2024北京石景山初三二模

数　　学

学校名称____________________姓名____________________准考证号____________________

考生须知

1．本试卷共8页，共两部分，28道题．满分100分．考试时间120分钟．

2．在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号．

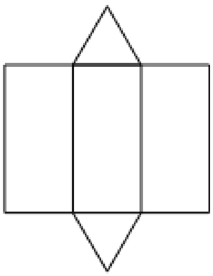
3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效．在答题卡上，选择题、作图题用2B铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答．

4．考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回．

第一部分 选择题

一、选择题（共16分，每题2分）第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1．下图是某几何体的展开图，该几何体是（　）

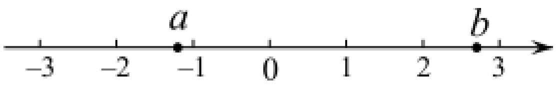


A．三棱柱　B．三棱锥　C．四棱锥　D．圆柱

2．中国的航天事业蓬勃发展，取得了显著的进展和突破．下列航天图标中，其文字上方的图案是中心对称图形的是（　）

A．中国探月　B．中国航天　C．中国火箭　D．中国行星探测

3．实数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是（　）



A．$a>-1$　B．$b>-a$　C．$a+b<0$　D．$ab>0$

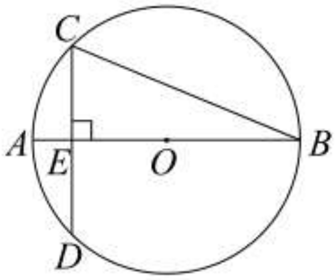
4．同时抛掷两枚质地均匀的硬币，则两枚硬币都正面向上的概率是（　）

A．$\frac{1}{4}$ B．$\frac{1}{3}$ C．$\frac{1}{2}$ D．$\frac{3}{4}$

5．若正多边形的一个外角是$40°$，则该正多边形的边数为（　）

A．6　B．7　C．8　D．9

6．如图，AB是$\odot O$的直径，CD是$\odot O$的弦，$AB\perp CD$于点E，连接BC．若$\angle B=22.5°$，$CD=4$，则$\odot O$的半径的长为（　）



A．2　B．$2\sqrt{2}$　C．4　D．$4\sqrt{2}$

7．a，b，c是实数．若$a-b=c^2-2c+1$，$a+b=3c^2+8c+11$，则a，b，c之间的大小关系是（　）

A．$a\geq b>c$　B．$a\geq c>b$ C．$c>a\geq b$ D．$b\geq a>c$

8．在平面直角坐标系xOy中，y与x的函数关系如图所示，图象与x轴有三个交点，分别为$(-4,0)$，$(-2,0)$，$(3,0)$．给出下面四个结论：

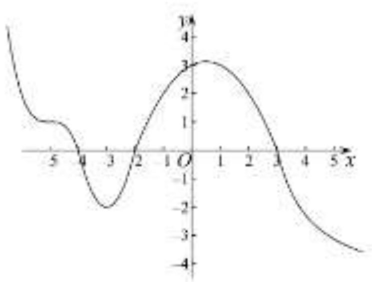
①当$y>0$时，$-2<x<3$；

②当$-\frac{5}{2}<x<0$时，y随x的增大而增大；

③点$M(m,m+2)$在此函数图象上，则符合要求的点只有一个；

④将函数图象向右平移2个或4个单位长度，经过原点．

上述结论中，所有正确结论的序号是（　）



A．①② B．②③ C．②④ D．③④

第二部分　非选择题

二、填空题（共16分，每题2分）

9．若代数式$\frac{2}{x+1}$有意义，则实数x的取值范围是__________．

10．分解因式：$x^2y+6xy+9y=$__________．

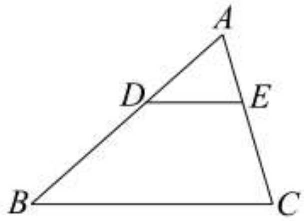
11．方程组$\begin{cases}x+y=2,\\2x-y=7\end{cases}$的解为__________．

12．若$x^2-3x+1=0$，则代数式$(x+2)(x-2)+x(x-6)$的值为__________．

13．在平面直角坐标系xOy中，若函数$y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$的图象经过点$A(-1,6)$和$B(3,m)$，则m的值为

__________．

14．如图，在$\triangle ABC$中，$DE//BC$，$\dfrac{AD}{DB}=\dfrac{2}{3}$，$DE=4$，则$BC$的长为__________．



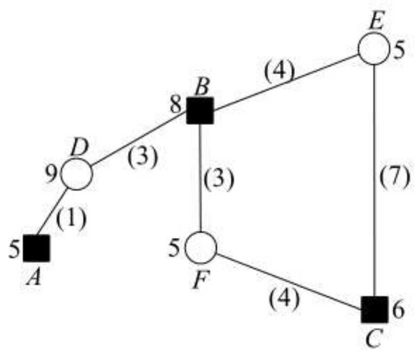
15．某农科所试验田有3万棵水稻．为了考察水稻穗长的情况，于同一天从中随机抽取了50个稻穗进行测量，获得了它们的长度x（单位：cm），数据整理如下：

稻穗长度	$x<5.0$	$5.0\le x<5.5$	$5.5\le x<6.0$	$6.0\le x<6.5$	$x\ge 6.5$
稻穗个数	5	8	16	14	7

根据以上数据，估计此试验田的3万棵水稻中“良好”（穗长在$5.5\le x<6.5$范围内）的水稻数量为

__________万棵．

16．如图，交通示意图中的A，B，C是产地（用■表示，旁边的数字表示产量，单位：吨），D，E，F是销地（用○表示，旁边的数字表示销量，单位：吨），产地与销地之间的线段旁小括号内的数字表示运货单价（单位：百元/吨）．在不考虑其他因素的前提下，将产地B的8吨货物全部运往销地，最少的运费为__________元；将A，B，C三个产地的产品全部运往销地，且每个销地的货物量恰好为该销地的销量，则调运的最小运费为__________元．

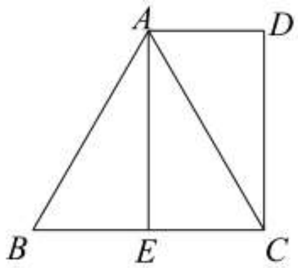


三、解答题（共68分，第17-18题，每题5分，第19-20题，每题6分，第21-23题，每题5分，第24题6分，第25题5分，第26题6分，第27-28题，每题7分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

17．计算：$\sqrt{27}-6\tan 30°-|-1|+(2024)^0$．

18．解不等式组：$\begin{cases}3x-4<5x+2,\\2x<\dfrac{9-x}{4}.\end{cases}$

19．如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD//BC$，$\angle BCD=90°$，$AB=AC$，AE 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 E.



（1）求证：四边形 $AECD$ 是矩形；

（2）连接 BD，若 $\angle ACD=30°$，$AB=2$，求 BD 的长.

20．列方程解应用题.

某工程队承担了 750 米长的道路改造任务，工程队在施工完 210 米道路后，引进了新设备，每天改造道路的长度比原来增加了 20%，结果共用 22 天完成了任务．求引进新设备前工程队每天改造道路多少米？

21．已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-6mx+9m^2-1=0$.

（1）求证：方程有两个不相等的实数根；

（2）设此方程的两个根分别为 x_1，x_2，且 $x_1<x_2$．若 $x_2=2x_1-3$，求 m 的值.

22．在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b(k\neq0)$ 的图象由函数 $y=-2x$ 的图象平移得到，且经过点 $A(1,-3)$，与过点 $(0,3)$ 且平行于 x 轴的直线交于点 B.

（1）求该函数的解析式及点 B 的坐标；

（2）当 $x>-2$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=-x+n$ 的值大于 $y=kx+b(k\neq0)$ 的值且小于 5，直接写出 n 的取值范围.

23．科技是国家强盛之基，创新是民族进步之魂．某校为弘扬科学精神，普及科学知识，推动科技创新教育的开展，在以“科技创造未来”为主题的科技节活动中开展了科普知识竞赛．为了解七、八年级学生的科普知识掌握情况，随机抽取了七、八年级各 16 名学生的竞赛成绩（百分制），数据整理如下：

a．抽取的七、八年级学生的竞赛成绩：

七年级：78 79 81 82 83 85 86 88 90 92 92 92 94 96 98 100

八年级：70 78 80 81 83 84 87 90 90 93 93 93 96 98 100 100

b．抽取的七、八年级学生的竞赛成绩的平均数、中位数、众数：

	平均数	中位数	众数
七年级	88.5	89	n
八年级	88.5	m	93

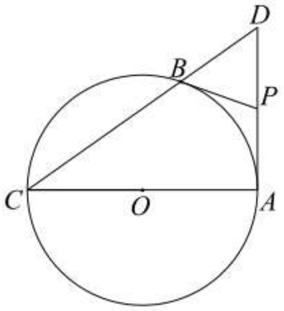
根据以上信息，回答下列问题：

（1）写出表中 m，n 的值；

（2）对于抽取的七、八年级学生竞赛成绩，成绩更稳定的是__________（填“七年级”或“八年级”）；

（3）成绩在95分以上的学生可获得一等奖．若该校八年级有200名学生，估计此次知识竞赛八年级学生获得一等奖的约为__________人．

24．如图，过⊙O外一点P作⊙O的两条切线PA，PB，切点分别为A，B，AC是⊙O的直径，连接CB并延长交直线AP于点D．



（1）求证：$PD=PA$；

（2）延长BP交CA的延长线于点E．若⊙O的半径为$\sqrt{2}$，$\sin E=\dfrac{1}{3}$，求BC的长．

25．中国茶文化博大精深，自古以来中国人有饮茶的传统．某校茶文化社团探究了刚泡好的茶水达到最佳饮用口感的时间．部分内容如下：

a．探究活动在同一社团活动室进行，室温25℃；

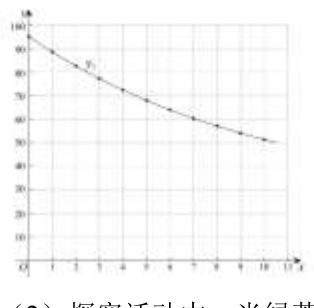
b．经查阅资料得知，茶水口感与茶叶类型及水的温度有关．某种普洱茶用95℃的水冲泡，等茶水温度降至60℃饮用，口感最佳；某种绿茶用85℃的水冲泡，等茶水温度降至60℃饮用，口感最佳；

c．同时用不同温度的热水冲泡茶叶，记放置时间为x（单位：min），普洱茶茶水的温度为y_1（单位：℃），绿茶茶水的温度为y_2（单位：℃）．记录的部分数据如下：

x	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
y_1	95.0	88.5	82.6	77.2	72.4	68.0	64.0	60.3	57.1	54.1	51.4
y_2	85.0	79.5	74.5	70.0	65.8	62.0	58.6	55.5	52.7	50.2	47.9

对以上数据进行分析，补充完成以下内容．

（1）可以用函数刻画y_1与x、y_2与x之间的关系，在同一平面直角坐标系xOy中，已经画出y_1与x的函数图象，请画出y_2与x的函数图象；



（2）探究活动中，当绿茶茶水的放置时间约为__________min时，其饮用口感最佳，此时普洱茶茶水的

温度约为______℃（结果保留小数点后一位）；

（3）探究活动中，当普洱茶茶水的温度为90℃时，再继续放置6min，测得其温度为m℃，则m______60（填“>”“=”或“<”）.

26．在平面直角坐标系xOy中，点$M(2,m)$，$N(4,n)$在抛物线$y=x^2-2bx+c$上.

（1）若$m=n$，求b的值；

（2）若点$T\left(x_0,p\right)$在抛物线上，对于$0<x_0<1$，都有$m<p<n$，求b的取值范围.

27．在正方形$ABCD$中，E是边AD上的一动点（不与点A，D重合），连接BE，点C关于直线BE的对称点为F，连接FA，FB.

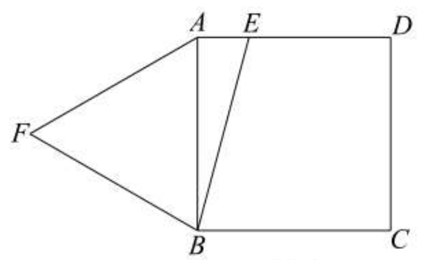


图1

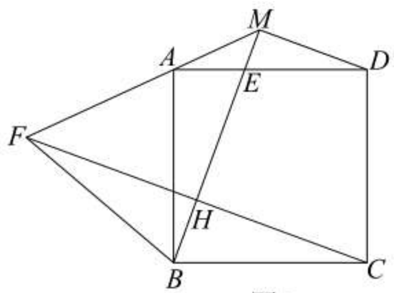


图2

（1）如图1，若$\triangle ABF$是等边三角形，则$\angle ABE=$______°；

（2）如图2，延长BE交FA的延长线于点M，连接CF交BE于点H，连接DM.

①求$\angle MFH$的大小；

②用等式表示线段MB，MD，AB之间的数量关系，并证明.

28．在平面直角坐标系xOy中，$\odot O$的半径为1，P为$\odot O$外一点．给出如下定义：以线段OP为对角线作矩形$OMPN$，若点M在$\odot O$内或$\odot O$上，点N在$\odot O$外，则称矩形$OMPN$是点P的“圆伴矩形”.

例如，图1中的矩形$OMPN$是点P的一个“圆伴矩形”.

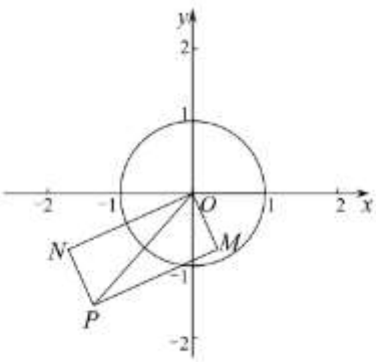
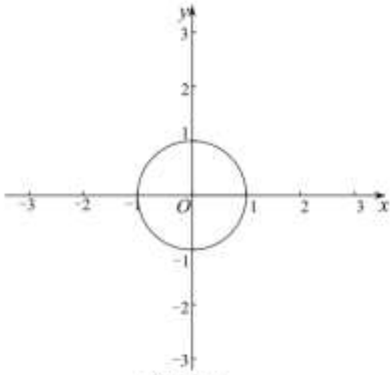
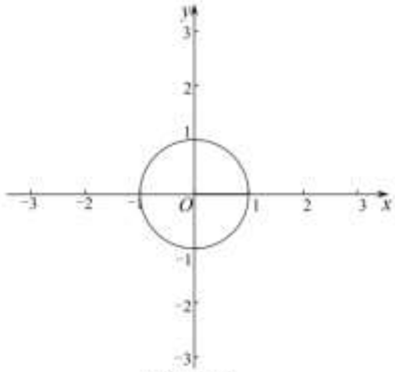


图1



备用图1



备用图2

（1）已知矩形$OMAN$是点A的“圆伴矩形”且点N在$\odot O$外，

①若点A的坐标为$(2,1)$且点M在$\odot O$上，则矩形$OMAN$的面积是______；

②若点A的坐标为$(2,0)$，则点N的横坐标t的取值范围是______；

（2）已知$OB=2$，直线$y=\dfrac{1}{2}x+b(b\neq 0)$与$x$轴，$y$轴分别交于点$C$，$D$．若线段$CD$上存在点$N$，使得

矩形 $OMBN$ 是点 B 的“圆伴矩形”（点 N 在 $\odot O$ 外），直接写出 b 的取值范围.

参考答案

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	B	A	D	B	A	C

第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．$x \neq -1$　10．$y(x+3)^2$　11．$\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$ 12．-6

13．-2　14．10　15．1.8　16．2400；6000

三、解答题（共 68 分，第 17-18 题，每题 5 分，第 19-20 题，每题 6 分，第 21-23 题，每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17．解：原式$=3\sqrt{3}-6\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}-1+1$……4 分

$=\sqrt{3}$．……5 分

18．解：原不等式组为$\begin{cases} 3x-4<5x+2, & ① \\ 2x<\dfrac{9-x}{4}. & ② \end{cases}$

解不等式①，得 $x>-3$．……2 分

解不等式②，得 $x<1$．……4 分

$\therefore$ 原不等式组的解集为$-3<x<1$．……5 分

19．（1）证明：$\because AD//BC$，$\angle BCD=90^\circ$，$\therefore \angle ADC=90^\circ$．

$\because AB=AC$，AE 平分 $\angle BAC$，$\therefore \angle AEC=90^\circ$．

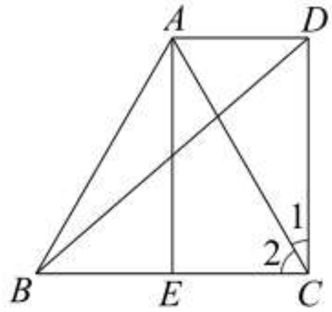
$\therefore$ 四边形 $AECD$ 是矩形．……3 分

（2）解：$\because \angle BCD=90^\circ$，$\angle 1=30^\circ$，$\therefore \angle 2=60^\circ$．

$\because AB=AC$，$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形．$\therefore BC=AC=AB=2$．

在 Rt$\triangle ADC$ 中，$\cos\angle 1=\dfrac{CD}{AC}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore CD=\sqrt{3}$．

在 Rt$\triangle BCD$ 中，$BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=\sqrt{7}$．……6 分



20．解：设引进新设备前工程队每天改造道路 x 米．根据题意，得……1 分

$\dfrac{210}{x}+\dfrac{750-210}{(1+20\%)x}=22$．……3 分

解这个方程，得 $x=30$．……4 分

经检验，$x=30$ 是所列方程的解，并且符合实际问题的意义．……5 分

答：引进新设备前工程队每天改造道路 30 米．……6 分

21．（1）证明：依题意，得 $\Delta=(-6m)^2-4\left(9m^2-1\right)=36m^2-36m^2+4=4>0$．

$\therefore$ 此方程有两个不相等的实数根．……2 分

（2）解：$\because x=\dfrac{6m\pm\sqrt{4}}{2}$，$x_1<x_2$，$\therefore x_1=3m-1$，$x_2=3m+1$．

$\because x_2=2x_1-3$，$\therefore 3m+1=2(3m-1)-3$，

$\therefore m=2$．……5 分

22．解：（1）$\because$ 一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象由函数 $y=-2x$ 的图象平移得到，$\therefore k=-2$．

$\because$ 一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象经过点 $A(1,-3)$，$\therefore -2+b=-3$．$\therefore b=-1$．

$\therefore$ 该函数的解析式为 $y=-2x-1$．……2 分

$\because$ 函数 $y=-2x-1$ 的图象与过点 $(0,3)$ 且平行于 x 轴的直线交于点 B，$\therefore$ 点 B 的纵坐标为 3．

令 $y=3$，得 $x=-2$．

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(-2,3)$．……3 分

（2）$1\leq n\leq 3$．……5 分

23．解：（1）m 的值为 90，n 的值为 92；……2 分

（2）七年级；……4 分

（3）50．……5 分

24．（1）证明：连接 OB，如图 1．

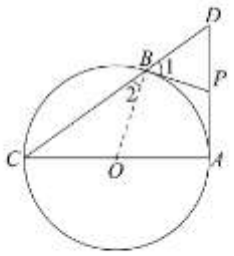


图 1

$\because PA$，PB 是 $\odot O$ 的切线，OA，OB 是 $\odot O$ 的半径，

$\therefore PA=PB$，$\angle OAP=\angle OBP=90°$，$\therefore \angle D+\angle C=90°$，$\angle 1+\angle 2=90°$..

$\because OB=OC$，$\therefore \angle C=\angle 2$，$\therefore \angle 1=\angle D$，$\therefore PD=PB$.

又$\because PA=PB$，

$\therefore PD=PA$. ……3 分

（2）解：连接 OB，AB，如图 2.

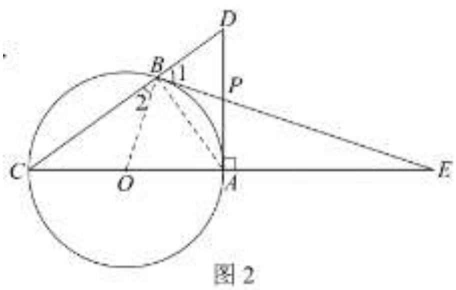


图 2

在 $\mathrm{Rt}\triangle PAE$ 中，$\sin E=\dfrac{PA}{PE}=\dfrac{1}{3}$，

设 $PA=x$，$PE=3x$. 则 $PD=PB=PA=x$，$AE=2\sqrt{2}x$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle OBE$ 中，$\sin E=\dfrac{OB}{OE}=\dfrac{1}{3}$，即 $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+2\sqrt{2}x}=\dfrac{1}{3}$. 解得 $x=1$.

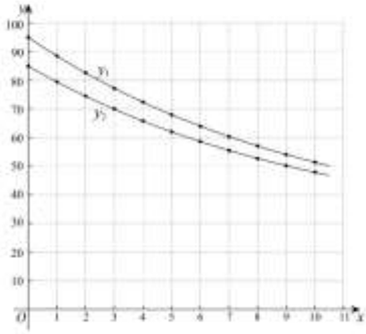
$\therefore AD=2$，$CD=\sqrt{AC^2+AD^2}=2\sqrt{3}$.

$\because AC$ 是 $\odot O$ 的直径，$\therefore \angle CBA=90°$.

$\because \angle CBA=\angle CAD=90°$,，$\angle C=\angle C$，$\therefore \triangle CBA\backsim\triangle CAD$. $\therefore \dfrac{BC}{AC}=\dfrac{AC}{DC}$，

$\therefore BC=\dfrac{2\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. ……6 分

25．解：（1）如图；……2 分



（2）答案不唯一，如 5.5，66.0；……4 分

（3）>．……5 分

26．解：（1）由题意，抛物线的对称轴为 $x=-\dfrac{-2b}{2}=b$．

$\because$ 点 $M(2,m)$，$N(4,n)$ 在抛物线 $y=x^2-2bx+c$ 上，且 $m=n$，$\therefore 4-b=b-2$．

$\therefore b=3$．……2 分

（2）$\because$ 点 $M(2,m)$，$N(4,n)$，$T\left(x_0,p\right)$ 在抛物线 $y=x^2-2bx+c$ 上，

$\therefore m=4-4b+c$，$n=16-8b+c$，$p=x_0^2-2bx_0+c$．

$\because m<p$，$\therefore p-m>0$．

即 $\left(x_0^2-2bx_0+c\right)-(4-4b+c)>0$，$\left(x_0-2\right)\left(x_0+2-2b\right)>0$．

$\because\ 0<x_0<1$，$\therefore\ x_0-2<0$，$\therefore\ x_0+2-2b<0$，$x_0<2b-2$，$\therefore\ 2b-2\geq 1$，$\therefore\ b\geq\dfrac{3}{2}$．

$\because\ p<n$，$\therefore\ p-n<0$．

即 $\left(x_0^2-2bx_0+c\right)-(16-8b+c)<0$，$\left(x_0-4\right)\left(x_0+4-2b\right)<0$，

$\because\ 0<x_0<1$，$\therefore\ x_0-4<0$，$\therefore\ x_0+4-2b>0$，$x_0>2b-4$，$\therefore\ 2b-4\leq 0$，$\therefore\ b\leq 2$．

综上所述，b 的取值范围是 $\dfrac{3}{2}\leq b\leq 2$．……6 分

27．（1）15；……1 分

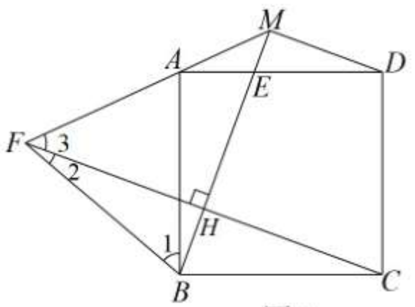


图 1

（2）①解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，$\therefore \angle ABC=90^\circ$，$BA=BC$．

$\because$ 点 F 与点 C 关于直线 BE 对称，$\therefore BF=BC$，$\angle MHF=90^\circ$，$\therefore BF=BA$．

设$\angle 1=\alpha$．在$\triangle BFC$中，$BF=BC$，可得$\angle 2=\dfrac{180^\circ-(90^\circ+\alpha)}{2}=45^\circ-\dfrac{\alpha}{2}$．

在$\triangle BFA$中，$BF=BA$，可得$\angle BFA=\dfrac{180^\circ-\angle 1}{2}=90^\circ-\dfrac{\alpha}{2}$．

$\therefore \angle 3=\angle BFA-\angle 2=\left(90^\circ-\dfrac{\alpha}{2}\right)-\left(45^\circ-\dfrac{\alpha}{2}\right)=45^\circ$．……3 分

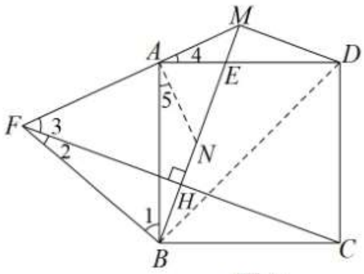


图 2

②数量关系：$MB^2+MD^2=2AB^2$．

证明：过点 A 作 $AN\perp AM$ 交 BM 于点 N，连接 BD，如图 2．

在$\mathrm{Rt}\triangle FHM$中，$\angle 3=45^\circ$，可得$\angle HMF=45^\circ$．

$\therefore \angle ANM=\angle AMN=45^\circ$，$\angle ANB=135^\circ$．$\therefore AM=AN$．

$\because$四边形 $ABCD$ 是正方形，$\therefore\ \angle BAD=90^\circ$，$AD=AB$，$BD=\sqrt{2}AB$．

$\therefore\ \angle 4=\angle 5$，$\therefore\ \triangle AMD\cong\triangle ANB$，$\therefore\ \angle AMD=\angle ANB=135^\circ$，

$\therefore\ \angle BMD=\angle AMD-\angle AMN=90^\circ$．

在$\mathrm{Rt}\triangle BMD$中，由勾股定理，得$MB^2+MD^2=BD^2$，

即$MB^2+MD^2=2AB^2$．……7 分

28．解：（1）①2；……1 分

②$\dfrac{3}{2}\le t<2$；……3 分

（2）$-\sqrt{5}<b\le-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$或$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\le b<\sqrt{5}$．……7 分