2024 北京朝阳初三一模

数　学

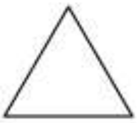
考生须知	
考生须知	**1．本试卷共 6 页，共三道大题， 28 道小题， 满分 100 分．考试时间 120 分钟．** **2．在试卷和答题卡上认真填写学校名称、班级、姓名和考号．** **3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上， 在试卷上作答无效．** **4．在答题卡上，选择题、作图题用 2*B* 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答．** **5．考试结束， 请将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回．**

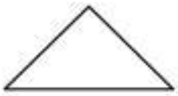
一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个．

1. 2024 年1月 21 日北京市第十六届人民代表大会第二次会议开幕，在政府工作报告中提到，2023 年北京向天津、河北输出技术合同成交额 74870000000 元，将 74870000000 用科学记数法表示应为（　）

A. 74.87×10^{9}　　B. 7.487×10^{10}　　C. 7.487×10^{9}　　D. 0.7487×10^{11}

2. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　）

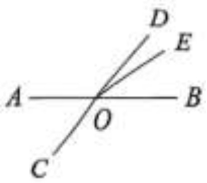
A. 
正三角形

B. 
等腰直角三角形

C. 
正五边形

D. 
正六边形

3. 如图，直线 AB， CD 相交于点 O，若 $\angle AOC=50^\circ$， $\angle DOE=15^\circ$，则 $\angle BOE$ 的度数为（　）



A. 15°　　B. 30°　　C. 35°　　D. 65°

4. 如果一个几何体的三视图都是矩形，那么这个几何体可能是（　）

A. 三棱柱　　B. 长方体　　C. 圆柱　　D. 圆锥

5. 若 $a<b$，则下列结论正确的是（　）

A. $-a<-b$　　B. $2a<a+b$　　C. $1-a<1-b$　　D. $2a+1>2b+1$

6. 正十边形的内角和为（　）

A. 144°　　B. 360°　　C. 1440°　　D. 1800°

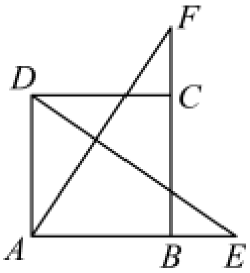
7. 掷一枚质地均匀的骰子，骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数，向上一面的点数为 5 的概率是（　）

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{6}$

8. 如图，四边形 $ABCD$ 是正方形， 点 E，F 分别在 AB，BC 的延长线上， 且 $BE=CF$ ，设

$AD=a$，$AE=b$，$AF=c$． 给出下面三个结论：① $a+b>c$；② $2ab<c^2$；③ $\sqrt{a^2+b^2}>2a$. 上述结

论中，所有正确结论的序号是（ ）



A. ①②　　B. ②③　　C. ①③　　D. ①②③

二、填空题（共16分，每题2分）

9. 若式子 $\sqrt{x-14}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是______.

10. 分解因式：$3x^2+6xy+3y^2=$_____.

11. 方程 $\frac{2}{3x}=\frac{1}{4x-5}$ 的解为______.

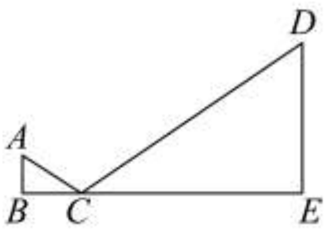
12. 关于 x 的一元二次方程 $x^2+5x+m=0$ 有两个不相等的实数根，则实数 m 的取值范围是_____.

13. 某种植户种植了1000棵新品种果树，为了解这1000棵果树的水果产量，随机抽取了50棵进行统计，获取了它们的水果产量（单位：千克），数据整理如下：

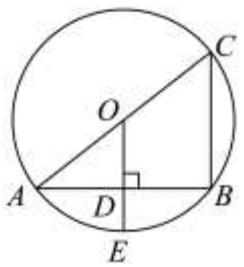
水果产量	$x<50$	$50\le x<75$	$75\le x<100$	$100\le x<125$	$x\ge125$
果树棵数	1	15	20	12	2

根据以上数据，估计这1000棵果树中水果产量不低于75千克的果树棵数为_____.

14. 在数学活动课上，小南利用镜子、尺子等工具测量学校教学楼高度（如图所示），当他刚好在点 C 处的镜子中看到教学楼的顶部 D 时，测得小南的眼睛与地面的距离 $AB=1.6\text{m}$，同时测得 $BC=2.4\text{m}$，$CE=9.6\text{m}$，则教学楼高度 $DE=$_____m.



15. 如图，$\odot O$ 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的外接圆，$OE\perp AB$ 于点 D，交 $\odot O$ 于点 E，若 $AB=8$，$DE=2$，则 BC 的长为_____.



16. 甲、乙两位同学合作为班级联欢会制作 A、B、C、D 四个游戏道具，每个道具的制作都需要拼装和上

色两道工序，先由甲同学进行拼装，拼装完成后再由乙同学上色．两位同学完成每个道具各自的工序需要的时间（单位：分钟）如下表所示：

	A	B	C	D
甲	9	5	6	8
乙	7	7	9	3

（1）如果按照 $A \to B \to C \to D$ 的顺序制作，两位同学合作完成这四个道具的总时长最少为______分钟；

（2）两位同学想用最短的时间完成这四个道具的制作，他们制作的顺序应该是______.

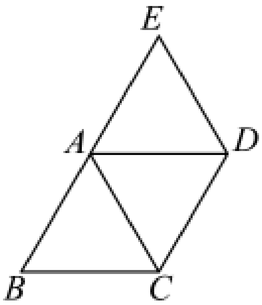
三、解答题（共 68 分，第 17-19 题，每题 5 分，第 20-21 题，每题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

17. 计算：$\sqrt{8}+\left|1-\sqrt{2}\right|+\left(2-\pi\right)^{0}-2\sin 45°$

18. 解不等式组：$\begin{cases} 2x-4<3\left(x-1\right), \\ x-3<\dfrac{x-4}{2}. \end{cases}$

19. 已知 $x+2y+2=0$，求代数式 $\left(x-\dfrac{4y^{2}}{x}\right)\cdot\dfrac{2x}{x-2y}$ 的值．

20. 如图，在 $\square ABCD$ 中，$AB=AC$，过点 D 作 AC 的平行线与 BA 的延长线相交于点 E.

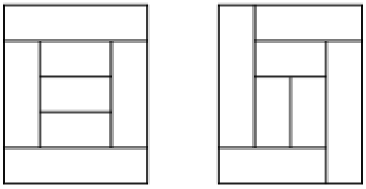


（1）求证：四边形 $ACDE$ 是菱形；

（2）连接 CE，若 $AB=5$，$\tan B=2$，求 CE 的长．

21. 燕几（即宴几）是世界上最早的一套组合桌，设计者是北宋进士黄伯思．全套燕几一共有七张桌子，每张桌子高度相同．其桌面共有三种尺寸，包括 2 张长桌、2 张中桌和 3 张小桌，它们的宽都相同．七张桌面可以拼成一个大的长方形，或者分开组合成不同的图形，其方式丰富多样，燕几也被认为是现代七巧板的前身．右图给出了《燕几图》中列出的名称为“函三”和“回文”的两种桌面拼合方式．若全套七张桌子桌面的总面积为 61.25 平方尺，则长桌的长为多少尺？

函三　　　回文



22. 在平面直角坐标系 xOy 中，正比例函数 $y=mx\left(m\neq 0\right)$ 的图象和反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}\left(k\neq 0\right)$ 的图象都经过点 $A\left(2,4\right)$.

（1）求该正比例函数和反比例函数的解析式；

（2）当 $x>3$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=mx+n\left(m\neq 0\right)$ 的值都大于反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}\left(k\neq 0\right)$ 的值，直接写出 n 的取值范围.

23. 某广场用月季花树做景观造型，先后种植了两批各12棵，测量并获取了所有花树的高度（单位：cm），数据整理如下：

a．两批月季花树高度的频数：

	131	135	136	140	144	148	149
第一批	1	3	0	4	2	2	0
第二批	0	1	2	3	5	0	1

b．两批月季花树高度的平均数、中位数、众数（结果保留整数）：

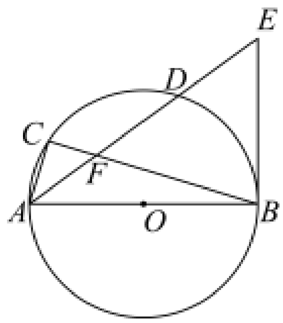
	平均数	中位数	众数
第一批	140	140	n
第二批	141	m	144

（1）写出表中 m，n 的值；

（2）在这两批花树中，高度的整齐度更好的是_____（填“第一批”或“第二批”）；

（3）根据造型的需要，这两批花树各选用10棵，且使它们高度的平均数尽可能接近．若第二批去掉了高度为135cm和149cm的两棵花树，则第一批去掉的两棵花树的高度分别是___ cm和___ cm.

24. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 在 $\odot O$ 上，D 是 BC 的中点，AD 的延长线与过点 B 的切线交于点 E，AD 与 BC 的交点为 F.



（1）求证：$BE = BF$；

（2）若$\odot O$的半径是2，$BE = 3$，求AF的长.

25. 某款电热水壶有两种工作模式：煮沸模式和保温模式，在煮沸模式下将水加热至$100°C$后自动进入保温模式，此时电热水壶开始检测壶中水温，若水温高于$50°C$水壶不加热；若水温降至$50°C$，水壶开始加热，水温达到$100°C$时停止加热……此后一直在保温模式下循环工作．某数学小组对壶中水量a（单位：L），水温T（单位：$°C$）与时间t（单位：分）进行了观测和记录，以下为该小组记录的部分数据．

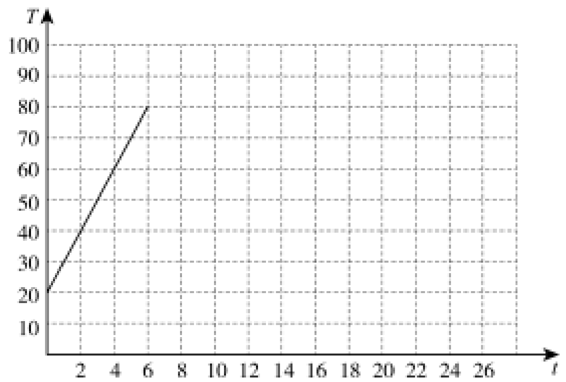
表 1 从$20°C$开始加热至$100°C$水量与时间对照表

a	0.5	1	1.5	2	2.5	3
t	4.5	8	11.5	15	18.5	22

表 2 1L 水从$20°C$开始加热，水温与时间对照表

	煮沸模式				保温模式									
t	0	3	6	m	10	12	14	16	18	20	22	24	26	…
T	20	50	80	100	89	80	72	66	60	55	50	55	60	

对以上实验数据进行分析后，该小组发现，水壶中水量为$1L$时，无论在煮沸模式还是在保温模式下，只要水壶开始加热，壶中水温T就是加热时间t的一次函数．



（1）写出表中m的值；

（2）根据表 2 中的数据，补充完成以下内容：

①在下图中补全水温与时间的函数图象；

②当$t = 60$时，$T =$____；

（3）假设降温过程中，壶中水温与时间的函数关系和水量多少无关．某天小明距离出门仅有30分钟，他

往水壶中注入$2.5L$温度为 $20°C$的水，当水加热至$100°C$后立即关闭电源．出门前，他___（填“能”或“不能”）喝到低于$50°C$的水．

26. 在平面直角坐标系xOy中，抛物线 $y=ax^2+bx\left(a>0\right)$上有两点$\left(x_1,y_1\right),\left(x_2,y_2\right)$， 它的对称轴为直线$x=t$．

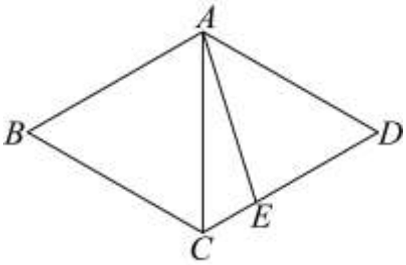
（1）若该抛物线经过点$\left(4,0\right)$，求t的值；

（2）当$\left(0<x_1<1\right)$时，

①若$t>1$， 则y_1____0；（填“>”“=”或“<”）

②若对于$x_1+x_2=2$，都有$y_1y_2>0$，求t的取值范围．

27. 如图，在菱形$ABCD$中，$\angle BAD=120°$，E是CD边上一点（不与点C，D重合）．将线段AE绕点A逆时针旋转$60°$得到线段AF，连接DF，连接BF交AC于点G．

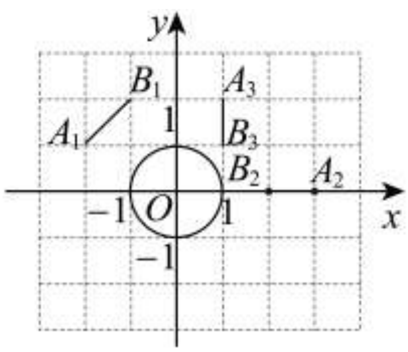


（1）依据题意，补全图形；

（2）求证：$GB=GF$；

（3）用等式表示线段BC，CE，BG之间的数量关系．

28. 在平面直角坐标系xOy中，$\odot O$的半径为1，对于直线l和线段PQ，给出如下定义：若线段PQ关于直线l的对称图形是$\odot O$的弦$P'Q'$（P'，Q'分别为P，Q的对应点），则称线段PQ是$\odot O$关于直线l的“对称弦”



（1）如图，点A_1，A_2，A_3，B_1，B_2，B_3的横、纵坐标都是整数．线段A_1B_1，A_2B_2，A_3B_3中，是$\odot O$关于直线$y=x+1$的“对称弦”的是___；

（2）CD是$\odot O$关于直线$y=kx\left(k\neq 0\right)$的“对称弦”，若点C的坐标为$\left(-1,0\right)$，且$CD=1$，求点D的坐标；

（3）已知直线 $y=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+b$ 和点 $M\left(3,2\sqrt{3}\right)$，若线段 MN 是 $\odot O$ 关于直线 $y=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+b$ 的“对称弦”，且 $MN=1$，直接写出 b 的值.

参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个．

1.【答案】B

【分析】本题考查了科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^{n}$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数，解题的关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

【详解】解：$74870000000=7.487\times10^{10}$；

故选：B．

2.【答案】D

【分析】本题考查了中心对称图形以及轴对称图形，根据中心对称图形是指图形绕着某个点旋转 180° 能与原来的图形重合；轴对称图形是指图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够完全重合；逐项分析即可得出答案．

【详解】解：A、正三角形是轴对称图形不是中心对称图形，A 不符合题意；

B、等腰直角三角形是轴对称图形不是中心对称图形，B 不符合题意；

C、正五边形是轴对称图形不是中心对称图形，C 不符合题意；

D、正六边形既是轴对称图形又是中心对称图形，D 符合题意；

故选：D．

3.【答案】C

【分析】本题考查了对顶角相等，角的运算；根据对顶角的性质得 $\angle BOD=\angle AOC=50^{\circ}$，根据 $\angle BOE=\angle BOD-\angle DOE$ 即可求解．

【详解】解：∵直线 AB，CD 相交于点 O，$\angle AOC=50^{\circ}$，

∴ $\angle BOD=\angle AOC=50^{\circ}$，

∵ $\angle DOE=15^{\circ}$，

∴ $\angle BOE=\angle BOD-\angle DOE=50^{\circ}-15^{\circ}=35^{\circ}$．

故选：C．

4.【答案】B

【分析】本题考查了简单几何图的三视图，根据几何体的三视图逐项判断即可求解．

【详解】解：三棱柱的两个底面是三角形，所以不可能三视图都是矩形，故选项 A 不符合题意；

长方体的三视图都是矩形，故选项 B 符合题意；

圆柱的两个底面是三角形，所以不可能三视图都是矩形，故选项 C 不符合题意；

正立的圆锥的主视图和左视图都是等腰三角形，俯视图是带圆心的圆，故选项 D 不符合题意．

故选：B．

5.【答案】B

【分析】本题主要考查不等式的基本性质，解题的关键是根据不等式的两边同时加上（或减去）同一个数或同一个含有字母的式子，不等号的方向不变逐项判定．

【详解】解：A、若$a<b$，则$-a>-b$，故不合题意；

B、若$a<b$，则$2a<a+b$，故符合题意；

C、若$a<b$，则$1-a>1-b$，故不合题意；

D、若$a<b$，则$2a+1<2b+1$，故不合题意，

故选：B．

6.【答案】C

【分析】本题主要考查多边形的内角和，解题的关键是利用多边形的内角和公式进行计算即可．

【详解】解：正十边形的内角和为$180°\times(10-2)$

$=180°\times 8$

$=1440°$．

故选C．

7.【答案】D

【分析】本题主要考查概率公式，解题的关键是根据概率公式求解，随机事件A的概率$P\left(A\right)=$事件A可能出现的结果数÷所有可能出现的结果数．

【详解】解：∵骰子的六个面上分别刻有1到6的点数，

∴向上一面的点数为5的概率是$\dfrac{1}{6}$，

故选：D．

8.【答案】A

【分析】本题考查正方形的性质，全等三角形的判定和性质，勾股定理，证明$\triangle DAE\cong\triangle BAF$，结合三角形的三边关系判断①；完全平方公式结合勾股定理判定②；勾股定理判断③．

【详解】解：∵正方形$ABCD$，

∴$AD=AB=BC,\angle DAB=\angle ABC=90°$，

∵$BE=CF$，

∴$AE=BF$，

∴$\triangle DAE\cong\triangle BAF$，

∴$AF=DE=c$，

∵$AD+AE>DE$，

∴$a+b>c$；故①正确；

∵$AD^2+AE^2=DE^2$，即：$a^2+b^2=c^2$，

∴$\left(b-a\right)^2=a^2-2ab+b^2=c^2-2ab>0$，

∴$2ab<c^2$；故②正确；

∵$\sqrt{a^2+b^2}=c$，且E,F为动点，

∴无法确定c和$2a$的关系，故③错误；

故选 A．

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9.【答案】$x \geq 14$

【分析】本题考查了二次根式有意义的条件，解一元一次不等式，根据被开方数不小于零列出不等式，解不等式即可．

【详解】解：∵式子 $\sqrt{x-14}$ 在实数范围内有意义，

∴ $x-14 \geq 0$，

解得：$x \geq 14$．

故答案为：$x \geq 14$．

10.【答案】3（x+y）^{2}.

【分析】先利用提取公因式法提取数字 3，再利用完全平方公式继续进行分解．

【详解】$3x^2+6xy+3y^2=3（x^2+2xy+y^2）=3（x+y）^2$.

故答案为 $3（x+y）^2$.

【点睛】本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解，一个多项式有公因式首先提取公因式，然后再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止．

11.【答案】$x=2$

【分析】本题考查了解分式方程，根据去分母，去括号，移项，合并同类项，系数化为1的步骤解方程，然后检验即可得出答案．

【详解】解：$\frac{2}{3x}=\frac{1}{4x-5}$

去分母得：$2(4x-5)=3x$，

去括号得：$8x-10=3x$，

移项得：$8x-3x=10$，

合并同类项得：$5x=10$，

系数化为1得：$x=2$．

检验：当 $x=2$ 时，$3x(4x-5)\neq 0$，

∴原分式方程的解为 $x=2$．

故答案为：$x=2$．

12.【答案】$m<\frac{25}{4}$

【分析】根据有两个不相等的实数根，直接得到判别式＞0，即可求解本题．

【详解】解：∵方程 $x^2+5x+m=0$ 有两个不相等的实数根，

∴ $\Delta=5^2-4\times 1\times m>0$，

解得：$m<\frac{25}{4}$；

故答案为：$m<\frac{25}{4}$.

【点睛】本题考查的是一元二次方程根的判别式，注意记忆判别式大于0时有两个不相等的实数根，判别式等于0时有两个相等的实数根，判别式小于0时方程无实数根.

13.【答案】680

【分析】本题考查了频数（率）分布表和用样本估计总体，解题的关键是利用样本估计总体思想的运用．用1000乘以水果产量不低于75千克的果树的百分比即可求解.

【详解】解：估计这1000棵果树中水果产量不低于75千克的果树棵数为$1000\times\frac{20+12+2}{50}=680$（棵）.

故答案为：680.

14.【答案】6.4

【分析】本题考查了相似三角形的应用，根据相似三角形的判定和性质列出比例式，即可求解.

【详解】解：由题意可知，$AB\parallel DE$，

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle DEC$，

$\therefore \frac{AB}{DE}=\frac{BC}{CE}$，

即$\frac{1.6}{DE}=\frac{2.4}{9.6}$，

解得$DE=6.4$，

则教学楼高度$DE=6.4\text{m}$，

故答案为：6.4.

15.【答案】6

【分析】本题考查了垂径定理，勾股定理和中位线定理，由垂径定理得$AD=BD=\frac{1}{2}AB=4$，$\angle ADO=\angle BDO=90^\circ$，则可得$OD$是$\triangle ABC$的中位线，设半径为$r$，由勾股定理得$OA^2=OD^2+AD^2$，求出$r=5$即可求解，熟练掌握知识点的应用是解题的关键.

【详解】解：$\because OE\perp AB$，

$\therefore AD=BD=\frac{1}{2}AB=4$，$\angle ADO=\angle BDO=90^\circ$，

$\because OA=OC$，

$\therefore OD$是$\triangle ABC$的中位线，

$\therefore OD=\frac{1}{2}BC$，即$BC=2OD$，

设半径为r，则$OD=OE-DE=r-2$，

在$\text{Rt}\triangle AOD$中，由勾股定理得：$OA^2=OD^2+AD^2$，

$\therefore r^2=(r-2)^2+4^2$，解得 $r=5$，

$\therefore OD=r-2=3$，

$\therefore BC=2OD=6$.

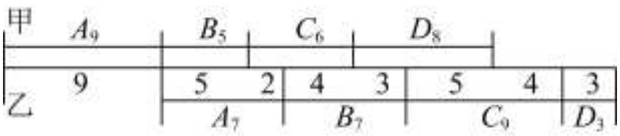
16.【答案】 ①. 35 ②. $B\to C\to A\to D$

【分析】本题主要考查最优化时间的使用的有理数加减运算，

(1) 根据甲乙各自的拼装和上色所需时间进行分解，求出对应的用时再求得总时长即可；

(2) 由于甲乙开始都需要时间，为甲选择 B，再结合各自所需时间排序即可.

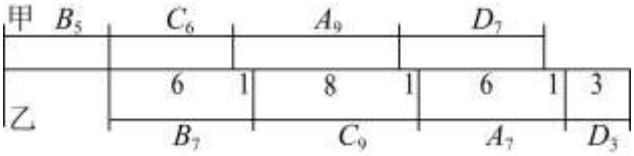
【详解】解：（1）甲先拼装 A 需 9 分钟，乙开始上色 A，与此同时甲可以拼装 B 和 2 分钟的 C，乙给 B 上色时，甲可以继续拼装 C 和 3 分钟 D，乙为 C 上色 5 分钟时甲可以完成 D 的拼装，此时乙还需要 4 分钟为 C 上色，接着为 D 上色 3 分钟，时间分解如图，（其中字母表示制作的游戏道具，数字表示相应的时间）



故总时长最少为 $9+7+7+5+4+3=35$ 分钟，

故答案为 35；

（2）甲先拼装 B 需 5 分钟，乙开始上色 B，与此同时甲可以拼装 C 和 1 分钟的 A，乙给 C 上色时，甲可以继续拼装 A 和 1 分钟 D，乙为 A 上色 7 分钟时甲可以完成 D 的拼装，此时乙还需要 3 分钟为 D 上色，时间分解如图，选择 $B\to C\to A\to D$ 这种方案即可用时最少.（其中字母表示制作的游戏道具，数字表示相应的时间）



故答案为 $B\to C\to A\to D$.

三、解答题（共 68 分，第 17-19 题，每题 5 分，第 20-21 题，每题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.【答案】$2\sqrt{2}$

【分析】此题主要考查了实数运算，解题的关键是直接利用二次根式的性质、绝对值的性质、特殊角的三角函数值、零整数指数幂的性质分别化简得出答案.

【详解】解：$\sqrt{8}+\left|1-\sqrt{2}\right|+(2-\pi)^0-2\sin45^\circ$

$=2\sqrt{2}+\sqrt{2}-1+1-2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=2\sqrt{2}+\sqrt{2}-1+1-\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2}$.

18.【答案】$-1<x<2$

【分析】本题考查了解一元一次不等式组，分别解出每个不等式的解集，然后确定不等式组的解集即可，熟练掌握不等式组的解法是解题的关键.

【详解】解：$\begin{cases}2x-4<3(x-1)①\\x-3<\dfrac{x-4}{2}②\end{cases}$，

解不等式①得，$x>-1$，

解不等式②得，$x<2$，

∴不等式组的解集为$-1<x<2$.

19.【答案】$2x+4y$，-4

【分析】本题考查了分式的化简求值，先根据分式的混合运算化简所求式子，再根据$x+2y+2=0$，可以得到$x+2y=-2$，代入化简后的式子计算即可.

【详解】解：$\left(x-\dfrac{4y^2}{x}\right)\cdot\dfrac{2x}{x-2y}$

$=\dfrac{x^2-4y^2}{x}\cdot\dfrac{2x}{x-2y}$

$=\dfrac{(x-2y)(x+2y)}{x}\cdot\dfrac{2x}{x-2y}$

$=2(x+2y)$

$=2x+4y$，

∵ $x+2y+2=0$，

∴ $x+2y=-2$，

∴原式$=2(x+2y)=2\times(-2)=-4$.

20.【答案】（1）见解析　（2）$4\sqrt{5}$

【分析】（1）由平行四边形的性质得$AB=CD$，$AB\parallel CD$，再证明四边形$ACDE$是平行四边形，进而证明$CD=AC$，然后由菱形的判定即可得出结论；

（2）设AD与CE交于点F，证明$\angle FAC=\angle ACB=\angle B$，再由菱形的性质得$AF=DF$，$CF=EF$，$AD\perp CE$，进而由锐角三角函数定义得$CF=2AF$，设$CF=x$，则$CF=2x$，然后在$\mathrm{Rt}\triangle AFC$中，由勾股定理得出方程，解方程即可.

【小问1详解】

证明：∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴ $AB=CD$，$AB\parallel CD$，

$\because DE \parallel AC$，

$\therefore$四边形$ACDE$是平行四边形，

$\because \mathrm{AB} = \mathrm{AC}$，

$\therefore CD = AC$，

$\therefore$平行四边形$ACDE$是菱形；

【小问 2 详解】

如图，设AD与CE交于点F，

$\because AB = AC = 5$，

$\therefore \angle B = \angle ACB$，

$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$，

$\therefore \angle FAC = \angle ACB = \angle B$，

由（1）可知，四边形$ACDE$是菱形，

$\therefore AB = CD = AE$， $AD // BC$， $AD \perp CE$，

$\therefore \angle BCE = \angle AOE = 90°$，

在$\mathrm{Rt}\triangle BCE$中， $\tan B = \dfrac{CE}{BC} = 2$，

设$BC = x$，则$CE = 2x$，

$\because AB$=5

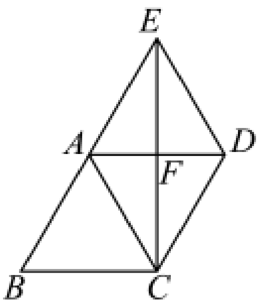
$\therefore BE$=2AB=10

$\because BC^2 + CE^2 = BE^2$，

$\therefore x^2 + (2x)^2 = 10^2$，

解得 $x_1 = 2\sqrt{5}, x_2 = -2\sqrt{5}$(舍)

即CE的长为$4\sqrt{5}$.



【点睛】本题考查了菱形的判定与性质、平行四边形的判定与性质、锐角三角函数定义以及勾股定理等知识.

21.【答案】7

【分析】本题考查了一元二次方程的应用，结合图形表示出小桌、中桌、长桌的长是解题的关键.

设每张桌面的宽为x尺，结合图形分别表示出小桌、中桌、长桌的长，根据题意列出方程，解方程即可求解．

【详解】解：设每张桌面的宽为x尺，

根据图形可得：小桌的长为$2x$尺，中桌的长为$3x$尺，长桌的长为$4x$尺，

故可得$2\times4x^2+2\times3x^2+3\times2x^2=61.25$，

解得：$x_1=\frac{7}{4}$，$x_2=-\frac{7}{4}$（舍去），

$\therefore 4x=7$，

答：长桌的长为7尺．

22.【答案】（1）$y=2x$，$y=\frac{8}{x}$

（2）$n\geq-\frac{10}{3}$

【分析】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，解题的关键是：

（1）将A点坐标代入两个函数解析式求出m,k值即可；

（2）当$x=3$时，$y=mx+n=2x+n=6+n$，$y=\frac{8}{x}=\frac{8}{3}$，根据题意$6+n>\frac{8}{3}$，解出不等式解集即可．

【小问1详解】

解：$\because$正比例函数$y=mx(m\neq0)$的图象和反比例函数$y=\frac{k}{x}(k\neq0)$的图象都经过点$A(2,4)$，

$\therefore m=\frac{4}{2}=2$，$k=4\times2=8$，

$\therefore$正比例函数解析式为：$y=2x$；反比例函数解析式为：$y=\frac{8}{x}$；

【小问2详解】

当$x=3$时，$y=mx+n=2x+n=6+n$，$y=\frac{8}{x}=\frac{8}{3}$，

$\because$当$x>3$时，对于x的每一个值，函数$y=mx+n(m\neq0)$的值都大于反比例函数$y=\frac{k}{x}(k\neq0)$的值，

$\therefore 6+n\geq\frac{8}{3}$，

解得$n\geq-\frac{10}{3}$．

23.【答案】（1）$n=140$，$m=142$

（2）第二批　（3）131，135

【分析】本题考查了众数，中位数，平均数等．

（1）根据众数和中位数的定义直接进行解答即可；

（2）从平均数，众数和中位数三个方面进行分析，即可得出答案；

（3）根据表中给出的数据，分别进行分析，即可得出答案．

【小问 1 详解】

解：∵在第一批中，140 出现了 4 次，出现的次数最多，

∴众数是140cm，即$n=140$；

把第二批花的高度从小到大排列，中位数是第 6 、第 7 个数的平均数，

则中位数是$\dfrac{140+144}{2}=142$（cm），即$m=142$；

【小问 2 详解】

（2）第一批的方差是：$\dfrac{1}{12}\times$[（131-140）^{2}+3×（135-140）^{2}+4×（140-140）^{2}+2×（144-140）^{2}+2×（148-140）^{2}]= $\dfrac{79}{3}$，

第二批的方差是：$\dfrac{1}{12}\times$[（135-141）^{2}+2×（136-141）^{2}+3×（140-141）^{2}+5×（144-141）^{2}+（149-141）^{2}]=16.5，

则在这两批花树中，高度的整齐度更好的是第二批；

故答案为：第二批；

【小问 3 详解】

解：第二批去掉了高度为135cm和149cm的两棵花树后的平均数为：$\dfrac{141\times12-135-149}{10}=140.8$（cm），

第一批花树的平均数为140cm，去掉的两棵且使高度尽可能接近平均高度，则需要去掉高度最小的两颗，即去掉的两棵花树的高度分别是131cm，135cm；

故答案为：131，135．

24.【答案】（1）证明见解析

（2）$\dfrac{7}{5}$

【分析】（1）根据在同圆中等弧所对的圆周角相等得出$\angle BAD=\angle CAD$，根据直径所对的圆周角是直角可得$\angle C=90^\circ$，根据直角三角形中两个锐角互余可得$\angle CAD+\angle AFC=90^\circ$，根据对顶角相等可得$\angle CAD+\angle EFB=90^\circ$，根据圆的切线垂直于经过切点的半径可得$\angle ABE=90^\circ$，根据直角三角形中两个锐角互余可得$\angle E+\angle BAD=90^\circ$，根据等角的余角相等可得$\angle E=\angle EFB$，根据等角对等边即可证明；

（2）连接BD，根据直径所对的圆周角是直角可得$\angle ADB=90^\circ$，根据直角三角形中两个锐角互余可得$\angle EAB+\angle ABD=90^\circ$，根据等角的余角相等可得$\angle EAB=\angle EBD$，根据题意可得$AB=4$，根据直角三角形中两直角边的平方和等于斜边的平方求得$AE=5$，根据锐角三角形函数的定义可求得$ED=\dfrac{9}{5}$，根据等腰三角形底边上的高与底边上的中点重合可得$EF=\dfrac{18}{5}$，即可求解．

【小问 1 详解】

证明：∵ D 是 $\overset{\frown}{BC}$ 的中点，

∴ $\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{CD}$，

∴ $\angle BAD=\angle CAD$，

∵ AB 是 $\odot O$ 的直径，

∴ $\angle C=90^\circ$，

∴ $\angle CAD+\angle AFC=90^\circ$，

∵ $\angle AFC=\angle EFB$，

∴ $\angle CAD+\angle EFB=90^\circ$，

∵ BE 与 $\odot O$ 相切于点 B，

∴ $\angle ABE=90^\circ$，

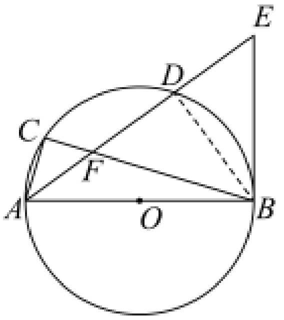
∴ $\angle E+\angle BAD=90^\circ$，

∴ $\angle E=\angle EFB$，

∴ $BE=BF$．

【小问 2 详解】

解：连接 BD，如图：



∵ AB 是 $\odot O$ 的直径，

∴ $\angle ADB=90^\circ$，

∴ $\angle EAB+\angle ABD=90^\circ$，

∵ $\angle ABE=\angle EBD+\angle ABD=90^\circ$，

∴ $\angle EAB=\angle EBD$，

∵ $\odot O$ 的半径是 2，

∴ $AB=4$，

∵ $BE=3$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABE$ 中， $AE=\sqrt{AB^2+BE^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$，

∴ $\sin\angle EBD=\sin\angle EAB=\dfrac{DE}{BE}=\dfrac{BE}{AE}=\dfrac{3}{5}$，

∴ $ED=BE\cdot\sin\angle EBD=3\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{9}{5}$，

$\because BE = BF$， $BD \perp EF$，

$\therefore EF = 2DE = 2\times\frac{9}{5} = \frac{18}{5}$，

$\therefore AF = AE - EF = 5 - \frac{18}{5} = \frac{7}{5}$.

【点睛】本题考查了圆周角定理，直角三角形的性质，切线的性质，等腰三角形的性质，勾股定理，锐角三角形函数的定义，等角的余角相等等，熟练掌握圆周角定理、等腰三角形的性质和勾股定理是解题的关键.

25.【答案】（1）8

（2）①图见解析；②60℃

（3）不能

【分析】本题考查了一次函数的应用，理解题意并分析表格中数据变化的规律是解题的关键.

（1）在煮沸模式下，加热时间每增加3分钟，水温就上升30℃，从而计算出每增加1分钟水上升的温度，据此列方程并求解即可；

（2）①描点并连线即可；

②当时间从26分开始，设时间为t时，水温加热到100℃．在这个过程中每2分钟，水温升高5℃，从而求出每增加1分钟水上升的温度，据此列方程求出t，再计算出剩下的时间，根据表 2，得到在剩下的时间内水温可以变化到多少；

（3）由表 1 可知，$2.5L$的水从20℃加热到100℃需要18.5分，此时离出门还剩$30-18.5=11.5$（分）；根据表 2，计算水温从100℃降到50℃需要的时间，将这个时间与 21.5 分比较，在关闭电源的基础上即可得到结论.

【小问 1 详解】

解：在煮沸模式下，加热时间每增加3分钟，水温就上升30℃，

$30\div3=10$（℃），

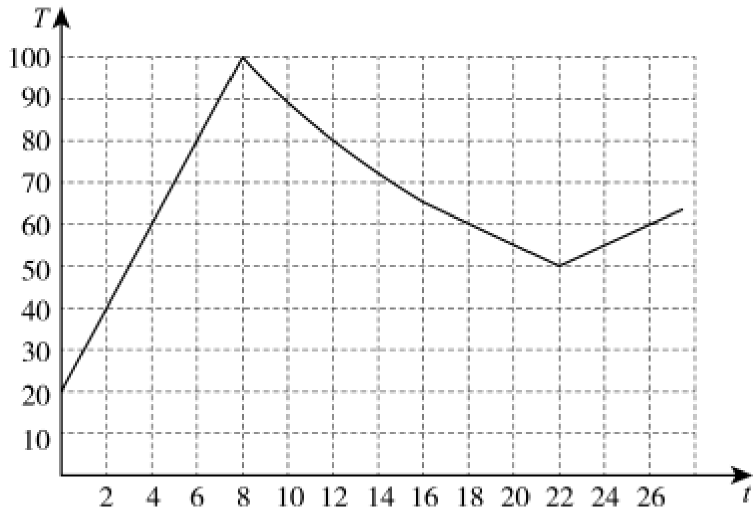
$\therefore$在煮沸模式下，加热时间每增加 1 分钟，水温就上升10℃，

$\therefore 10(m-6)=100-80$，

$\therefore m=8$.

【小问 2 详解】

解：①补全水温与时间的函数图象如图所示：



②当时间从26分开始，设时间为t时，水温加热到$100℃$.

在这个过程中每2分钟，水温升高$5℃$，则每1分钟水温升高$5\div 2=2.5$（℃），

由此得$2.5(t-26)=100-60$，

解得$t=42$，

$60-42=18$（分），

根据表2的数据可知，$T=100℃$经过18分后水温降到了$60℃$，

∴当$t=60$时，$T=60℃$.

故答案为：$60℃$；

【小问3详解】

解：由表1可知，$2.5L$的水从$20℃$加热到$100℃$需要18.5分，$30-18.5=11.5$（分），

由表2可知，水温从$100℃$降到$50℃$需要$22-8=14$（分），

∵$11.5<13$，且电源已关闭，

∴出门前，他不能喝到低于$50℃$的水.

故答案为：不能.

26.【答案】（1）$t=2$

（2）①<，②$1\le t$或$t\le 0$

【分析】本题主要考查二次函数的性质，

(1)将点代入抛物线求得$b=-4a$，结合对称轴定义即可求得；

(2)①根据题意得抛物线开口向上，且过原点，即可得$y_1<0$；

②由已知求得$1<x_2<2$，结合$y_1y_2>0$恒成立，则有点(x_1,y_1),(x_2,y_2)在x的同侧即可.

【小问1详解】

解：将点$(4,0)$代入$y=ax^2+bx(a>0)$得$16a+4b=0$，解得$b=-4a$，

∴$x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{-4a}{2a}=2$，

则$t=2$；

【小问 2 详解】

①根据题意得抛物线开口向上，且过原点，

∵$t>1$，$0<x_1<1$，

∴$y_1<0$；

②∵$x_1+x_2=2$，$0<x_1<1$，

∴$1<x_2<2$，

∵有$y_1y_2>0$恒成立，

∴点$\left(x_1,y_1\right),\left(x_2,y_2\right)$在$x$的同侧，

则$1\le t$或$t\le 0$.

27.【答案】(1）图见解析

（2）证明见解析　（3）$3BC^2+CE^2=4BG^2$

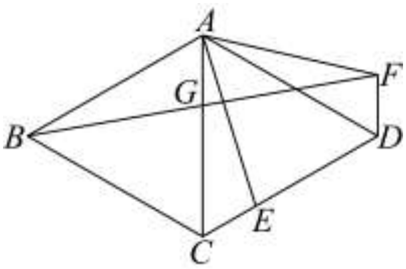
【分析】(1）根据题意连线即可；

（2）连接BD，与AC相交于点O，根据旋转的性质可得$\angle EAF=60°$，$AE=AF$，根据菱形的性质可得$AB=BC$，$\angle BAC=\angle CAD=\frac{1}{2}\angle BAD=60°$，$BO=OD$，根据等边三角形的判定和性质可得$AC=AD$，$\angle ACD=60°$，根据全等三角形的的判定和性质可得$\angle ADF=\angle ACD=60°$，根据平行线的判定得出$DF\parallel AC$，根据平行线分线段成比例定理即可证明；

（3）根据勾股定理可得$BD^2+DF^2=4BG^2$，根据等边三角形的性质可得$\angle OBC=30°$，根据锐角三角函数可求得$BC=\frac{2\sqrt{3}}{3}OB$，推得$3BC^2=BD^2$，即可求解.

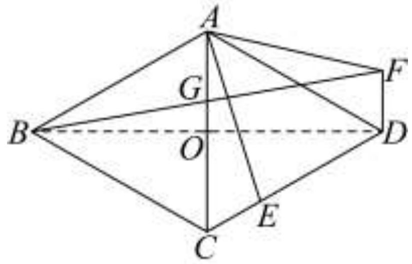
【小问 1 详解】

解：如图：



【小问 2 详解】

证明：连接BD，与AC相交于点O，如图：



∵线段 AE 绕点 A 逆时针旋转 $60°$ 得到线段 AF，

∴ $\angle EAF=60°$， $AE=AF$，

∵在菱形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=120°$，

∴ $AB=BC$，$\angle BAC=\angle CAD=\frac{1}{2}\angle BAD=60°$， $BO=OD$，

∴ $\triangle ABC$ 、$\triangle ACD$ 是等边三角形，

∴ $AC=AD$， $\angle ACD=60°$，

∴ $\angle CAE=\angle DAF$，

∴ $\triangle ACE\cong\triangle ADF$，

∴ $\angle ADF=\angle ACD=60°$，

∴ $DF\parallel AC$，

∴ $\frac{BG}{GF}=\frac{BO}{OD}$，

∵ $BO=OD$，

∴ $GB=GF$；

【小问 3 详解】

解：$3BC^2+CE^2=4BG^2$，理由如下：

∵ $DF\parallel AC$， $BD\perp AC$，

∴ $DF\perp BD$，

在 $Rt\triangle BFD$ 中， $BD^2+DF^2=BF^2=\left(2BG\right)^2=4BG^2$，

∵ $\triangle ABC$ 是等边三角形， $BO\perp AC$，

∴ $\angle OBC=\frac{1}{2}ABC=30°$，

$\cos 30°=\cos\angle OBC=\frac{OB}{BC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴ $BC=\frac{2\sqrt{3}}{3}OB$，

则 $BC^2=\frac{4}{3}BO^2$，

则 $3BC^2=4BO^2=(2BO)^2=BD^2$，

$\therefore 3BC^2+CE^2=BD^2+DF^2=4BG^2$，

即 $3BC^2+CE^2=4BG^2$.

【点睛】本题考查了旋转的性质，菱形的性质，等边三角形的判定和性质，平行线的判定和性质，全等三角形的判定和性质，平行线分线段成比例定理，勾股定理，解直角三角形等，解题的关键是根据全等三角形的性质和平行线的判定推得 $DF \parallel AC$.

28.【答案】(1) A_1B_1

(2) $\left(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 或 $\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

(3) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ 或 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

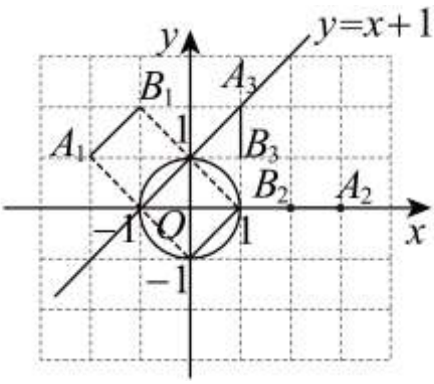
【分析】(1) 根据题中定义即可画图得出；

(2) 根据题意可得直线 $y=kx(k\neq 0)$ 垂直平分 CC'， DD'，结合点 C 的坐标，推得点 D 在 $\odot O$ 上，即可得出点 D 是 $\odot C$ 与 $\odot O$ 交点，根据等边三角形的性质和勾股定理即可求得点 D_1 、 D_2 的坐标；

(3) 结合 (2) 可得点 N_1 是点 $\odot M_1$ 与 $\odot O$ 交点，先求出直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+b$ 与 x， y 轴的交点坐标，结合三角形的面积求得 OH 的值，根据锐角三角函数可求得点 O' 的坐标 $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}b,\frac{3}{2}b\right)$，根据两点间的距离公式即可列出方程，解方程即可.

【小问 1 详解】

解：如图所示：



$\therefore \odot O$ 关于直线 $y=x+1$ 的“对称弦”的是线段 A_1B_1；

【小问 2 详解】

解：设点 C， D 关于直线 $y=kx(k\neq 0)$ 的对称点为 C', D'，

$\therefore$ 直线 $y=kx(k\neq 0)$ 垂直平分 CC'， DD'，

$\because CD$ 是 $\odot O$ 关于直线 $y=kx(k\neq 0)$ 的“对称弦”，

$\therefore C'$，D' 在 $\odot O$ 上，

$\because$ 点 C 的坐标为 $(-1,0)$，

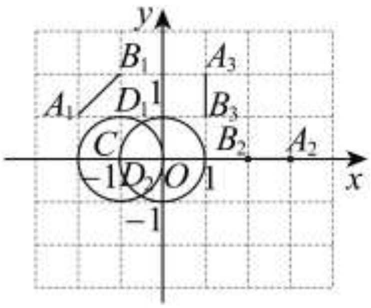
即点 C 在 $\odot O$ 上，

$\because$ 直线 $y=kx(k\neq 0)$ 经过圆心 O，

$\therefore$ 点 D 也在 $\odot O$ 上，

$\because CD=1$，

故点 D 在以点 C 为圆心，CD 为半径的圆上，如图：$\odot C$ 与 $\odot O$ 交于点 D_1 与点 D_2；



$\because OC=CD_1=OD_1$，

即 $\triangle OCD_1$ 是等边三角形，

故点 D_1 的横坐标为 $-\frac{1}{2}$，点 D_1 的纵坐标为 $\sqrt{1^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

同理，点 D_2 的横坐标为 $-\frac{1}{2}$，点 D_2 的纵坐标为 $-\sqrt{1^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，

综上，点 D 的坐标为 $\left(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 或 $\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$；

【小问 3 详解】

解：设点 M 关于直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+b$ 的对称点为 M_1，

$\therefore$ 直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+b$ 垂直平分 MM_1，

$\because$ 线段 MN 是 $\odot O$ 关于直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+b$ 的“对称弦”，

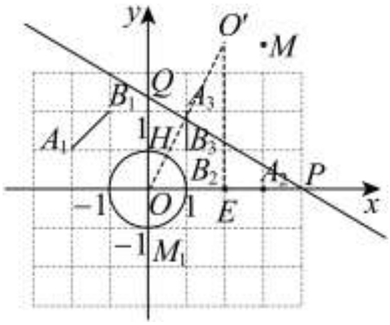
$\therefore M_1$ 在 $\odot O$ 上，

由（2）可得点 N_1 在以点 M_1 为圆心，MN 为半径的圆上，

又 $\because MN=1$，

即$OM_1=1$；

令直线$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+b$与x，y轴交于点P，Q，过点O作$OO'\perp$直线$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+b$交于点H，点O'作$O'E\perp x$轴交于点E，如图：



令$x=0$，则$y=b$，即点$Q\left(0,b\right)$，$OQ=b$，

令$y=0$，则$x=\sqrt{3}b$，即点$P\left(\sqrt{3}b,0\right)$，$OP=\sqrt{3}b$，

则$PQ=\sqrt{OP^2+OQ^2}=\sqrt{\left(\sqrt{3}b\right)^2+b^2}=2b$，

则$OH=\frac{OQ\cdot OP}{PQ}=\frac{b\cdot\sqrt{3}b}{2b}=\frac{\sqrt{3}}{2}b$，

$\therefore OO'=2OH=\sqrt{3}b$，

$\because \angle OQP+\angle QOH=90^\circ$，$\angle OQP+\angle QPO=90^\circ$，

$\therefore \angle QOH=\angle QPO$，

$\because OQ\parallel O'E$，

$\therefore \angle OO'E=\angle QOH=\angle QPO$，

$\because \sin\angle QPO=\frac{OQ}{PQ}=\frac{1}{2}$，$\cos\angle QPO=\frac{OP}{PQ}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore \sin\angle OO'E=\frac{OE}{OO'}=\frac{1}{2}$，$\cos\angle OO'E=\frac{O'E}{OO'}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore OE=OO'\cdot\sin\angle OO'E=\frac{\sqrt{3}}{2}b$，$O'E=OO'\cdot\cos\angle OO'E=\frac{3}{2}b$，

即点O'的坐标为$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}b,\frac{3}{2}b\right)$，

$\because M\left(3,2\sqrt{3}\right)$，$O'M=OM_1=1$；

$\therefore O'M=\sqrt{\left(3-\frac{\sqrt{3}}{2}b\right)^2+\left(2\sqrt{3}-\frac{3}{2}b\right)^2}=1$，

整理得：$3b^2-9\sqrt{3}b+20=0$，

解得：$b=\frac{5\sqrt{3}}{2}$或$b=\frac{4\sqrt{3}}{2}$，

故b的值为$\frac{5\sqrt{3}}{3}$或$\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

【点睛】本题考查了轴对称的性质，一次函数与坐标轴的交点问题，解直角三角形，勾股定理，等边三角形的判定和性质等，正确理解新定义的含义，灵活应用数形结合思想是解题的关键.