

北京市西城区 2024—2025 学年度第一学期期末试卷

八年级数学

2025.1

注意事项

1. 本试卷共 6 页，共两部分，四道大题，26 道小题。其中第一大题至第三大题为必做题，满分 100 分。第四大题为选做题，满分 10 分，计入总分，但卷面总分不超过 100 分。考试时间 100 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和学号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将考试材料一并交回。

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 故宫博物院北院区在建设时使用了混凝土仿生自修复技术，模仿生物组织损伤愈合的机能来提高建筑寿命，当出现不足 0.000 6 米的裂缝时，这种混凝土可以“自愈”。将 0.000 6 用科学记数法表示应为

(A) 0.6×10^{-3} (B) 6×10^{-3} (C) 6×10^{-4} (D) 60×10^{-3}

2. 下列图案中，不能看成是轴对称图形的是



(A)



(B)



(C)



(D)

3. 下列运算中，结果正确的是

(A) $a^3 \cdot a^3 = a^9$ (B) $(a^3)^2 = a^5$ (C) $a^3 \div a^2 = 1$ (D) $(2a)^3 = 8a^3$

4. 若一个三角形的两边长分别是 6 cm, 6 cm, 则它的第三边长不可能是

(A) 5 cm (B) 6 cm (C) 10 cm (D) 12 cm

5. 下列各式从左到右变形一定正确的是

(A) $\frac{a-b}{a+b} = -1$

(B) $\frac{a^2}{b^2} = \frac{a}{b}$

(C) $\frac{a+c}{b+c} = \frac{a}{b}$

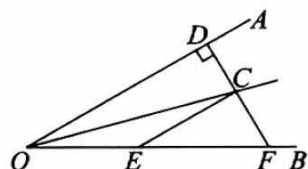
(D) $\frac{a-b}{a^2-b^2} = \frac{1}{a+b}$

6. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $(2, -3)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是

- (A) $(2, 3)$ (B) $(-2, -3)$
(C) $(-2, 3)$ (D) $(-3, 2)$

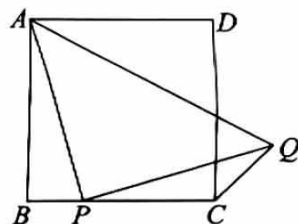
7. 如图, $\angle AOC = \angle BOC = 15^\circ$, $CD \perp OA$ 于点 D , $CE \parallel OA$ 交 OB 于点 E , 延长 DC 交 OB 于点 F . 有以下结论: ① $OE = CE$; ② $OE = EF$; ③ $CE = 2CD$; ④ $CE = DF$. 其中所有正确结论是

- (A) ①②
(B) ①③
(C) ②③
(D) ①④



8. 在正方形 $ABCD$ 中, 点 P 在边 BC 上运动, 连接 AP , 过点 P 作 $PQ \perp AP$, $PQ = AP$, 连接 AQ , CQ . 以下结论正确的是

- (A) 点 P 与点 B 重合时, 线段 CQ 的长取得最大值
(B) 点 P 与边 BC 的中点重合时, 线段 CQ 的长取得最大值
(C) 点 P 与点 C 重合时, 线段 CQ 的长取得最大值
(D) 点 P 运动的过程中, 线段 CQ 的长不发生变化



第二部分 非选择题

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

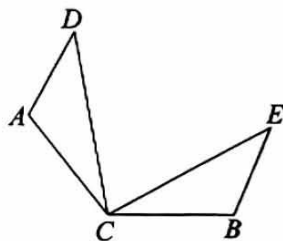
9. 计算: (1) $3^{-2} = \underline{\hspace{1cm}}$; (2) $(\sqrt{3} - 1)^0 = \underline{\hspace{1cm}}$.

10. 若一个多边形的内角和是 720° , 则这个多边形是 $\underline{\hspace{1cm}}$ 边形.

11. 若分式 $\frac{x+2}{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{1cm}}$.

12. 如图, 在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCE$ 中, $AC = BC$, $\angle ACD = \angle BCE$. 只需添加一个条件即可证明 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$, 这个条件可以是 $\underline{\hspace{1cm}}$. (写出一个即可)

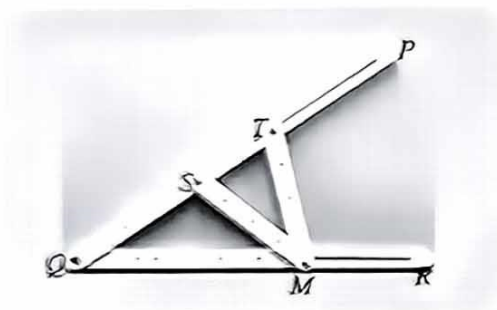
13. 已知等式: $x(y-1) + (\quad) = (y-1)(x+3)$, 若括号内所填的式子记为 A , 则 $A = \underline{\hspace{1cm}}$.



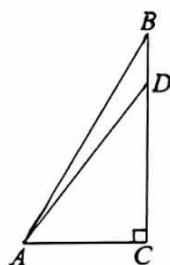
14. 一辆汽车从A地途经B地开往C地, 它在这两个路段的行驶情况如下表所示. 已知这辆汽车从A地到B地行驶的时间比从B地到C地行驶的时间多0.2 h, 那么可列出关于 v 的方程为_____.

路段	路程(km)	平均速度(km/h)
A地—B地	40	$1.25v$
B地—C地	16	v

15. 如图所示的“画图仪”由两根有轨道槽的木条 QP , QR 组成, 两根木条在点 Q 处相连并可绕点 Q 转动. 另有长度与 QS 相等的两根木条 MS , MT , 其中木条 MS 的一端 S 固定在木条 QP 上的相应位置, 木条 MS 可绕点 S 转动, 分别调整点 M 和点 T 在相应轨道槽中的位置可改变 $\angle PQR$ 的大小. 若小华同学在某次借助“画图仪”画图时, 摆出的位置恰好满足 $ST=SM$, 则此时 $\angle TMR=$ _____°.



第15题图



第16题图

16. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle B=30^\circ$. D 为边 BC 上一动点, 连接 AD . 当 $AD + \frac{1}{2}BD$ 取最小值时, $\frac{BD}{BC}$ 的值为_____.

三、解答题 (共68分, 第17题8分, 第18题11分, 第19题7分, 第20题8分, 第21题9分, 第22题8分, 第23题9分, 第24题8分)

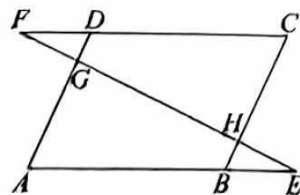
17. 分解因式: (1) $3x^2 + 6x + 3$; (2) $m^2(n-2) + 25(2-n)$.

18. (1) 计算: $(2a-3b)(a+2b)$;

(2) 先化简, 再求值: $(x - \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}) \div \frac{x^2}{x+1}$, 其中 $x=3$.

19. 解方程: $\frac{4}{x-2} + \frac{2x}{2-x} = -1$.

20. 如图, 点 E , F 分别在四边形 $ABCD$ 的边 AB , CD 的延长线上, 连接 EF , 分别交 AD , BC 于点 G , H , $AB \parallel CD$, $AE=CF$, $EH=FG$.



(1) 求证: $\triangle AEG \cong \triangle CFH$;

(2) 判断线段 AD 与 BC 的位置关系, 并证明.

21. 已知：如图 1，角 α 和线段 m 。

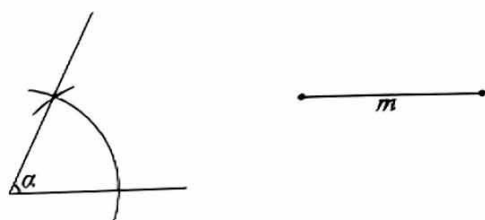


图 1

(1) 求作：等腰三角形 ABC ，使得它的底角为 α ，底边 $BC=m$ 。

作法：①作 $\angle MBN=\alpha$ ；

②在 BN 上取点 C ，使 $BC=m$ ；

③作线段 BC 的垂直平分线，交射线 BM 于点 A ；

④连接 AC 。

则 $\triangle ABC$ 为所求作的等腰三角形。

用直尺和圆规在图 2 中补全图形（要求：保留作图痕迹）；

其中 $AC=AB$ 的依据是_____；

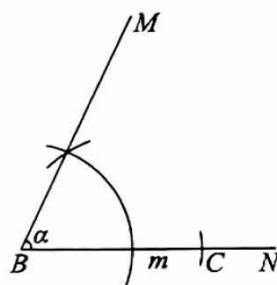


图 2

(2) 求作：等腰三角形 RPQ ，使得它的顶角 $\angle PRQ=\alpha$ ，底边 PQ 上的高为 m 。

作法：①作 $\angle SRT=\alpha$ ；

②作 $\angle SRT$ 的角平分线 RG ；

③在 RG 上取点 H ，使 $RH=m$ ；

④过点 H 作 RG 的垂线，分别交 RS ， RT 于点 P ，点 Q ；

则 $\triangle RPQ$ 为所求作的等腰三角形。

用直尺和圆规在图 3 中补全图形（要求：保留作图痕迹），并完成以下证明。

证明： $\because RG$ 平分 $\angle SRT$ ，

$\therefore \angle \underline{\hspace{1cm}} = \angle \underline{\hspace{1cm}}$ 。

$\because PQ \perp RG$ ，

$\therefore \angle SRG + \angle RPH = 90^\circ$ ， $\angle TRG + \angle RQH = 90^\circ$ 。

$\therefore \angle RPH = \angle RQH$ 。

$\therefore RP = RQ$ 。（_____）（填推理的依据）

$\therefore \triangle RPQ$ 为等腰三角形。

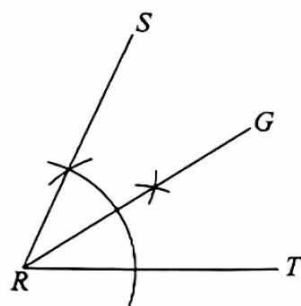


图 3

22. 对于多项式 $F = x^2 + x$ ，当 $x = a$ 时，此多项式的值记为 $F(a)$ ，即 $F(a) = a^2 + a$ ，例如 $F(-3) = (-3)^2 + (-3) = 6$ ， $F(0) = 0^2 + 0 = 0$ 。

(1) 求 $F(2)$ 的值；

(2) 有以下两个结论：①对于任意实数 a ，都有 $F(-a) = -F(a)$ ；②对于任意两个实数 a, b ($|a| \neq |b|$ 且 $b \neq 0$)，都有 $(a-b) \cdot F(a+b) - (a+b) \cdot F(a-b) \neq 0$ 。

判断这两个结论是否正确，并说明理由。

23. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ，点 D 在边 AC 上， $CD = AB$ ，点 E 在 $\triangle ABC$ 的边上或内部，连接 CE, DE ， $\angle ECD = \angle CAB$ ， $\angle EDC = \frac{1}{2} \angle ACB$ 。

(1) 如图 1，当点 E 在边 BC 上时，连接 BD 。

① $\angle ACB = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ；

② 求证： $DE = BD$ ；

(2) 如图 2，当点 E 在 $\triangle ABC$ 的内部时，用等式表示线段 CE, BC, AC 的数量关系，并证明。

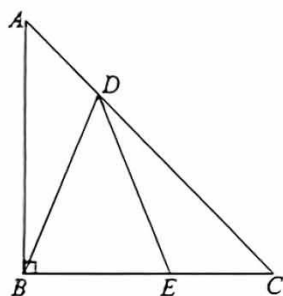


图 1

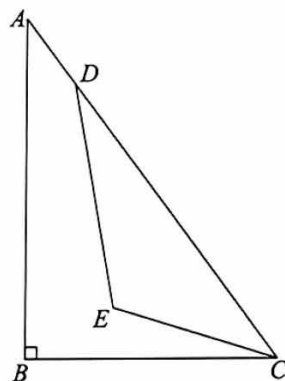


图 2

24. 在平面直角坐标系 xOy 中，将过点 $(0, n)$ 且与 y 轴垂直的直线记为直线 $y = n$ 。对于图形 P ，给出如下定义：将图形 P 关于直线 $y = n$ ($n > 0$) 对称后，再向右平移 n 个单位长度，得到的图形记为 P' ，称图形 P' 为图形 P 的“ n 型对照变换图形”。

(1) 点 $A(2, 1)$ 的“3 型对照变换图形” A' 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 已知点 $B(1, b)$ 的“ n 型对照变换图形”为点 B' 。

① 点 B' 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$ (用含 b, n 的式子表示)；

② 当点 B' 与点 B 关于第一、三象限的角平分线对称时， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

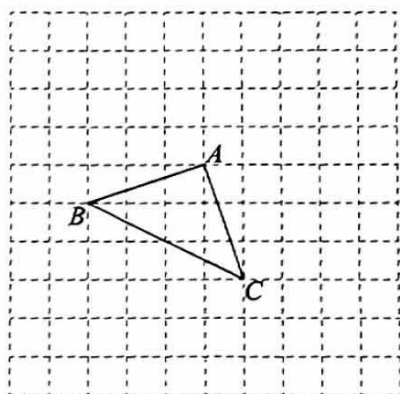
(3) 已知 $C(c, c)$ ，作 $\triangle CDE$ ，其中 $\angle CDE = 90^\circ$ ， $CD = DE = 2$ ， $CE = 2\sqrt{2}$ ， C, D, E 三点顺时针排列，并且 D, E 两点的横坐标均不超过 c 。 $\triangle CDE$ 的“ n 型对照变换图形”为 $\triangle C'D'E'$ 。当线段 $D'E'$ 与第一、三象限的角平分线存在交点时，直接写出 c 的取值范围 (用含 n 的式子表示)。

四、选做题（共 10 分，第 25 题 4 分，第 26 题 6 分）

25. 如图所示的 10×10 网格是正方形网格，正方形的顶点称为格点，顶点都在格点上的三角形称为格点三角形. 将与 $\triangle ABC$ 全等，并与 $\triangle ABC$ 有且只有一条边重合的格点三角形称为 $\triangle ABC$ 的“友好格点三角形”.

(1) 画出以 AB 为公共边的 $\triangle ABC$ 的所有“友好格点三角形”;

(2) $\triangle ABC$ 共有____个“友好格点三角形”.



26. 对于点 P ，直线 l 和图形 N ，给出如下定义：若点 P 关于直线 l 的对称点 P' 在图形 N 的内部或边上，则称点 P 为图形 N 关于直线 l 的“镜像点”.

在平面直角坐标系 xOy 中，已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(2,1)$ ， $B(-1,1)$ ， $C(-1,-2)$. 设点 $T(0,t)$ ，直线 l_1 为过点 $T(0,t)$ 且与 y 轴垂直的直线.

(1) 若 $t=-2$ ，在点 $P_1(0,-4)$ ， $P_2(2,-5.5)$ ， $P_3(-1,-2.2)$ 中，点____是 $\triangle ABC$ 关于直线 l_1 的“镜像点”;

(2) 当 $t \neq 0$ 时，若 x 轴上存在 $\triangle ABC$ 关于直线 l_1 的“镜像点”，则 t 的最小值为____;

(3) 已知直线 l_2 过点 $T(0,t)$ 且与第一、三象限的角平分线平行.

①若直线 l_2 上存在 $\triangle ABC$ 关于直线 l_1 的“镜像点”，直接写出 t 的取值范围;

②已知边长为 1 的正方形 $DEFH$ 的对角线的交点为 $Q(t,0)$ ，且正方形 $DEFH$ 的边与坐标轴平行. 若正方形 $DEFH$ 边上的所有点都是 $\triangle ABC$ 关于直线 l_2 的“镜像点”，直接写出 t 的取值范围.