

## 九年级数学试卷

2025. 1

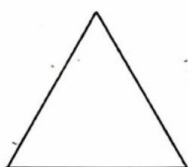
考生须知

1. 本试卷共 6 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效，作图必须使用 2B 铅笔。
4. 考试结束，请将本试卷和答题纸一并交回。

## 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个选项是符合题意的。

1. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的图形个数是



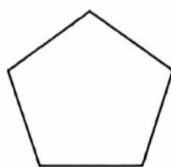
等边三角形

A. 1 个



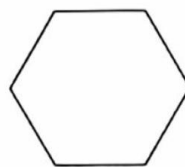
正方形

B. 2 个



正五边形

C. 3 个



正六边形

D. 4 个

2. 抛物线
- $y=(x-2)^2+1$
- 的顶点坐标是

A. (2, 1)

B. (2, -1)

C. (-2, 1)

D. (-2, -1)

3. 若方程
- $x^2+4x+m=0$
- 有两个相等的实数根，则
- $m$
- 的值为

A. 2

B. -2

C. 4

D. -4

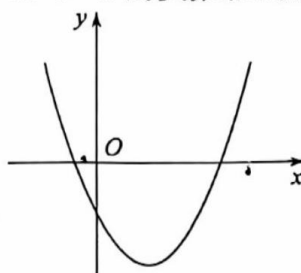
4. 已知抛物线
- $y=ax^2+bx+c$
- 的图象如图所示，则方程
- $ax^2+bx+c=0$
- 的实数根的情况是

A. 方程没有实数根

B. 方程的实数根情况不确定

C. 方程有两个相等的实数根

D. 方程有两个不相等的实数根



5. 下列事件中，随机事件是

A. 一枚质地均匀的骰子，六个面上分别刻有 1 至 6 的点数，抛掷该枚骰子，向上的点数大于 6

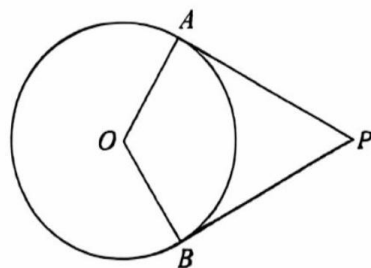
B. 任意画一个三角形，其内角和为  $180^\circ$ 

C. 经过有交通信号灯的路口，遇到红灯

D. 在标准大气压下，将水加热到  $100^\circ\text{C}$  并持续加热，则水会沸腾

- C. 如图,  $\odot O$  的半径长为 1,  $PA, PB$  分别与  $\odot O$  相切于  $A, B$  两点,  $\angle APB = 60^\circ$  则劣弧  $\widehat{AB}$  的长度为

- A.  $\frac{\pi}{3}$   
B.  $\frac{2\pi}{3}$   
C.  $\pi$   
D.  $2\pi$



7. 某公司新研发一款英语听说训练平台, 为测试其用户满意度, 随机抽取了以下样本进行调查, 统计数据如下:

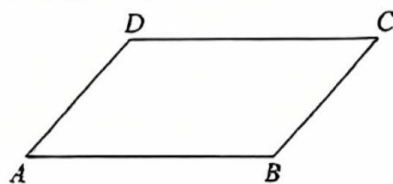
|                                       |       |       |       |       |       |       |       |
|---------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 调查人数 $m$                              | 10    | 250   | 700   | 1000  | 5000  | 10000 | 20000 |
| 回复满意人数 $n$                            | 8     | 218   | 621   | 898   | 4510  | 8990  | 18020 |
| 回复满意的频率 $\frac{n}{m}$<br>(结果保留小数点后三位) | 0.800 | 0.872 | 0.887 | 0.898 | 0.902 | 0.899 | 0.901 |

则下列说法正确的是

- A. 若随机调查 10 个用户, 则回复满意的人数一定是 8  
B. 随着随机调查用户人数的增加, 回复满意的频率也增加  
C. 若随机调查 500 个用户, 回复满意的人数一定是 436  
D. 随着随机调查用户人数的增加, 回复满意的频率总在 0.900 左右摆动, 显示出一定的稳定性, 可以估计该平台用户回复满意的概率为 0.900
8. 如图,  $A, B$  是平面内两定点,  $C, D$  是平面内两动点, 且满足  $AB \parallel CD, AB = CD$ .

下列说法中,

- ①  $A, B, C, D$  四点一定在同一个圆上;  
② 若  $AC = BD$ , 则  $A, B, C, D$  四点一定在同一个圆上;  
③ 若  $AC \perp BD$ , 则四边形  $ABCD$  的各边一定都与某一个圆相切;  
④ 存在四边形  $ABCD$  既有外接圆, 又有内切圆.



所有正确说法的序号是

- A. ①②      B. ②④      C. ②③④      D. ①②③④

## 二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $(1, 2)$  关于原点  $O$  的对称点的坐标为 \_\_\_\_\_

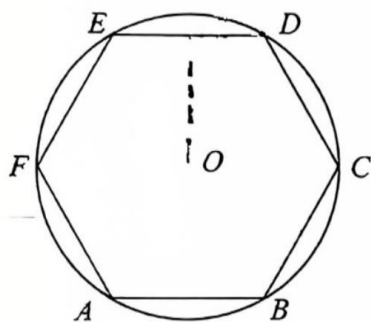
10. 方程  $x^2 - 16 = 0$  的解是 \_\_\_\_\_

11. 已知  $\odot O$  的半径是 2, 点  $P$  在  $\odot O$  内, 则  $OP$  \_\_\_\_\_ 2 (填 “>” 或 “<”).

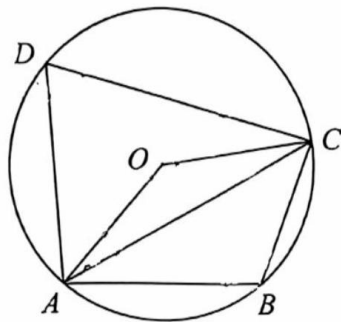
已知抛物线  $y = (x - 1)^2$ ，当  $x > m$  时， $y$  随  $x$  的增大而增大，任写出一个符合题意的  $m$  值\_\_\_\_\_.

近年来，随着人们环保意识增强，新能源汽车的销售量逐年增加. 据统计，2022 年某城市新能源汽车销量为 2 万辆，到 2024 年，这一数字跃升至 5.8 万辆. 求该城市这两年新能源汽车销量的年平均增长率. 若设该城市这两年新能源汽车销量的年平均增长率为  $x$ ，则可列出方程为\_\_\_\_\_.

如图， $ABCDEF$  是  $\odot O$  的内接正六边形， $AB = 2\text{cm}$ ，则该正六边形的边心距为\_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .



14 题图



15 题图

如图， $ABCD$  是  $\odot O$  的内接四边形， $\angle ABC = 110^\circ$ ，则  $\angle OAC$  的大小是\_\_\_\_\_.

在平面直角坐标系  $xOy$  中，抛物线  $y = x^2 - 2x$  与  $x$  轴交于  $A(x_1, 0)$ ， $B(x_2, 0)$ ，且  $x_1 < x_2$ .

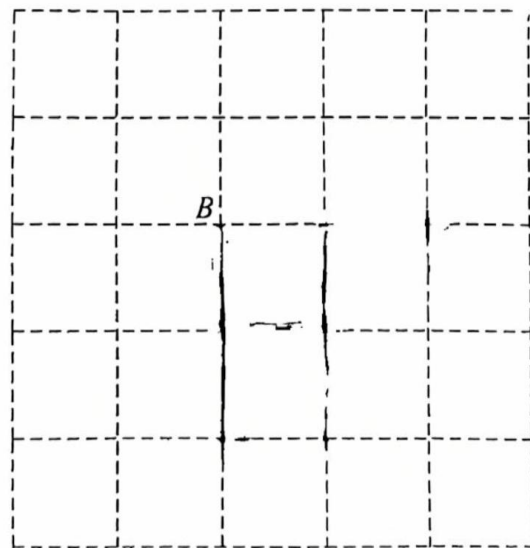
①  $x_2 =$ \_\_\_\_\_;

② 当  $-2 \leq x \leq m$  时，函数值  $y$  的取值范围是  $-1 \leq y \leq 8$ ，则  $m$  的取值范围\_\_\_\_\_.

解答题 (本题共 68 分，其中 17-22 题每题 5 分，23-26 每题 6 分，27、28 题每题 7 分，解答应写出必要的文字说明、演算步骤或证明过程).

解方程： $x^2 + 3x - 1 = 0$ .

如图，在下面正方形网格中小正方形的边长为 1， $A$ ， $B$ ， $O$  都是格点 (小正方形的顶点)，将  $\triangle ABO$  绕点  $O$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle A_1B_1O$  (点  $A$ ，点  $B$  的对应点分别为  $A_1$ ， $B_1$ ).



- 1) 补全图形;
- 2) 求  $B_1A$  长;
- 3)  $\angle B_1AO + \angle AB_1O =$ \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

已知抛物线  $y = x^2 - 4x - 1$ .

- (1) 求抛物线的顶点坐标、对称轴;
- (2) 抛物线  $y = x^2 - 4x - 1$  可以由抛物线  $y = x^2$  经过平移得到，任写出一种平移方法.

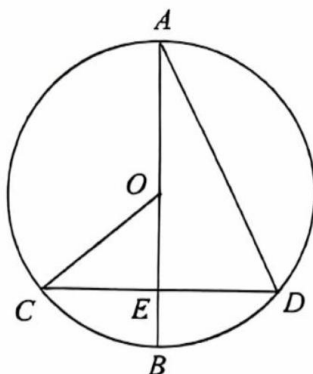


20. 不透明袋子中装有 1 个红球和 2 个绿球，这些球除颜色外无其他差别。

- (1) 从袋子中随机摸出 1 个球，摸出的球是绿球的概率为\_\_\_\_\_；
- (2) 从袋子中随机摸出一个球记下颜色后放回并摇匀，再从中随机摸出一个球。请利用列表或画树状图的方法，求摸出的两个球恰好是一个红球和一个绿球的概率。

21. 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径， $CD$  是  $\odot O$  的弦， $AB \perp CD$  于  $E$ 。

- (1) 求证： $\angle COB = 2\angle BAD$ ；
- (2) 若  $CD = 8$ ， $BE = 2$ ，求  $\odot O$  的半径长。



22. 已知方程  $x^2 - 3x + m = 0$  有两个不相等的实数根。

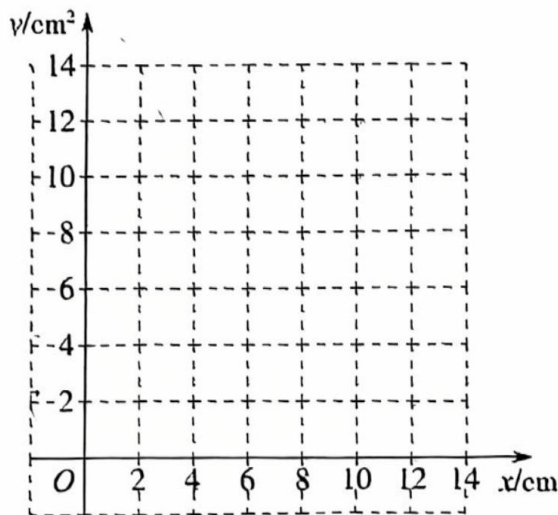
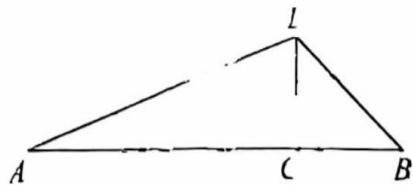
- (1) 求实数  $m$  的取值范围；
- (2) 已知方程的一个根是 4，求  $m$  的值，并求出方程的另一个根。

23. 已知抛物线  $y = x^2 + bx + c$  经过两点  $A(2, -3)$ ， $B(4, 5)$ 。

- (1) 求  $b$ ， $c$  值；
- (2) 当  $1 \leq x \leq 4$  时，函数  $y = x + n$  的函数值总大于函数  $y = x^2 + bx + c$  的函数值，且函数  $y = -7x + n$  的函数值总小于函数  $y = x^2 + bx + c$  的函数值，直接写出满足题意的  $n$  的取值范围。

24. 如图，线段  $AB = 10\text{cm}$ ，点  $C$  是线段  $AB$  上一点（不与  $A$ ， $B$  重合），将线段  $CB$  绕点  $C$  按逆时针方向旋转  $90^\circ$  得到线段  $CD$ 。设  $BC = x\text{cm}$ ， $\triangle ACD$  的面积为  $y\text{cm}^2$ 。

- (1)  $y$  关于  $x$  的函数表达式为\_\_\_\_\_，自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_；
- (2) 在平面直角坐标系  $xOy$  中，画出 (1) 中函数的图象；

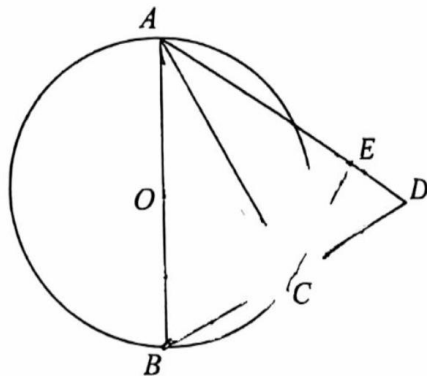


- (3) 当  $x = \underline{\hspace{2cm}}$   $\text{cm}$  时， $\triangle ACD$  的面积取得最大值是  $\underline{\hspace{2cm}}$   $\text{cm}^2$ 。

如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $AC$  是  $\odot O$  的弦, 延长  $BC$  至  $D$ ,  $BC=CD$ , 过  $C$  作  $CE \perp AD$  交  $AD$  于点  $E$ .

(1) 求证:  $CE$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 连接  $BE$ , 若  $\angle ECD=30^\circ$ ,  $DE=1$ , 求  $BE$  长.



已知抛物线  $y=ax^2+bx+c$  ( $a>0$ ),  $M(x_1, y_1)$ ,  $N(x_2, y_2)$  是抛物线上两点, 抛物线的对称轴是直线  $x=t$ .

(1) 当  $t=2$  时

①直接写出  $b$  与  $a$  满足的等量关系;

②若  $y_1=y_2$ , 则  $x_1+x_2=$ \_\_\_\_\_.

(2) 已知  $x_1=t-3$ ,  $x_2=t+1$ , 点  $C(x_3, y_3)$  在抛物线上. 当  $3 < x_3 < 4$  时, 总有  $y_1 > y_3 > y_2$ , 求  $t$  的取值范围.

已知  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $\angle BAC=90^\circ$ , 点  $D$  在射线  $CB$  上(不与  $B$ 、 $C$  重合), 过点  $D$  作  $DE \perp BC$  交直线  $AB$  于点  $E$ , 连接  $AD$ ,  $EC$ .

(1) 如图 1,  $DC=3BD$ , 设  $BD=m$ , 求  $EC$ ,  $AD$  长 (用含  $m$  的代数式表示).

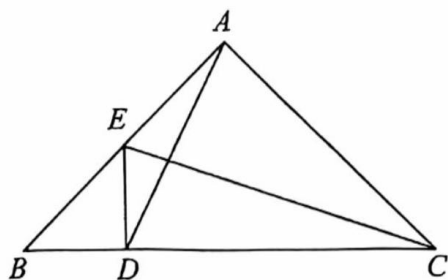


图 1

(2) 如图 2, 点  $D$  在  $CB$  延长线上, 用等式表示线段  $EC$  与  $AD$  的数量关系, 并证明.

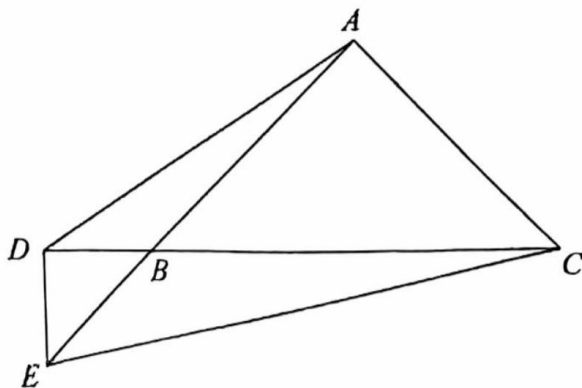
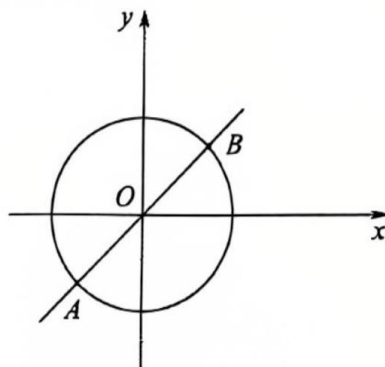


图 2

28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $\odot O$  半径长为 1,  $AB$  为  $\odot O$  的一条弦, 若  $\angle APB = \alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ ), 则称点  $P$  为  $\odot O$  的弦  $AB$  的  $\alpha$  度相关点.

- (1) 如图, 直线  $y=x$  与  $\odot O$  交于  $A, B$  两点, 在点  $C_1(1, 0)$ ,  $C_2(2, 1)$ ,  $C_3(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$  中, 是弦  $AB$  的  $90^\circ$  相关点的有\_\_\_\_\_.



- (2) 已知  $\odot O$  的弦  $CD$  的长为  $\sqrt{3}$ , 点  $P$  是弦  $CD$  的  $60^\circ$  相关点,  $T$  是  $CD$  中点, 则  $\triangle PCD$  面积的最大值为\_\_\_\_\_, 当  $\triangle PCD$  面积取得最大值时  $PT$  长为\_\_\_\_\_.
- (3) 已知点  $Q$  是直线  $y=x-1$  上的一个动点, 且存在  $\odot O$  的弦  $EF$ ,  $EF=2$ , 点  $Q$  为  $\odot O$  的弦  $EF$  的  $60^\circ$  相关点, 直接写出点  $Q$  横坐标  $t$  的取值范围.