

2025 北京门头沟初二（上）期末

数 学

2025.1

考 生 须 知	1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名、班级和考场。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。
------------------	--

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列是 2024 年巴黎奥运会运动项目的图标，其中是轴对称图形的是



A



B



C



D

2. 某公司运用 5G 技术，下载一个 2.4M 的文件大约需要 0.000 048 秒，将数字 0.000 048 用科学记数法表示为

A. 0.48×10^{-4}

B. 4.8×10^{-4}

C. 4.8×10^{-5}

D. 48×10^{-6}

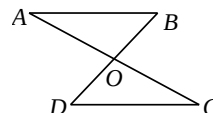
3. 如图，AC，BD 交于点 O，且 $AO=CO$ ，添加下列条件不能判定 $\triangle ABO \cong \triangle CDO$ 的是

A. $AB=CD$

B. $BO=DO$

C. $\angle A=\angle C$

D. $\angle B=\angle D$



4. 下列计算正确的是

A. $a^3 \cdot a^2 = a^6$

B. $a^8 \div a^2 = a^4$

C. $(2ab)^4 = 2a^4b^4$

D. $(a^2)^3 = a^6$

5. 如果等腰三角形的三边长分别是 x ，2，6，那么 x 的值是

A. 2

B. 6

C. 2 或 6

D. 4 或 8

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ，BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线。

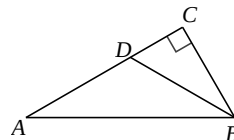
如果点 D 到 AB 的距离为 1，那么 AC 的长为

A. 2

B. 2.5

C. 3

D. 4



7. 下列各式从左到右变形正确的是

A. $\frac{1-a}{a-1} = -1$

B. $\frac{a+2}{a+3} = \frac{2}{3}$

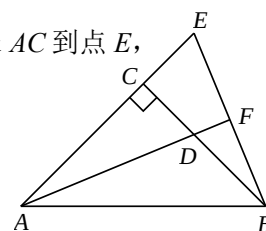
C. $\frac{-b}{-2a} = -\frac{b}{2a}$

D. $\frac{b}{a} = \frac{b^2}{a^2}$

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=BC$ ，AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D，延长 AC 到点 E，使 $CE=CD$ ，连接 BE 交 AD 的延长线于点 F。给出下面四个结论：

① $AD=BE$;

② $BE=2BF$;



③ $AB=AC+CD$; ④ $\triangle ABD$ 的面积是 $\triangle ACD$ 的面积的2倍;

上述结论中,所有正确结论的序号是

- A. ①② B. ①②③ C. ①③④ D. ①②③④

二、填空题(本题共16分,每小题2分)

9. 如果分式 $\frac{1}{x-3}$ 有意义,那么 x 的取值范围是_____.

10. 分解因式: $3x^2+6xy+3y^2=_____$.

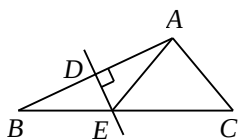
11. 如果一个多边形的内角和等于外角和,那么该多边形的边数是_____.

12. 当 $m^2+2m-2=0$ 时,代数式 $(m+1)(m-1)+2m$ 的值为_____.

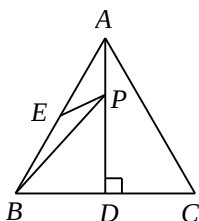
13. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, DE 垂直平分 AB ,垂足为 D ,交 BC 于点 E ,连接 AE .如果 $AE=AC$, $\angle B=25^\circ$,那么 $\angle C$ 的度数是_____.

14. 如图,在等边 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的高线,且 $AD=6$, E 是 AB 的中点,如果点 P 在 AD 上运动,那么 $BP+EP$ 的最小值是_____.

15. 如图,点 B, E, C 在同一条直线上,正方形 $ABCD$ 与正方形 $GECF$ 的边长分别为 a, b ,且 $a^2-b^2=10$,那么阴影部分的面积为_____.



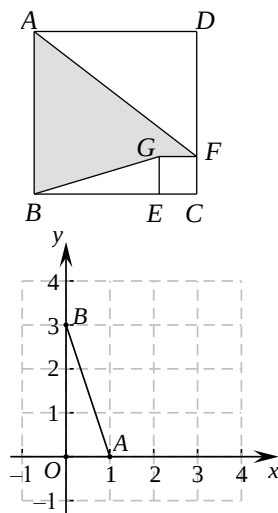
第13题图



第14题图

第15题图

16. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,已知点 $A(1, 0)$, $B(0, 3)$,如果点 C 在第一象限内,且 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形,那么点 C 的坐标是_____.



三、解答题(本题共68分,第17~22题每小题5分,第23~26题每小题6分,第27~28题每小题7分)

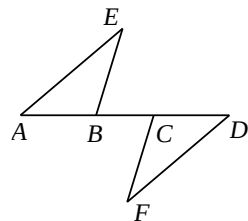
解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 计算: $|-2|-(\pi-3)^0+\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}+(-1)^2$.

18. 计算: $(2a^3b-ab^2+ab)\div ab$.

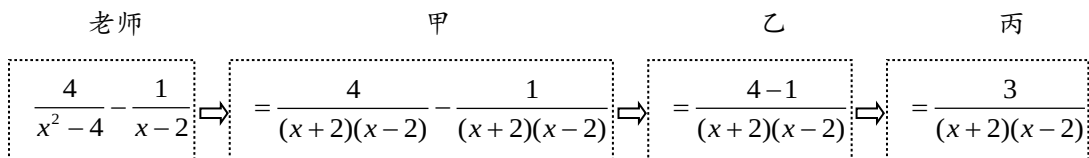
19. 如图, 点 A, B, C, D 在同一条直线上, $AE=DF$, $AC=DB$, $BE=CF$.

求证: $\angle E = \angle F$.



20. 解分式方程: $\frac{4}{x} + 1 = \frac{x}{x+4}$.

21. 老师设计了一个数学“接力游戏”, 由学生合作完成分式的计算. 如图, 老师把题目交给甲同学, 他完成一步计算后, 再将结果传递给乙同学, 依次进行, 最后完成计算. 规则是每位同学只能看到前一位同学传过来的式子.



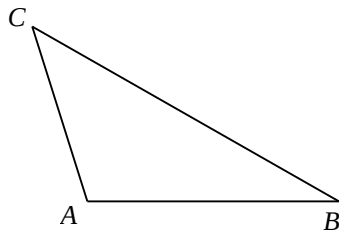
根据上面同学的接力过程, 回答以下问题: (1) 在“接力游戏”中, 从____同学开始出现计算错误, 错误的原因是_____;

(2) 请写出正确解答过程.

22. 下面是小明设计的尺规作图过程:

已知: 如图, $\triangle ABC$.

求作: $\angle CDA$, 使点 D 在 BC 上, 且 $\angle CDA = 2\angle ABC$.



作法: ①分别以点 A 和点 B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径作弧, 两弧相交于 M ,

N 两点;

②作直线 MN , 交 BC 于点 D ;

③连接 AD .

所以 $\angle CDA$ 为所求.

根据小明设计的尺规作图过程, 回答以下问题:

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形 (保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明:

证明: 连接 AM , BM , AN , BN .

$\because AM=BM$, $AN=BN$,

$\therefore$ 点 M , N 均在线段 AB 的垂直平分线上.

即: 直线 MN 是线段 AB 的垂直平分线.

$\because$ 点 D 在直线 MN 上,

$\therefore AD =$ _____ (_____) (填推理的依据).

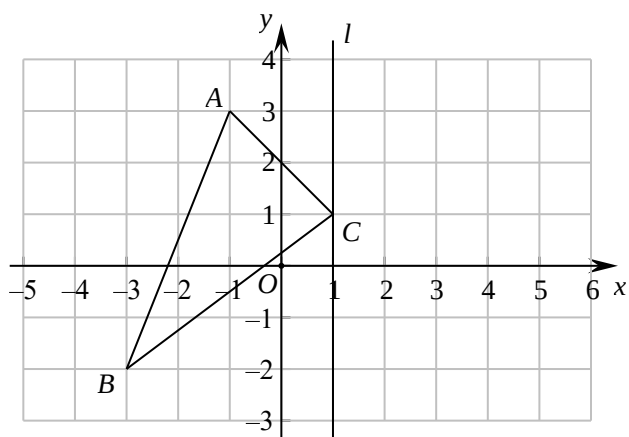
$\therefore \angle DAB = \angle ABC$ (_____) (填推理的依据).

$\because \angle CDA = \angle DAB + \angle ABC$,

$\therefore \angle CDA = 2\angle ABC$.

23. 先化简，再求值： $(\frac{1}{a-1}+1) \div \frac{a^2+a}{a^2-2a+1}$ ，其中 $a=2$ 。

24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别是 $A(-1, 3)$ ， $B(-3, -2)$ ， $C(1, 1)$ 。直线 l 过点 C 且平行于 y 轴。



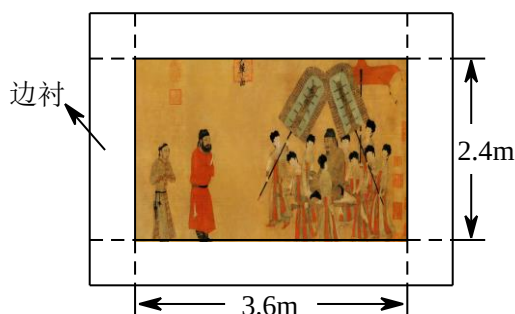
(1) 在图中画出 $\triangle ABC$ 关于直线 l 对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ ，(其中点 A ， B ， C 的对称点分别是点 A_1 ， B_1 ， C_1)；

(2) 点 A_1 的坐标是_____，点 B_1 的坐标是_____；

(3) 如果 $M(a, b)$ 为平面直角坐标系 xOy 中任意一点，那么点 M 关于直线 l 的对称点 M_1 的坐标是(_____, _____)(结果用含 a, b 的式子表示)。

25. 列方程解应用题：

《步辇图》是唐朝画家阎立本的作品，是中国十大传世名画之一。如图是小李所画的一幅长方形的局部临摹作品，装裱前作品长为 3.6m，宽为 2.4m，将其四周装裱上边衬后，整幅作品长与宽的比是 4:3，且四周边衬的宽度相等，求边衬的宽度。



26. 阅读下列材料：

利用完全平方公式，可以把多项式 ax^2+bx+c ($a \neq 0$) 变形为 $a(x+m)^2+n$ 的形式，进而解决多项式的最大值或最小值问题。

例如：① $x^2+4x+3 = x^2+2 \cdot x \cdot 2+2^2-2^2+3 = (x+2)^2-4+3 = (x+2)^2-1$ ，

$$\because (x+2)^2 \geq 0, \quad \therefore x^2 + 4x + 3 = (x+2)^2 - 1 \geq -1.$$

$\therefore$ 当 $x = -2$ 时, 多项式 $x^2 + 4x + 3$ 的最小值为 -1 ;

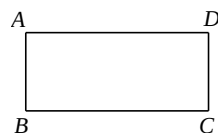
$$\textcircled{2} -x^2 + 8x + 1 = -(x^2 - 8x) + 1 = -(x^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 - 4^2) + 1 = -(x-4)^2 + 16 + 1 = -(x-4)^2 + 17,$$

$$\because -(x-4)^2 \leq 0, \quad \therefore -x^2 + 8x + 1 = -(x-4)^2 + 17 \leq 17.$$

$\therefore$ 当 $x = 4$ 时, 多项式 $-x^2 + 8x + 1$ 的最大值为 17 .

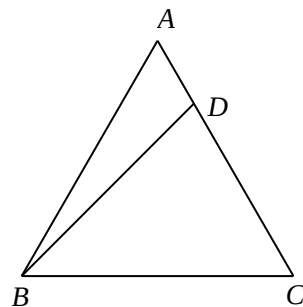
根据上述材料解决下列问题:

- (1) 求多项式 $x^2 - 2x + 5$ 的最小值, 并求出相应的 x 的值;
- (2) 如果多项式 $x^2 - 2px$ 的最小值是 -9 , 那么 p 的值为_____;
- (3) 如图, 某学校打算用 20 米长的篱笆围成一个长方形的花坛, 如果设花坛的一边 $AB = x$ 米, 那么当 $x =$ _____时, 该花坛的面积最大, 最大面积是_____平方米.



27. 如图, $\triangle ABC$ 为等边三角形, 点 D 在 AC 上, 且 $\angle ABD = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 30^\circ$), 作点 C 关于直线 BD 的对称点 E , 射线 EA 交直线 BD 于点 F , 连接 BE .

- (1) 依题意补全图形;
- (2) 求 $\angle EFB$ 的大小;
- (3) 用等式表示线段 AF , BF , EF 之间的数量关系, 并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 与点 B 关于 x 轴对称. 对于点 A 和点 B , 如果存在点 P , 使 $PB \perp AB$ 且 $PB = \frac{1}{2} AB$, 那么称点 P 为点 A 关于点 B 的“ x 轴垂半点”.

- (1) 如图 1, 点 $A(1, 1)$, 在 $P_1(0, -1)$, $P_2(2, 1)$, $P_3(-1, 1)$, $P_4(2, -1)$ 中, 点 A 关于点 B 的“ x 轴垂半点”是_____;
- (2) 如果点 $Q(-1, 3)$ 是点 E 关于点 F 的“ x 轴垂半点”, 那么点 E 的坐标是_____;
- (3) 已知点 $M(2, 1)$, $N(0, 4)$, 点 A 是线段 MN 上任意一点, 如果点 G 是点 A 关于点 B 的“ x 轴垂半点”, 那么点 G 的横坐标 t 的取值范围是_____.

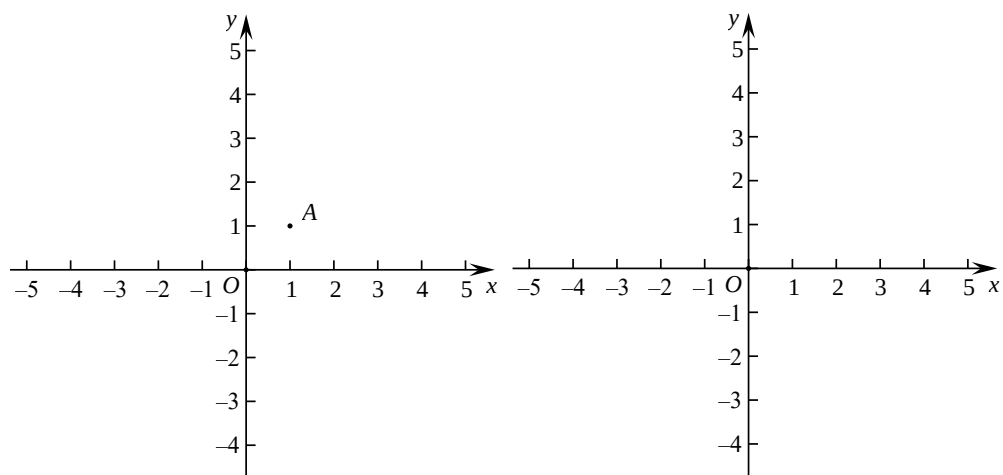


图 1

备用图

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	A	D	B	C	A	B

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$x \neq 3$	$3(x+y)^2$	4	1	50°	6	5	$(4,1), (3,4), (2,2)$

三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题每小题 5 分，第 23~26 题每小题 6 分，第 27~28 题每小题 7 分）

17.（本小题满分 5 分）

解：原式 $= 2 - 1 + 3 + 1 \dots\dots\dots 4$ 分
 $= 5 \dots\dots\dots 5$ 分

18.（本小题满分 5 分）

解：原式 $= 2a^2 - b + 1 \dots\dots\dots 5$ 分

19.（本小题满分 5 分）

证明： $\because AC = DB$,
 $\therefore AC - BC = DB - BC$,
 即： $AB = DC \dots\dots\dots 1$ 分
 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DCF$ 中

$$\begin{cases} AE = DF \\ AB = DC \\ BE = CF \end{cases}$$

 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCF \dots\dots\dots 4$ 分
 $\therefore \angle E = \angle F \dots\dots\dots 5$ 分

20.（本小题满分 5 分）

解： $\frac{4}{x} + 1 = \frac{x}{x+4}$
 $\frac{4}{x} \cdot x(x+4) + x(x+4) = \frac{x}{x+4} \cdot x(x+4)$

$$4(x+4)+x(x+4)=x^2 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$4x+16+x^2+4x=x^2 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$8x=-16 \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$x=-2 . \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

检验：当 $x=-2$ 时， $x(x+4) \neq 0$ ，

$\therefore x=-2$ 是原方程的解.

$\therefore$ 原方程的解是 $x=-2$. $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

21. (本小题满分 5 分)

解：(1) 甲，略； $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$(2) \frac{4}{x^2-4} - \frac{1}{x-2}$$

$$= \frac{4}{(x+2)(x-2)} - \frac{x+2}{(x+2)(x-2)} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$= \frac{4-(x+2)}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{4-x-2}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{2-x}{(x+2)(x-2)} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$= -\frac{1}{x+2} . \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

22. (本小题满分 5 分)

解：(1) 略； $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(2) 略. $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

23. (本小题满分 6 分)

$$\text{解：} \left(\frac{1}{a-1}+1\right) \div \frac{a^2+a}{a^2-2a+1}$$

$$= \left(\frac{1}{a-1} + \frac{a-1}{a-1}\right) \div \frac{a^2+a}{a^2-2a+1} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$= \frac{1+a-1}{a-1} \div \frac{a^2+a}{a^2-2a+1}$$

$$= \frac{a}{a-1} \div \frac{a^2+a}{a^2-2a+1} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$= \frac{a}{a-1} \cdot \frac{(a-1)^2}{a(a+1)} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$= \frac{a-1}{a+1}. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

当 $a=2$ 时,

$$\text{原式} = \frac{a-1}{a+1} = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

24. (本小题满分 6 分)

解: (1) 略; $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(2) $(3, 3), (5, -2)$; $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(3) $2-a, b$. $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

25. (本小题满分 6 分)

解: 设边衬的宽度为 x m. $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$$\text{依题意, 得 } \frac{3.6+2x}{2.4+2x} = \frac{4}{3}. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{解得: } x = 0.6. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

经检验, $x = 0.6$ 是原方程的解, 且符合题意. $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

答: 边衬的宽度为 0.6m. $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

26. (本小题满分 6 分)

$$\text{解: (1) } x^2 - 2x + 5 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2 - 1^2 + 5 = (x-1)^2 - 1 + 5 = (x-1)^2 + 4,$$

$$\because (x-1)^2 \geq 0,$$

$$\therefore x^2 - 2x + 5 = (x-1)^2 + 4 \geq 4.$$

$\therefore$ 当 $x=1$ 时, 代数式 $x^2 - 2x + 5$ 的最小值为 4; $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(2) ± 3 ; $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(3) 5, 25. $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

27. (本小题满分 7 分)

解: (1) 补全图形; $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

(2) $\because \triangle ABC$ 为等边三角形,

$$\therefore BA=BC=AC,$$

$$\angle ABC = \angle BAC = \angle ACB = 60^\circ. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

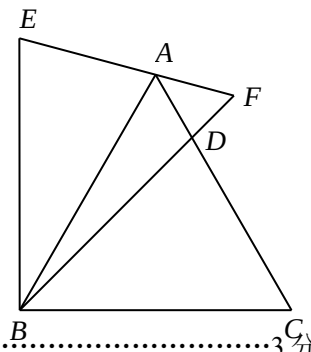
$$\because \angle ABD = \alpha,$$

$$\therefore \angle CBD = 60^\circ - \alpha.$$

$\because$ 点 C 关于直线 BD 的对称点为点 E ,

$$\therefore \angle EBD = \angle CBD = 60^\circ - \alpha, BE = BC. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle EBA = 60^\circ - \alpha - \alpha = 60^\circ - 2\alpha, BE = BA.$$



$$\because BE=BA,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle BEA = \frac{180^\circ - (60^\circ - 2\alpha)}{2} = 60^\circ + \alpha.$$

$$\because \angle BAE = \angle EFB + \angle ABD,$$

$$\therefore \angle EFB = \angle BAE - \angle ABD = 60^\circ + \alpha - \alpha = 60^\circ. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(3) 线段 AF , BF , EF 之间的数量关系是 $BF = AF + EF$.

证明: 如图, 延长 FE 到 M , 使 $EM = AF$, 连接 BM .

$$\because BE=BA,$$

$$\therefore \angle BEA = \angle BAE.$$

$$\because \angle BEA + \angle BEM = 180^\circ, \angle BAE + \angle BAF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BEM = \angle BAF.$$

在 $\triangle BEM$ 和 $\triangle BAF$ 中,

$$\because BE=BA, \angle BEM = \angle BAF, EM = AF,$$

$$\therefore \triangle BEM \cong \triangle BAF. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore BM = BF.$$

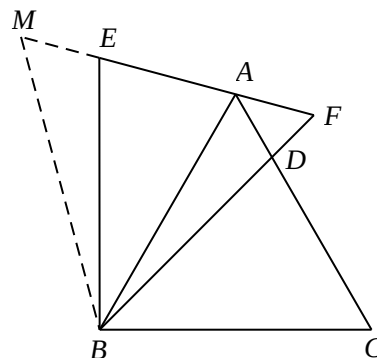
$$\because \angle EFB = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle BMF \text{ 为等边三角形. } \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore BM = BF = MF.$$

$$\because MF = EF + EM,$$

$$\therefore BF = EF + AF. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$



28. (本小题满分 7 分)

解: (1) P_1 , P_4 ; $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(2) $(2, -3)$, $(-4, -3)$; $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(3) $-4 \leq t \leq 1$, $3 \leq t \leq 4$. $\dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

说明:

若考生的解法与给出的解法不同, 正确者可参照评分参考相应给分。