

2024 北京海淀初三二模

数 学



2024.05

学校_____ 姓名_____ 准考证号_____

考生须知

1. 本试卷共 7 页，共两部分，28 道题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题纸上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将本试卷、答题纸和草稿纸一并交回。

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

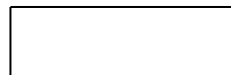
第 1–8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 截至 2023 年底，我国人工智能核心产业规模接近 5800 亿元，形成了京津冀、长三角、珠三角三大集聚发展区。将 580 000 000 000 用科学记数法表示应为

(A) 58×10^{10} (B) 5.8×10^{11} (C) 5.8×10^{12} (D) 0.58×10^{12}

2. 右图是一张长方形纸片，用其围成一个几何体的侧面，这个几何体可能是

(A) 圆柱 (B) 圆锥
(C) 球 (D) 三棱锥



3. 五边形的内角和为

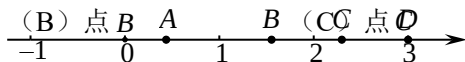
(A) 900° (B) 720° (C) 540° (D) 360°

4. 若 $a > b$ ，则下列结论正确的是

(A) $a + b > 0$ (B) $a - b > 0$ (C) $ab > 0$ (D) $\frac{a}{b} > 0$

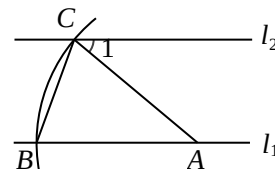
5. 如图，实数 $\sqrt{5}$ 在数轴上对应的点可能是

(A) 点 A (B) 点 B (C) 点 C (D) 点 D



6. 如图， $l_1 \parallel l_2$ ，点 A 在 l_1 上，以点 A 为圆心，适当长度为半径画弧，分别交 l_1 ， l_2 于点 B，C，连接 AC，BC。若 $\angle 1 = 40^\circ$ ，则 $\angle ABC$ 的大小为

(A) 80° (B) 75°
(C) 70° (D) 65°



7. 九年级（1）班羽毛球小组共有 4 名队员，其中两名男生，两名女生。从中随机选取两人，恰好能组成一组混双搭档的概率是

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

8. 某种型号的纸杯如图 1 所示，若将 n 个这种型号的杯子按图 2 中的方式叠放在一起，叠在一起的杯子的总高度为 H ．则 H 与 n 满足的函数关系可能是

(A) $H = 0.3n$

(B) $H = \frac{10}{0.3n}$

(C) $H = 10 - 0.3n$

(D) $H = 10 + 0.3n$



图 1



图 2

第二部分 非选择题

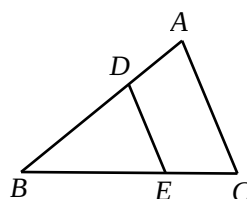
二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 若代数式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是_____.

10. 若 $x=1$ 是方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 的一个根，则实数 m 的值为_____.

11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D ， E 分别在边 AB ， BC 上， $DE \parallel AC$ ．

若 $AD=2$ ， $BD=4$ ，则 $\frac{DE}{AC}$ 的值为_____.



12. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(1, y_1)$ ， $B(2, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上．

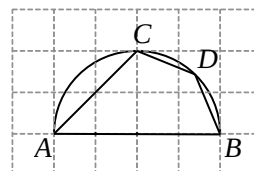
若 $y_1 < y_2$ ，则满足条件的 k 的值可以是_____（写出一个即可）．

13. 如图所示的网格是正方形网格， A ， B ， C 是网格线的交点， C 在以 AB 为直径的半圆上．

若点 D 在 BC 上，则 $\angle BDC =$ _____°．

14. 一组数据 3，2，4，2，6，5，6 的平均数为 4，方差为 s_0^2 ．再添加一个数据

4，得到一组新数据．若记这组新数据的方差为 s_1^2 ，则 s_1^2 _____ s_0^2 （填“>”“=”或“<”）．



15. 下表是 n 与 2^n （其中 n 为自然数）的部分对应值表：

n	5	10	15	20	25	30	35
2^n	32	1 024	32 768	1 048 576	33 554 432	1 073 741 824	34 359 738 368

根据表格提供的信息，计算 $1024 \times 32\,768$ 的结果为_____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中， D 为边 AB 的中点， E 为边 AC 上一点，连接 DE ．给出下面三个命题：

①若 $AE = EC$ ，则 $DE = \frac{1}{2}BC$ ；

②若 $DE = \frac{1}{2}BC$ ，则 $DE \parallel BC$ ；

③若 $DE \parallel BC$ ，则 $AE = EC$ ．

上述命题中，所有真命题的序号是_____.

三、解答题（共 68 分，第 17-19 题，每题 5 分，第 20-21 题，每题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24 题

6分，第25题5分，第26题6分，第27-28题，每题7分）

解答写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算： $2024^0 - 2\sin 45^\circ + |-3| + \sqrt{8}$.

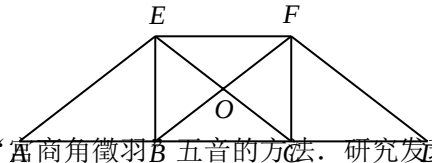
18. 解不等式组：
$$\begin{cases} \frac{x+5}{2} < 3x, \\ 3x-4 > 2(x+1). \end{cases}$$

19. 已知 $m^2 - n^2 - 3 = 0$ ，求代数式 $(m+n)^2 - 2n(m+n)$ 的值.

20. 如图，点 A, B, C, D 在一条直线上， $AB = BC = CD$ ， $AE = EC$ ，四边形 $ECDF$ 是平行四边形.

(1) 求证：四边形 $EBCF$ 是矩形；

(2) 若 $AD = 12$ ， $\cos A = \frac{4}{5}$ ，求 BF 的长.



21. 我国古代著作《管子·地员篇》中介绍了一种用数学运算获得“宫商角徵羽”五音的方法. 研究发现，当琴弦的长度比满足一定关系时，就可以弹奏出不同的乐音. 例如，三根弦按长度从长到短排列分别奏出乐音“do, mi, so”，需满足相邻弦长的倒数差相等. 若最长弦为15个单位长，最短弦为10个单位长，求中间弦的长度.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象由函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图象平移得到，且经过点 $(2, 4)$.

(1) 求这个一次函数的解析式；

(2) 当 $x > 2$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y = x + n$ 的值与一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的值的差大于1，直接写出 n 的取值范围.

23. 一本图鉴中的照片由1开始连续编号，由于装订线脱落，照片散落一地. 小云想利用统计学知识估计照片总数，于是从中随机抽取20张照片，将其编号作为样本，数据整理如下：

a. 20张照片的编号：

4, 8, 15, 25, 34, 39, 41, 48, 68, 79, 85, 86, 89, 91, 102, 104, 110, 121, 144, 147

b. 20张照片编号的最小值、最大值、平均数和中位数：

最小值	最大值	平均数	中位数
4	147	72	m

(1) 写出表中 m 的值；

(2) 设照片总数为 n ，所有照片编号分别为 $1, 2, \dots, n$ ，这 n 个数的平均数和中位数均为 $\frac{n+1}{2}$.

①利用样本平均数估计全体平均数，可估算出照片的总数 n_1 为_____，

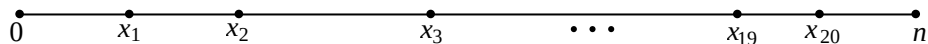
②利用样本中位数估计全体中位数，可估算出照片的总数 n_2 为_____，

小云发现，有一个估算结果不合理，这个不合理的结果是_____（填“ n_1 ”或“ n_2 ”）；

(3) 小云想到还可使用样本数据的“平均间隔长度”进行估计. 在下面的示意图中, 用 $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ 表

示随机抽取的 20 张照片编号从小到大排序, 则从 0 到 x_{20} 的平均间隔长度为 $\frac{x_{20}}{20}$, 从 0 到 n 的平

均间隔长度为 $\frac{n}{21}$, 直接写出此时估算出照片的总数 n_3 (结果取整数).

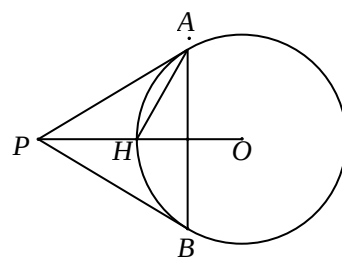


24. 如图, P 是 $\odot O$ 外一点, PA, PB 分别切 $\odot O$ 于点 A, B , PO 与 $\odot O$ 交于点 H , $AH = OH$.

(1) 求证: $\triangle ABP$ 是等边三角形;

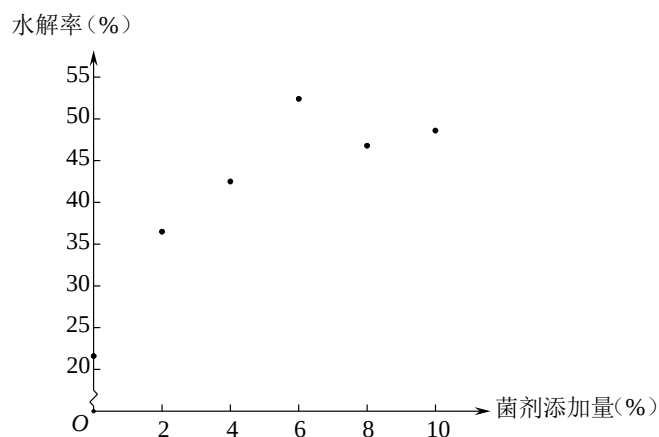
(2) 过点 A 作 PO 的平行线, 与 $\odot O$ 的另一个交点为 C , 连接 CP .

若 $AB = 6$, 求 $\odot O$ 的半径和 $\tan \angle CPB$ 的值.



25. 生活垃圾水解法是一种科学处理生活垃圾的技术. 有研究表明, 在生活垃圾水解过程中添加一些微生物菌剂能够加快原料的水解. 某小组为研究微生物菌剂添加量对某类生活垃圾水解率的影响, 设置了六组不同的菌剂添加量, 分别为 0%, 2%, 4%, 6%, 8%, 10%, 每隔 12 h 测定一次水解率, 部分实验结果如下:

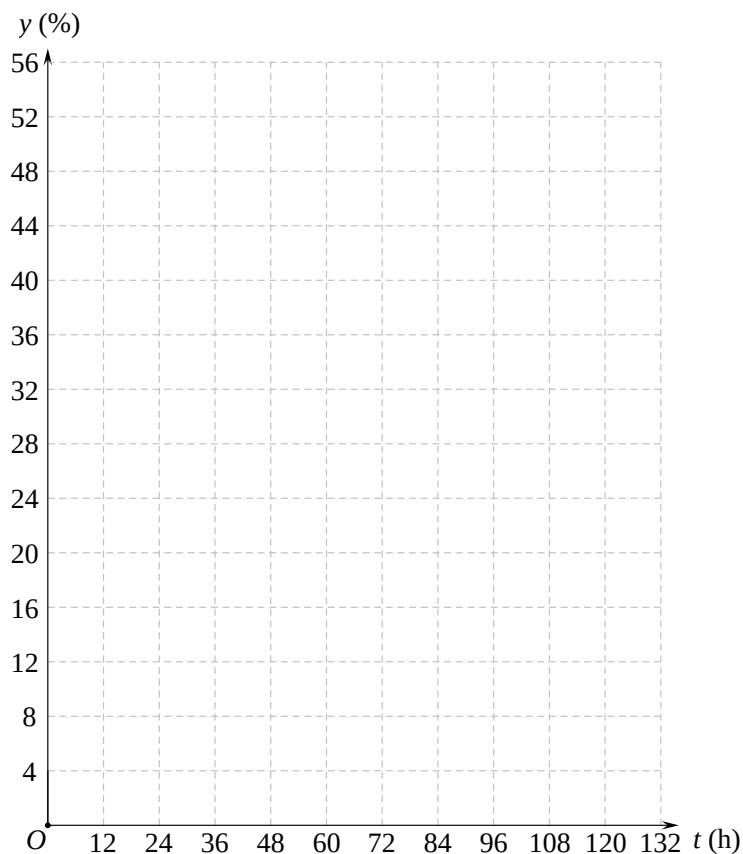
a. 不同菌剂添加量的生活垃圾, 在水解 48 h 时, 测得的实验数据如下图所示:



为提高这类生活垃圾在水解 48 h 时的水解率, 在这六组不同的菌剂添加量中, 最佳添加量为 ____ %;

b. 当菌剂添加量为 $p\%$ 时, 生活垃圾水解率随时间变化的部分实验数据记录如下:

时间 t (h)	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120
水解率 y (%)	0	28.0	35.1	39.4	42.5	44.9	46.8	48.5	50.0	51.2	52.3



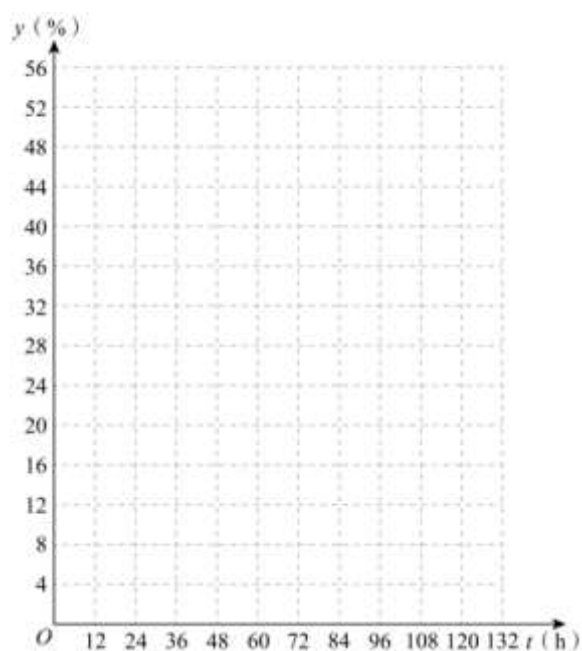
通过分析表格中的数据，发现当菌剂添加量为 $p\%$ 时，可以用函数刻画生活垃圾水解率 y 和时间 t 之间的关系，在平面直角坐标系中画出此函数的图象。

结合实验数据，利用所画的函数图象可以推断，当水解 132 h 时，生活垃圾水解率

____ 超过 54%（填“能”或“不能”）。

根据以上实验数据和结果，解决下列问题：

- （1）直接写出 p 的值；
- （2）当菌剂添加量为 6% 时，生活垃圾水解率达到 50% 所需的时间为 t_0 小时，当菌剂添加量为 $p\%$ 时，生活垃圾水解 $(t_0 + 48)$ 小时的水解率 50%（填“大于”“小于”或“等于”）。



26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 的对称轴为 $x = t$ ，点 $A(\frac{1}{2}t, m)$ ，

$B(2t, n)$ ， $C(x_0, y_0)$ 在抛物线上。

- （1）当 $t = 2$ 时，直接写出 m 与 n 的大小关系；
- （2）若对于 $6 < x_0 < 7$ ，都有 $m < y_0 < n$ ，求 t 的取值范围。

27. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle A < 60^\circ$, 点 D 在边 AC 上 (不与点 A , C 重合), 连接 BD , 平移线段 BD , 使点 B 移到点 C , 得到线段 CE , 连接 DE .

(1) 在图 1 中补全图形, 若 $\angle BAC = 2\angle E$, 求证: $\angle CBD$ 与 $\angle CDE$ 互余;

(2) 连接 AE , 若 AC 平分 $\angle BAE$, 用等式表示 $\angle CBD$ 与 $\angle BAE$ 之间的数量关系, 并证明.

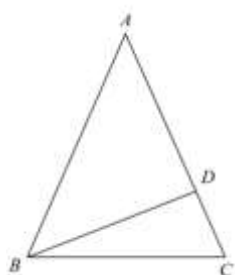


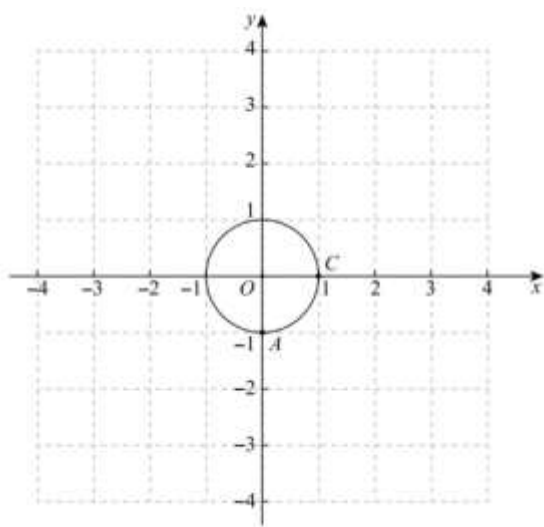
图 1



备用图

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为 1, AB 是 $\odot O$ 的一条弦, 以 AB 为边作平行四边形 $ABCD$. 对于平行四边形 $ABCD$ 和弦 AB , 给出如下定义: 若边 CD 所在直线是 $\odot O$ 的切线, 则称四边形 $ABCD$ 是弦 AB 的“弦切四边形”.

(1) 若点 $A(0, -1)$, $C(1, 0)$, 四边形 $ABCD$ 是弦 AB 的“弦切四边形”, 在图中画出“弦切四边形” $ABCD$, 并直接写出点 D 的坐标;



(2) 若弦 AB 的“弦切四边形”为正方形, 求 AB 的长;

(3) 已知图形 M 和图形 N 是弦 AB 的两个全等的“弦切四边形”, 且均为菱形, 图形 M 与 N 不重合. P , Q 分别为两个“弦切四边形”对角线的交点, 记 PQ 的长为 t , 直接写出 t 的取值范围.

参考答案

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	C	B	C	C	D	D

第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. $x \neq 2$ 10. 2
11. $\frac{2}{3}$ 12. 答案不唯一， $k < 0$ 即可
13. 135 14. $<$
15. 33 554 432 16. ①③

三、解答题（共 68 分，第 17-19 题，每题 5 分，第 20-21 题，每题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解：原式 $= 1 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 3 + 2\sqrt{2}$

$$= 1 - \sqrt{2} + 3 + 2\sqrt{2}$$
$$= 4 + \sqrt{2}.$$

18. 解：原不等式组为 $\begin{cases} x + 5 < 6x, & \text{①} \\ 3x - 4 > 2x + 2. & \text{②} \end{cases}$

解不等式①，得 $x > 1$.

解不等式②，得 $x > 6$.

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $x > 6$.

19. 解：原式 $= m^2 + 2mn + n^2 - 2mn - 2n^2$

$$= m^2 - n^2.$$
$$\because m^2 - n^2 - 3 = 0,$$
$$\therefore m^2 - n^2 = 3.$$
$$\therefore \text{原式} = 3.$$

20. (1) 证明： $\because$ 四边形 $ECDF$ 为平行四边形，

$$\therefore EF \parallel CD, EF = CD.$$

$$\because B, C, D \text{ 在一条直线上}, BC = CD,$$

$$\therefore EF \parallel BC, EF = BC.$$

$$\therefore \text{四边形 } EBCF \text{ 为平行四边形}.$$

$$\because AE = EC, AB = BC,$$

$$\therefore EB \perp AC.$$

$$\therefore \angle EBC = 90^\circ.$$

$$\therefore \text{四边形 } EBCF \text{ 为矩形}.$$

$$(2) \text{ 解: } \because A, B, C, D \text{ 在一条直线上}, AB = BC = CD, AD = 12,$$

$$\therefore AB = 4.$$

$$\because EB \perp AC.$$

$$\therefore \angle EBA = 90^\circ.$$

$$\because \cos A = \frac{4}{5}.$$

$$\therefore AE = \frac{AB}{\cos A} = 5.$$

$$\because AE = EC,$$

$$\therefore EC = 5.$$

$$\because \text{四边形 } EBCF \text{ 为矩形},$$

$$\therefore BF = EC = 5.$$

$$\therefore BF \text{ 的长为 } 5.$$

$$21. \text{ 解: 设中间弦的长度为 } x \text{ 个单位长}.$$

$$\text{由题意可得 } \frac{1}{x} - \frac{1}{15} = \frac{1}{10} - \frac{1}{x}.$$

$$\text{解得 } x = 12.$$

$$\text{经检验, } x = 12 \text{ 是原方程的解且符合题意}.$$

$$\text{答: 中间弦的长度为 } 12 \text{ 个单位长}.$$

$$22. \text{ 解: (1) } \because \text{一次函数 } y = kx + b (k \neq 0) \text{ 的图象由函数 } y = \frac{1}{2}x \text{ 的图象平移得到},$$

$$\therefore k = \frac{1}{2}.$$

$$\because \text{一次函数 } y = kx + b (k \neq 0) \text{ 的图象经过点 } (2, 4),$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 2 + b = 4.$$

$$\therefore b = 3.$$

$$\therefore \text{该一次函数的解析式为 } y = \frac{1}{2}x + 3.$$

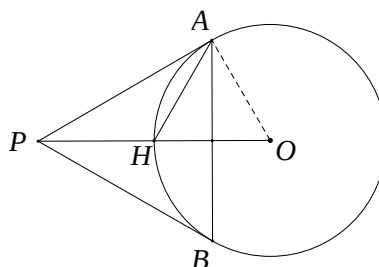
(2) $n \geq 3$.

23. 解: (1) 82;

(2) 143, 163, n_1 ;

(3) 154.

24. (1) 证明: 连接 OA , 如图.



$\because OA = OH, AH = OH,$

$\therefore OA = OH = AH.$

$\therefore \triangle AOH$ 为等边三角形.

$\therefore \angle AOH = 60^\circ.$

$\because PA$ 切 $\odot O$ 于点 A ,

$\therefore PA \perp AO.$

$\therefore \angle PAO = 90^\circ.$

$\therefore \angle APO = 30^\circ.$

$\because PA, PB$ 分别切 $\odot O$ 于点 A, B ,

$\therefore PA = PB, \angle APO = \angle BPO = 30^\circ.$

$\therefore \angle APB = 60^\circ.$

$\therefore \triangle ABP$ 为等边三角形.

(2) 解: 如图, 连接 BC .

$\because \triangle ABP$ 为等边三角形, $AB = 6$,

$\therefore PA = PB = AB = 6.$

由 (1) 得, 在 $\text{Rt}\triangle PAO$ 中, $\angle PAO = 90^\circ, \angle APO = 30^\circ.$

$\therefore OA = PA \cdot \tan 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}.$

$\therefore \odot O$ 的半径为 $2\sqrt{3}.$

$\because \triangle AOH$ 为等边三角形.

$\therefore \angle HAO = \angle HOA = 60^\circ.$

由 (1) 得 $PA = PB, \angle APO = \angle BPO,$

$\therefore PO \perp AB.$

$\because AC \parallel PO,$

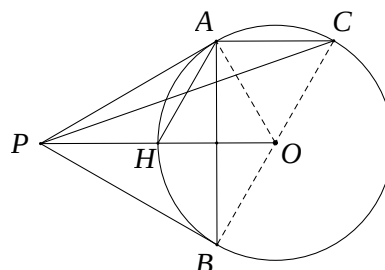
$\therefore AC \perp AB.$

$\therefore \angle BAC = 90^\circ.$

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的直径.

$\therefore BC = 4\sqrt{3}.$

$\because PB$ 切 $\odot O$ 于点 B ,



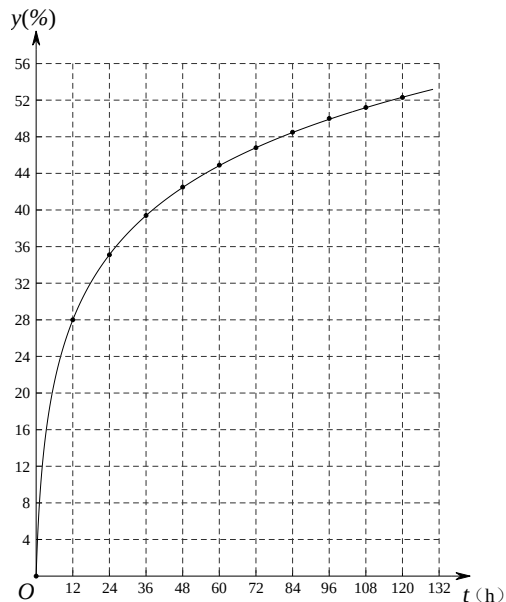
$$\therefore PB \perp BC.$$

$$\therefore \angle PBC = 90^\circ.$$

$$\therefore \tan \angle CPB = \frac{BC}{PB} = \frac{4\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

25. 解: a. 6;

b. 图象如下图.



不能.

(1) 4;

(2) 小于.

26. 解: (1) <;

(2) $\because a > 0$, 抛物线的对称轴为 $x = t$,

$\therefore$ 当 $x \geq t$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $x \leq t$ 时, y 随 x 的增大而减小.

① 当 $t \geq 7$ 时, $\frac{1}{2}t < t < 2t$.

点 $B(2t, n)$ 关于抛物线对称轴 $x = t$ 的对称点为 $B'(0, n)$,

此时点 A, B', C 均在抛物线对称轴左侧.

$\therefore$ 对于 $6 < x_0 < 7$, 都有 $m < y_0 < n$,

$$\therefore \begin{cases} 0 \leq 6, \\ \frac{1}{2}t \geq 7. \end{cases}$$

解得 $t \geq 14$.

② 当 $6 < t < 7$ 时,

取 $x_0 = t$, 此时 y_0 为最小值, 与 $m < y_0$ 矛盾, 不符合题意.

③ 当 $0 < t \leq 6$ 时, $\frac{1}{2}t < t < 2t$.

点 $A(\frac{1}{2}t, m)$ 关于抛物线对称轴 $x = t$ 的对称点为 $A'(\frac{3}{2}t, m)$,

此时点 A', B, C 均在抛物线对称轴右侧.

$\because$ 对于 $6 < x_0 < 7$, 都有 $m < y_0 < n$,

$$\therefore \begin{cases} \frac{3}{2}t \leq 6, \\ 2t \geq 7. \end{cases}$$

解得 $\frac{7}{2} \leq t \leq 4$.

④ 当 $t = 0$ 时, $2t = t = \frac{1}{2}t$, $m = n$, 不符合题意.

⑤ 当 $t < 0$ 时, $2t < t < \frac{1}{2}t$.

点 $B(2t, n)$ 关于抛物线对称轴 $x = t$ 的对称点为 $B'(0, n)$,

此时点 B', C 在抛物线对称轴右侧.

$\because x_{B'} < 6 < x_0$, $\therefore n < y_0$, 不符合题意.

综上所述, t 的取值范围是 $\frac{7}{2} \leq t \leq 4$ 或 $t \geq 14$.

27. (1) 补全图形如图 1:

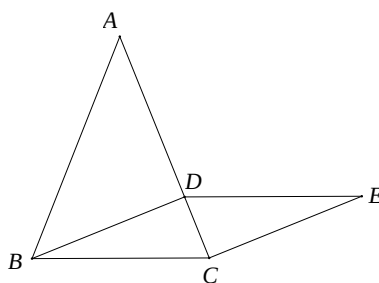


图 1

证明: 设 $\angle E = \alpha$, 则 $\angle BAC = 2\angle E = 2\alpha$.

$\because AB = AC$,

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \frac{180^\circ - \angle BAC}{2} = 90^\circ - \alpha.$$

由平移可知, $BC \parallel DE$, $BC = DE$.

$\therefore$ 四边形 $BCED$ 为平行四边形.

$\therefore \angle CBD = \angle E = \alpha$.

$\because BC \parallel DE$,

$\therefore \angle CDE = \angle ACB = 90^\circ - \alpha$.

$$\therefore \angle CBD + \angle CDE = 90^\circ.$$

$\therefore \angle CBD$ 与 $\angle CDE$ 互余.

(2) $\angle CBD$ 与 $\angle BAE$ 之间的数量关系为 $\angle CBD = \frac{1}{2} \angle BAE$.

解：如图 2，连接 BE ，交 AC 于点 O ，延长 AC 至 F ，使 $OF = OA$ ，连接 EF 。

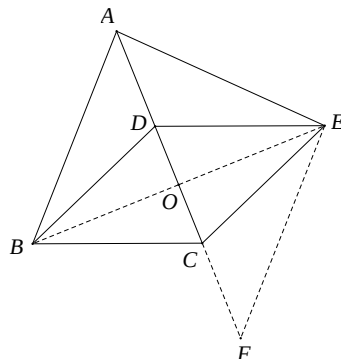


图 2

由 (1) 可得，四边形 $BCED$ 为平行四边形.

$$\therefore OB = OE.$$

$$\because OA = OF, \angle BOA = \angle EOF,$$

$$\therefore \triangle BOA \cong \triangle EOF.$$

$$\therefore AB = FE, \angle BAO = \angle EFO.$$

$\because AC$ 平分 $\angle BAE$,

$$\therefore \angle BAO = \angle EAO = \frac{1}{2} \angle BAE.$$

$$\therefore \angle EFO = \angle EAO.$$

$$\therefore AE = FE.$$

$$\therefore AB = AE.$$

$$\because OB = OE,$$

$$\therefore AC \perp BE.$$

$\therefore$ 四边形 $BCED$ 为菱形.

$$\therefore BD = BC.$$

$$\therefore \angle BDC = \angle BCD.$$

$$\therefore \text{在 } \triangle BCD \text{ 中, } \angle CBD + 2\angle BCD = 180^\circ.$$

$$\because \text{在 } \triangle ABC \text{ 中, } \angle BAC + 2\angle BCD = 180^\circ.$$

$$\therefore \angle BAC = \angle CBD.$$

$$\therefore \angle CBD = \frac{1}{2} \angle BAE.$$

28. (1) 如图，四边形 $ABCD$ 即为所求.

