$H\left(0,1.5\right)$关于对称轴$x=2$的对称点为：$\left(4,1.5\right)$，可知下边缘抛物线是由上边缘抛物线向左平移4个单位得到，求出下边缘抛物线为：$y=-\frac{1}{8}\left(x+2\right)^2+2$；

（2）①根据$OD=2.6\text{m}$，将$x=5.6$代入上边缘抛物线的函数解析式得出$y=0.38<0.5$，即可求解；

②当点B和点D重合时，d有最小值，此时$d=2$；当上边缘抛物线过点F时，d有最大值，

$d=2+2\sqrt{3}-3=2\sqrt{3}-1$；所以$2\leq d\leq 2\sqrt{3}-1$.

【小问1详解】

解：由题意可知：$C\left(2,2\right)$，故设上边缘抛物线的函数解析式为：$y=a\left(x-2\right)^2+2$，

$\because H(0,1.5)$，

将其代入 $y=a(x-2)^2+2$ 可得：$1.5=a(0-2)^2+2$，解得：$a=-\frac{1}{8}$，

∴上边缘抛物线的函数解析式为：$y=-\frac{1}{8}(x-2)^2+2$，

解：$\because H(0,1.5)$ 关于对称轴 $x=2$ 的对称点为：$(4,1.5)$，

∴下边缘抛物线是由上边缘抛物线向左平移 4 个单位得到，

∴下边缘抛物线为：$y=-\frac{1}{8}(x+2)^2+2$，

故答案为：②，①．

【小问 2 详解】

①不能，理由如下，

依题意，$OE=2.6+3=5.6$

将 $x=5.6$ 代入上边缘抛物线的函数解析式 $y=-\frac{1}{8}(x-2)^2+2$ 得

$y=-\frac{1}{8}(5.6-2)^2+2=0.38<0.5$

∴绿化带不全在喷头口的喷水区域内，

∴洒水车不能浇灌到整个绿化带；

②解：设灌溉车到绿化带的距离 OD 为 d，

要使灌溉车行驶时喷出的水能浇灌到整个绿化带，则当点 B 和点 D 重合时，d 有最小值，此时 $d=2$；

当上边缘抛物线过点 F 时，d 有最大值，

$\because DE=3\text{m}$，$EF=0.5\text{m}$．

$\therefore$ 令 $y=-\frac{1}{8}(x-2)^2+2=0.5$，解得：$x=2+2\sqrt{3}$ 或 $x=2-2\sqrt{3}$，

结合图像可知：$F\left(2+2\sqrt{3},0.5\right)$

$\therefore d$ 的最大值为：$d=2+2\sqrt{3}-3=2\sqrt{3}-1$；

∴ $2\le d\le 2\sqrt{3}-1$．

故答案为：$2\le OD\le 2\sqrt{3}-1$．

25.【答案】（1）证明见解析

（2）$\frac{9}{2}$

【分析】（1）由切线的定义可得出 $\angle A+\angle AEB=90^\circ$，由直径所对的圆周角等于 90° 得出 $\angle CDE+\angle BDE=90^\circ$，由等边对等角得出 $\angle BDA=\angle A$，等量代换得出 $\angle CDE=\angle AEB$，由同弧所对的圆周角相等得出 $\angle CDE=\angle CBF$，进而可得出 $\angle AEB=\angle CBF$，由等角对等边得出 $EF=BF$．

（2）连接CF，先证明$AF=BF=EF$，设$BF=EF=AF=x$，则$AE=2x$，解直角三角形Rt△ABE得出$BE=\frac{2}{3}x$，再证明$\angle BCF=\angle A$，得出$\sin A=\sin\angle BCF=\frac{1}{3}$，进一步得出$BC=2OB=2(OE+BE)$，即$3x=2\left(\frac{5}{2}+\frac{2}{3}x\right)$，解出$x$即可求解.

【小问1详解】

证明：$\because AB$为$\odot O$的切线，

$\therefore \angle OBA=90^\circ$.

$\therefore \angle A+\angle AEB=90^\circ$.

$\because BC$为$\odot O$的直径，

$\therefore \angle CDB=90^\circ$.

$\therefore \angle CDE+\angle BDE=90^\circ$.

$\because BD=BA$，

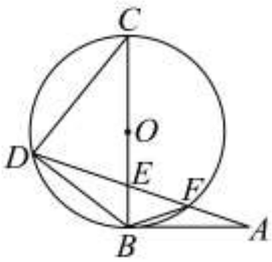
$\therefore \angle BDA=\angle A$.

$\therefore \angle CDE=\angle AEB$.

又$\because \angle CDE=\angle CBF$，

$\therefore \angle AEB=\angle CBF$.

$\therefore EF=BF$.



【小问2详解】

连接CF.

$\because AB$为$\odot O$的切线，

$\therefore \angle OBA=90^\circ$.

$\therefore \angle AEB+\angle A=90^\circ$，$\angle EBF+\angle FBA=90^\circ$.

$\because \angle AEB=\angle CBF$，

$\therefore \angle FBA=\angle A$.

$\therefore AF=BF$.

$\therefore AF=BF=EF$.

设$BF=EF=AF=x$，则$AE=2x$.

在Rt△ABE中，

$\because \sin A=\frac{1}{3}$，$AE=2x$，

$\therefore BE=\frac{2}{3}x$.

$\because BC$ 为直径，

$\therefore \angle CFB=90^{\circ}$.

$\because \angle BCF=\angle BDA$， $\angle BDA=\angle A$，

$\therefore \angle BCF=\angle A$.

$\therefore \sin A=\sin\angle BCF=\frac{1}{3}$.

在 $Rt\triangle BFC$ 中，

$\because BF=x$，

$\therefore BC=3x$.

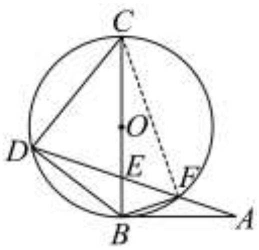
$\because BC=2OB=2(OE+BE)$，

$\therefore 3x=2\left(\frac{5}{2}+\frac{2}{3}x\right)$.

解得 $x=3$.

$\therefore OB=\frac{9}{2}$.

$\therefore \odot O$ 半径的长为 $\frac{9}{2}$.



【点睛】本题主要考查了切线的定义，直径所对的圆周角等于 90°，同弧所对的圆周角相等，解直角三角形的相关计算，等角对等边等知识，掌握这些性质是解题的关键.

26.【答案】（1） $t=1$

（2） $t\le 2$ 或 $t\ge 7$

【分析】本题主要考查了二次函数的图象和性质等知识，

（1）将 $x_2=2$， $y_2=c$ 代入解析式，得出 $b=-2a$ 即可得解；

（2）分①当点 N 在对称轴上或对称轴右侧时，②当点 N 在对称轴上或对称轴左侧时两种情况讨论组成不等式组即可得解；

解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题.

【小问 1 详解】

$\because x_2=2$， $y_2=c$，

$\therefore 4a+2b+c=c$，

$\therefore b=-2a$，

$\therefore t=-\dfrac{b}{2a}=1$，

【小问 2 详解】

$\because y=ax^2+bx+c(a<0)$，

$\therefore$抛物线开口向下，

$\because$抛物线的对称轴为$x=t$，$t+1<x_1<t+2$，

$\therefore$点M在对称轴的右侧，

①当点N在对称轴上或对称轴右侧时，

$\because$抛物线开口向下，

$\therefore$在对称轴右侧，y随x的增大而减小.

由$y_1>y_2$，

$\therefore x_1<x_2$，

$\therefore \begin{cases} t\le 4, \\ t+2\le 4 \end{cases}$，

解得$\begin{cases} t\le 4 \\ t\le 2 \end{cases}$，

$\therefore t\le 2$，

②当点N在对称轴上或对称轴左侧时，

设抛物线上的点$N\left(x_2,y_2\right)$关于$x=t$的对称点为$N'\left(d,y_2\right)$，

$\therefore t-x_2=d-t$，解得$d=2t-x_2$，

$\therefore N'\left(2t-x_2,y_2\right)$，

$\because 4<x_2<5$，

$\therefore 2t-5<2t-x_2<2t-4$，

在对称轴右侧，y随x的增大而减小，

由$y_1>y_2$，

$\therefore x_1<2t-x_2$，

$\therefore \begin{cases} t\ge 5 \\ t+2\le 2t-5 \end{cases}$，

解得$\begin{cases} t\ge 5 \\ t\ge 7 \end{cases}$，

$\therefore t \geq 7$，

综上所述，t 的取值范围是 $t \leq 2$ 或 $t \geq 7$.

27.【答案】(1) 补全图形见解析

(2) $45° - \alpha$

(3) $BC = \sqrt{2}AD + BE$；证明见解析

【分析】本题主要考查旋转的性质，全等三角形的性质与判定，三角形外角的性质，勾股定理等：

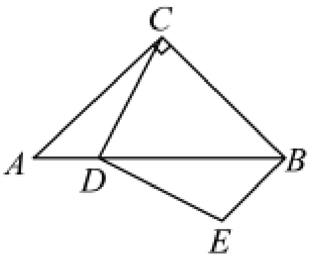
(1) 根据题目叙述作图即可；

(2) 由三角形外角性质得 $\angle CDB = \angle A + \angle ACD = 45° + \alpha$，根据 $\angle CDE = 90°$ 可得结论；

(3) 过点 D 作 $DM \perp AB$，交 AC 于点 F，交 BC 的延长线于点 M．证明 $\triangle DCM \cong \triangle DEB$，得出 $CM = BE$，再证明 $CF = CM$，$CF = BE$，在 $\mathrm{Rt}\triangle FAD$ 中，由勾股定理得出 $AF = \sqrt{2}AD$，得出 $AC = \sqrt{2}AD + FC$，由 $CF = BE$，$BC = AC$ 可得出结论

【小问 1 详解】

补全图形如下：



【小问 2 详解】

解：$\because AC = BC$，$\angle ACB = 90°$，

$\therefore \angle A = \angle ABC = 45°$.

$\therefore \angle CDB = \angle A + \angle ACD = 45° + \alpha$.

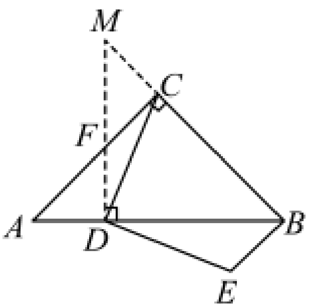
$\because \angle CDE = 90°$，

$\therefore \angle EDB = \angle CDE - \angle CDB = 45° - \alpha$.

【小问 3 详解】

解：用等式表示线段 BE，BC，AD 之间的数量关系是 $BC = \sqrt{2}AD + BE$.

证明：过点 D 作 $DM \perp AB$，交 AC 于点 F，交 BC 的延长线于点 M .



$\because \angle MDB = \angle CDE = 90°$，

$\therefore \angle CDM = \angle EDB$.

$\because \angle MBD=45^\circ$，

$\therefore \angle M=\angle MBD=45^\circ$．

$\therefore DM=DB$．

又$\because DC=DE$，

$\therefore \triangle DCM\cong\triangle DEB$．

$\therefore CM=BE$．

$\because \angle M=45^\circ$，$\angle ACB=90^\circ$，

$\therefore \angle CFM=\angle M=45^\circ$．

$\therefore CF=CM$．

$\therefore CF=BE$．

在$\mathrm{Rt}\triangle FAD$中，

$\because \angle A=45^\circ$，

$\therefore \angle AFD=\angle A=45^\circ$，

$\therefore AD=FD$,

$\therefore AF=\sqrt{AD^2+FD^2}=\sqrt{2}AD$．

$\because AC=AF+FC$，

$\therefore AC=\sqrt{2}AD+FC$．

$\because CF=BE$，$BC=AC$，

$\therefore BC=\sqrt{2}AD+BE$．

28.【答案】（1）①P_2，P_3；②$b=\pm\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

（2）$\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}<t\le\dfrac{3}{2}$或$-\dfrac{3}{2}\le t<\dfrac{1-\sqrt{2}}{2}$

【分析】（1）①设射线PM与$\odot T$相切于点M，连接TM，根据题目中的定义得出$1<PT\le\sqrt{2}$，分别求出四个点与$T(0,0)$间的距离，然后进行判断即可；

②根据直线$y=\dfrac{1}{2}x+b$上有且只有一个$\odot T$的“伴随点”，得出直线$y=\dfrac{1}{2}x+b$与以$T(0,0)$为圆心，$\sqrt{2}$为半径的圆相切，设直线$y=\dfrac{1}{2}x+b$与x轴，y轴分别交于点A、B，与以$T(0,0)$为圆心，$\sqrt{2}$为半径的圆相切于点C，连接TC，求出$BT=\sqrt{CT^2+BC^2}=\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$，得出$|b|=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$，即可求出结果；

（2）分两种情况进行讨论：当$t>0$时，当$t<0$时，分别画出图形，列出不等式组，解不等式组即可．

【小问1详解】

解：①如图 1，设射线 PM 与 $\odot T$ 相切于点 M，连接 TM，

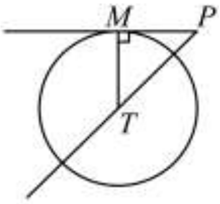


图1

$\therefore TM \perp PM$，

当 $\angle P = 45°$ 时，$\triangle PTM$ 为等腰直角三角形，

$\therefore PM = TM = 1$，

$PT = \sqrt{MP^2 + MT^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$，

$\therefore$ 当点 P 在 $\odot T$ 外，$\angle P \geq 45°$ 时，$1 < PT \leq \sqrt{2}$，

当 $t = 0$ 时，点 $T(0,0)$，

$\because P_1T = 1$，$P_2T = \sqrt{2}$，$P_3T = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2}$，$P_4T = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5} > \sqrt{2}$，

$\therefore$ 在 $P_1(1,0)$，$P_2(\sqrt{2},0)$，$P_3(-1,1)$，$P_4(1,-2)$ 中，$\odot T$ 的“伴随点”是 P_2，P_3；

故答案为：P_2，P_3

②$\because$ 当点 P 在 $\odot T$ 外，$\angle P \geq 45°$ 时，$1 < PT \leq \sqrt{2}$，

$\therefore$ 点 P 在以 T 为圆心，以 $\sqrt{2}$ 为半径的圆上或圆内且在以 1 为半径的圆外，

如图 2：

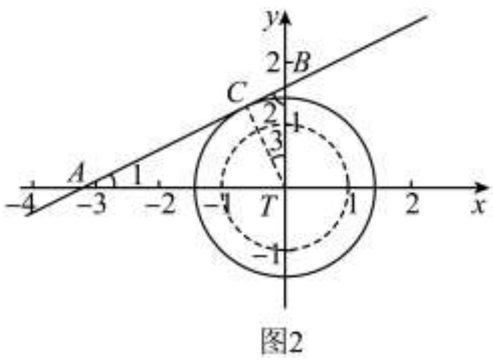


图2

$\because$ 直线 $y = \frac{1}{2}x + b$ 上有且只有一个 $\odot T$ 的“伴随点”，

$\therefore$ 直线 $y = \frac{1}{2}x + b$ 与以 $T(0,0)$ 为圆心，$\sqrt{2}$ 为半径的圆相切，

$\therefore b \neq 0$，

设直线 $y = \frac{1}{2}x + b$ 与 x 轴，y 轴分别交于点 A、B，与以 $T(0,0)$ 为圆心，$\sqrt{2}$ 为半径的圆相切于点 C，连接 TC，

$\therefore TC \perp AB$，

令 $x=0$， $y=b$，令 $y=0$， $x=-2b$，

$\therefore A(-2b,0)$， $B(0,b)$，

$\therefore AT=|-2b|$， $BT=|b|$，

在 $Rt\triangle ATB$ 中， $\tan\angle 1=\dfrac{BT}{AT}=\dfrac{|b|}{|-2b|}=\dfrac{1}{2}$， $\angle 1+\angle 2=90°$，

$\because TC\perp AB$，

$\therefore \angle 2+\angle 3=90°$，

$\therefore \angle 1=\angle 3$，

$\therefore \tan\angle 3=\tan\angle 1=\dfrac{1}{2}$，

在 $Rt\triangle TCB$ 中 $\tan\angle 3=\dfrac{BC}{CT}=\dfrac{BC}{\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore BC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore BT=\sqrt{CT^2+BC^2}=\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$，

$\therefore |b|=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$，

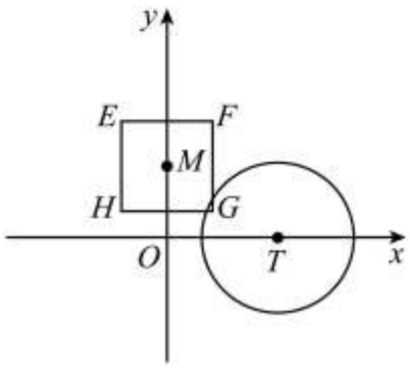
$\therefore b=\pm\dfrac{\sqrt{10}}{2}$；

【小问 2 详解】

解：$\because$ 正方形 $EFGH$ 的对角线的交点 $M(0,t)$，点 $E\left(-\dfrac{1}{2},t+\dfrac{1}{2}\right)$，

$\therefore$ 点 $G\left(\dfrac{1}{2},t-\dfrac{1}{2}\right)$， $F\left(\dfrac{1}{2},t+\dfrac{1}{2}\right)$， $H\left(-\dfrac{1}{2},t-\dfrac{1}{2}\right)$，

当 $t>0$ 时，如图所示：



此时正方形 $EFGH$ 上的点到圆心 T 的最大距离为 ET，最小距离为 GT，

$\because$ 正方形上存在$\odot T$ 的“伴随点”，且点 P 在以 T 为圆心，以$\sqrt{2}$ 为半径的圆上或圆内且在以 1 为半径的圆外，

$\therefore ET > 1$，$GT \le \sqrt{2}$，

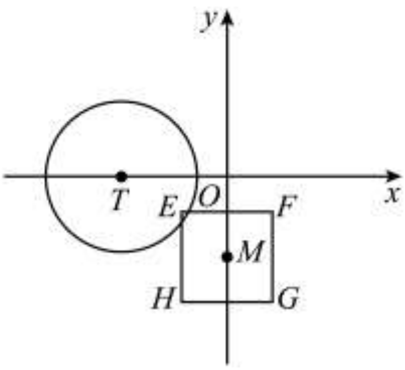
$\because ET=\sqrt{\left(t+\frac{1}{2}\right)^2+\left(t+\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{2}\left(t+\frac{1}{2}\right)$，

$GT=\sqrt{\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\left(t-\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{2}\left|t-\frac{1}{2}\right|$，

$\therefore \begin{cases}\sqrt{2}\left(t+\frac{1}{2}\right)>1\\ \sqrt{2}\left|t-\frac{1}{2}\right|\le\sqrt{2}\end{cases}$，

解得：$\frac{\sqrt{2}-1}{2}<t\le\frac{3}{2}$；

当$t<0$时，如图所示：



此时正方形$EFGH$ 上的点到圆心 T 的最大距离为GT，最小距离为ET，

$\because$ 正方形上存在$\odot T$ 的“伴随点”，且点 P 在以 T 为圆心，以$\sqrt{2}$ 为半径的圆上或圆内且在以 1 为半径的圆外，

$\therefore ET \le \sqrt{2}$，$GT > 1$，

$\because ET=\sqrt{\left(t+\frac{1}{2}\right)^2+\left(t+\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{2}\left|t+\frac{1}{2}\right|$，

$GT=\sqrt{\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\left(t-\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{2}\left(\frac{1}{2}-t\right)$，

$\therefore \begin{cases}\sqrt{2}\left|t+\frac{1}{2}\right|\le\sqrt{2}\\ \sqrt{2}\left(\frac{1}{2}-t\right)>1\end{cases}$，

解得：$-\frac{3}{2}\le t<\frac{-\sqrt{2}+1}{2}$；

综上分析可知：t 的取值范围是 $\frac{\sqrt{2}-1}{2}<t\le\frac{3}{2}$ 或 $-\frac{3}{2}\le t<\frac{1-\sqrt{2}}{2}$．

【点睛】本题主要考查了切线的性质，解直角三角形，勾股定理，两点间距离公式，等腰直角三角形的性质，解不等式组，解题的关键是数形结合，注意进行分类讨论．