石景山区 2024-2025 学年第一学期初二期末试卷

数 学

学校_____ 姓名_____ 准考证号_____

考生须知	1. 本试卷共 6 页，共两部分，28 道题。满分 100 分。考试时间 100 分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 4. 考试结束，将本试卷、答题卡一并交回。

第一部分　选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 9 的平方根是

（A）–3　　（B）3　　（C）$\pm\sqrt{3}$　　（D）±3

2. 下列图书馆标志图形中，是轴对称图形的是

（A）　（B）　（C）　（D）

3. 若分式$\frac{x^2-4}{x+2}$的值为0，则x的值为

（A）–2　　（B）2　　（C）±2　　（D）±4

4. 下列事件是随机事件的是

（A）从分别写有2，4，6的三张卡片中随机抽出一张，卡片上的数字能被 2 整除

（B）用长度分别是 2cm，3cm，6cm 的细木条首尾相连组成一个三角形

（C）投掷一枚质地均匀的硬币，落地后正面朝上

（D）在一个装有 2 个白球和 3 个黑球的袋子中摸出红球

5. 下列各式从左到右变形正确的是

（A）$\frac{ma}{mb}=\frac{a}{b}$　　（B）$\frac{a+b}{ab}=\frac{1+b}{b}$

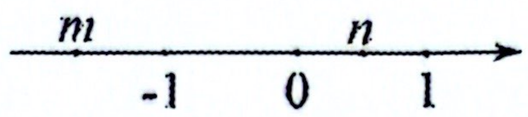
（C）$\frac{b^2-a^2}{a+b}=a-b$　　（D）$\frac{a}{b}=\frac{a^2}{b^2}$

6. 下列运算正确的是

（A）$3+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$　　（B）$\sqrt{6}\div\sqrt{2}=3$

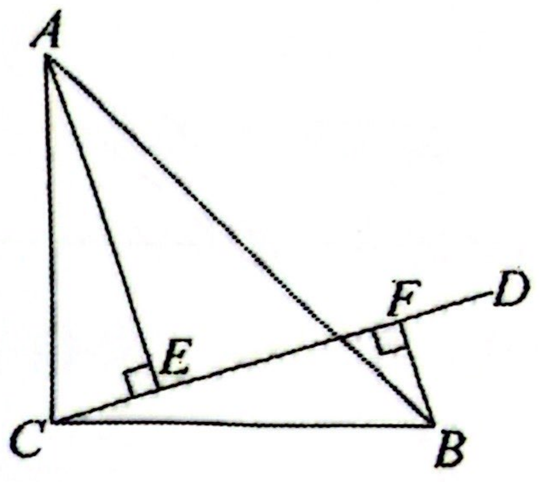
（C）$\sqrt{3}\times\sqrt{6}=3\sqrt{2}$　　（D）$(\sqrt{5}+1)^2=6$

7. 实数 m，n 在数轴上的对应点的位置如图所示，则化简 $\sqrt{m^2}-|m-n|$ 的结果是



（A）n　　（B）$-n$　　（C）$2m-n$　　（D）$-2m+n$

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$CA=CB$，CD 是 $\angle ACB$ 内部的射线且 $\angle BCD<45°$，过点 A 作 $AE\perp CD$ 于点 E，过点 B 作 $BF\perp CD$ 于点 F．给出下面四个结论：



① $\angle EAB=\angle FBA$；

② $AB=CF$；

③ $EF=AE-BF$．

上述结论中，所有正确结论的序号是

（A）①②　　（B）①③　　（C）②③　　（D）①②③

第二部分　非选择题

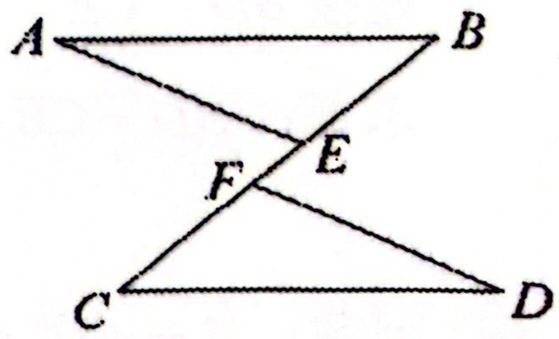
二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 若 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是_____.

10. 写出一个比 $\sqrt{2}$ 大且比 $\sqrt{10}$ 小的整数为_____.

11. 不透明的袋子中装有 3 个红球，4 个黄球和 2 个绿球，除颜色外这些小球无其他差别．从中随机摸出一个小球，恰好是红球的概率是_____.

12. 如图，$AB\parallel CD$，点 E，F 在 BC 上且 $BF=CE$．请你只添加一个条件，使得 $\triangle AEB\cong\triangle DFC$．

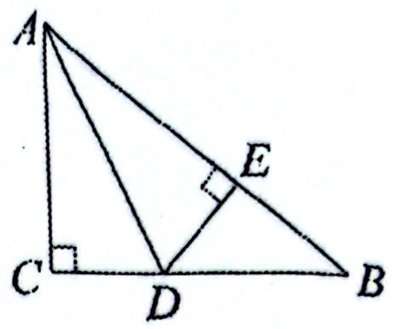


（1）你添加的条件是_____；

（要求：不再添加辅助线，只需填一个答案即可）

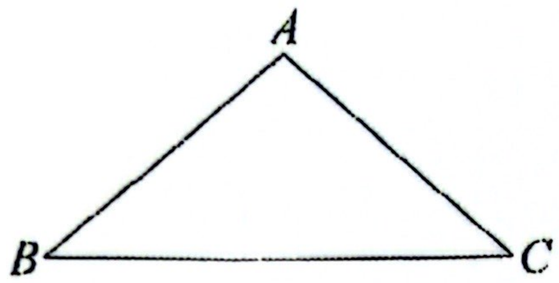
（2）依据所添条件，判定 $\triangle AEB$ 与 $\triangle DFC$ 全等的理由是_____.

13. 如图，Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，点 D 在 BC 上，$DE\perp AB$ 于点 E．若 $DE=DC$，$\angle B=40°$，则 $\angle CAD=$_____°．

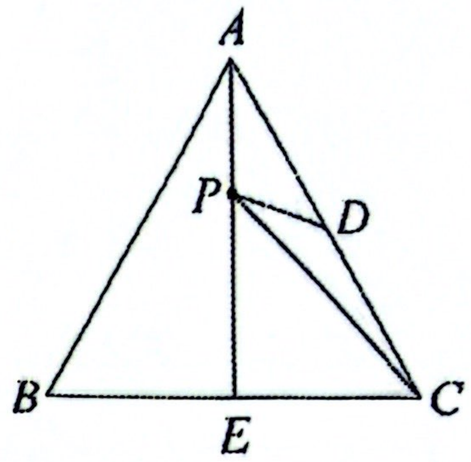


14. 计算 $(2\sqrt{5}+\sqrt{7})(2\sqrt{5}-\sqrt{7})$ 的结果是_____．

15. 如图，在 △ABC 中，$AB=AC$，$\angle BAC=100°$，点 D 在 BC 边上，且 △ABD 是等腰三角形，则 $\angle ADB$ 的度数为_____．



第 15 题图



第 16 题图

16. 如图，△ABC 是等边三角形，D 是 AC 的中点，动点 P 在 BC 边的中线 AE 上．若 $AB=2$，则 $PC+PD$ 的最小值为_____．

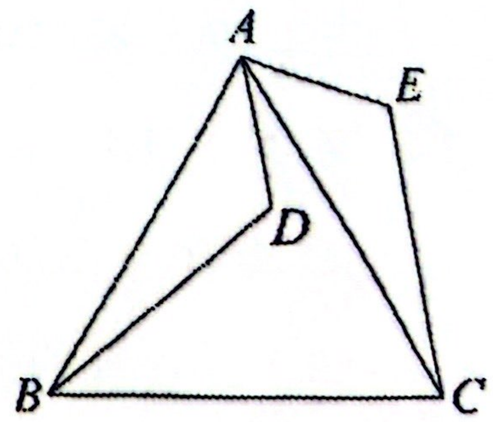
三、解答题（共 68 分，第 17－20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23－25 题，每题 6 分，第 26 题 5 分，第 27－28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

17. 计算：$4\sqrt{\frac{1}{2}}+(-\sqrt{2})^2+\sqrt{18}-\sqrt[3]{8}$．

18. 如图，△ABC 是等边三角形，D 是 △ABC 内一点，连接 AD，将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 $60°$ 得到线段 AE，连接 BD，CE．

求证：$BD=CE$．

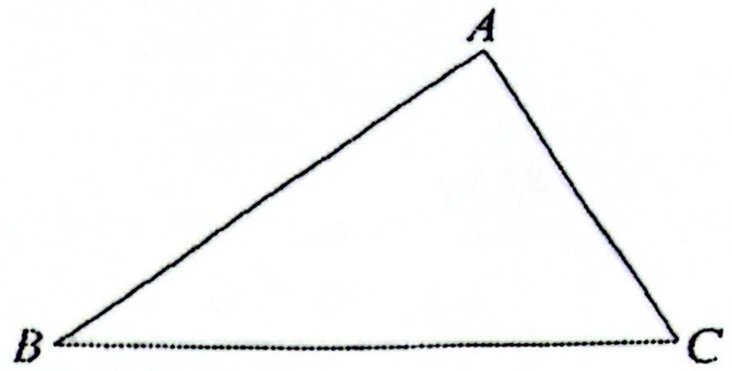


19. 计算：$(1+\sqrt{3})^2-\sqrt{2}(\sqrt{6}-\sqrt{8})$．

20. 计算：$\frac{2x^2}{x-y}-\frac{2y^2}{x-y}$．

21. 已知：如图，$\triangle ABC$ 中，$BC > AB > AC$.

求作：点 P，使得点 P 在 BC 边上且 $\angle APC = 2\angle B$.



作法：①作线段 AB 的垂直平分线，交 BC 于点 P，

交 AB 于点 Q；

②连接 AP .

点 P 即为所求作的点.

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：∵ PQ 是 AB 的垂直平分线，

∴ $PA =$ ____①____（____②____）（填推理的依据）.

∴ $\angle B =$ ____③____（____④____）（填推理的依据）.

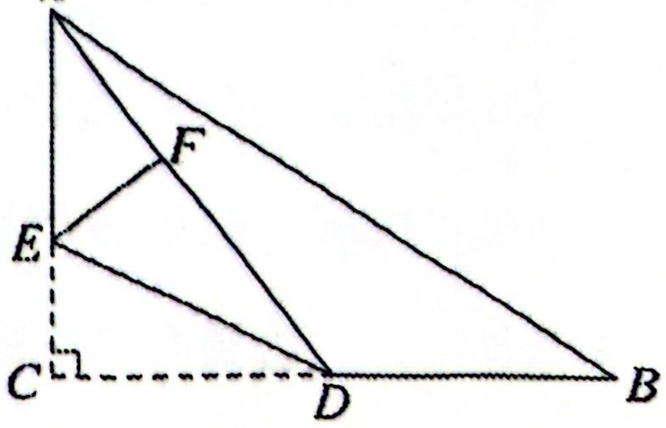
又∵ $\angle APC = \angle B + \angle PAB$ ，

∴ $\angle APC = 2\angle B$.

22. 已知 $x^2 - 2x - 20 = 0$，求代数式 $(x - \frac{4}{x}) \div \frac{5x+10}{x^2}$ 的值.

23. 解分式方程：$\frac{x}{x-3} + \frac{6}{x} = 1$.

24. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB = 90°$，$CA = 4$，$CB = 6$，D 是 BC 的中点，E 是 AC 边上一点，连接 DA，DE . 将 $\triangle DCE$ 沿直线 DE 翻折，点 C 恰好落在 DA 上的点 F 处.



（1）求 AD 的长；

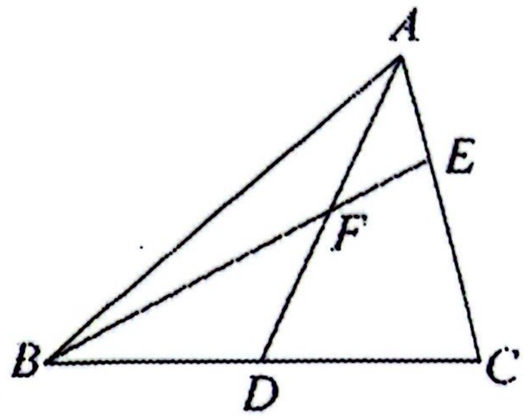
（2）求 CE 的长.

25．列方程解应用题．

某工程队承担了750米长的道路改造任务，工程队在施工完210米道路后，引进了新设备，每天改造道路的长度比原来提高了20%，结果共用22天完成了任务．求引进新设备前工程队每天改造道路多少米？

26．如图，AD是$\triangle ABC$的中线，E是AC边上一点，连接BE交AD于F点，$EA=EF$．

求证：$FB=AC$．



27．在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$CA=CB$，点P是射线BC上的一个动点，过点B作$BD\perp AP$于点D，射线BD交直线AC于点E，连接CD．

（1）如图1，当点P在线段BC上时（不与端点B，C重合），

①求证：$\angle CBE=\angle CAP$；

②求证：$DA=DB+\sqrt{2}DC$；

（2）如图2，当点P在线段BC的延长线上时（$PC<AC$），依题意补全图2并用等式表示线段DA，DB，DC之间的数量关系．

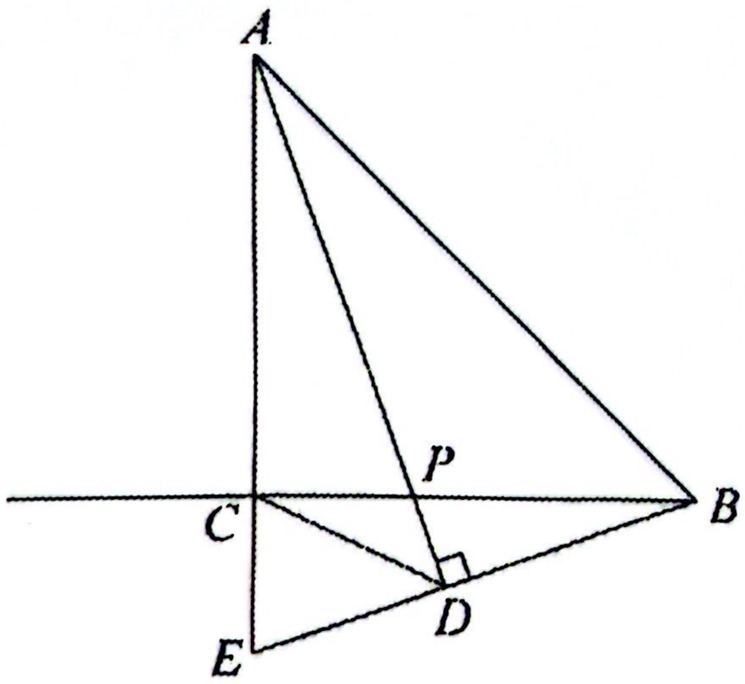


图1

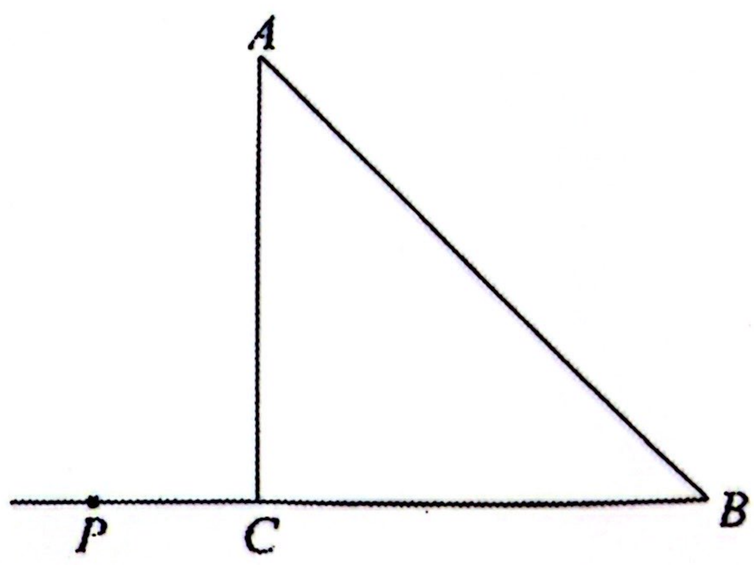
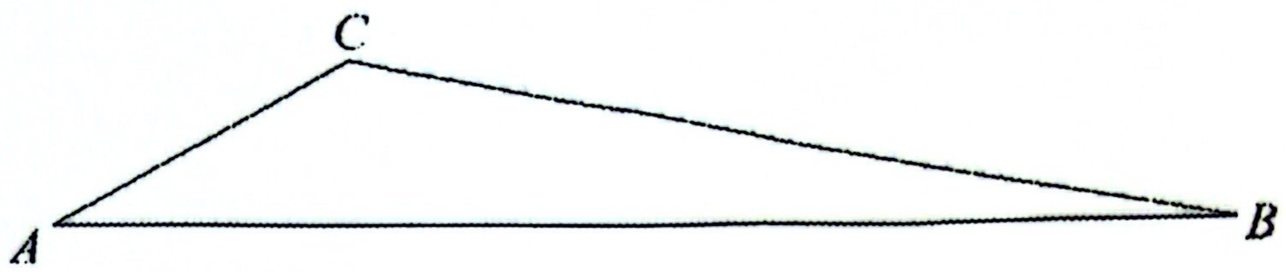


图2

28. 对于线段 AB 与点 P（点 P 不在线段 AB 上）给出如下定义：

Q 为线段 AB 上任意一点，如果线段 PQ 的长度有最小值，那么称这个最小值为点 P 与线段 AB 的“近距”，记作 d_1（点 P，线段 AB）；如果线段 PQ 的长度有最大值，那么称这个最大值为点 P 与线段 AB 的“远距”，记作 d_2（点 P，线段 AB）.

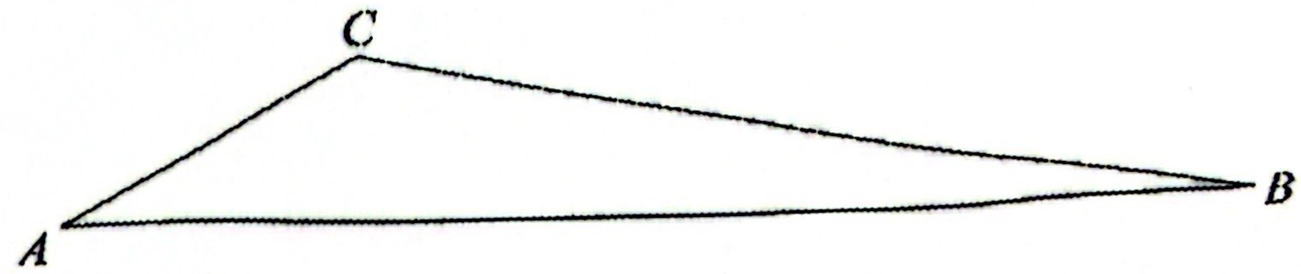
如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle CAB=30°$，$AB=4\sqrt{3}$，$AC=2$.



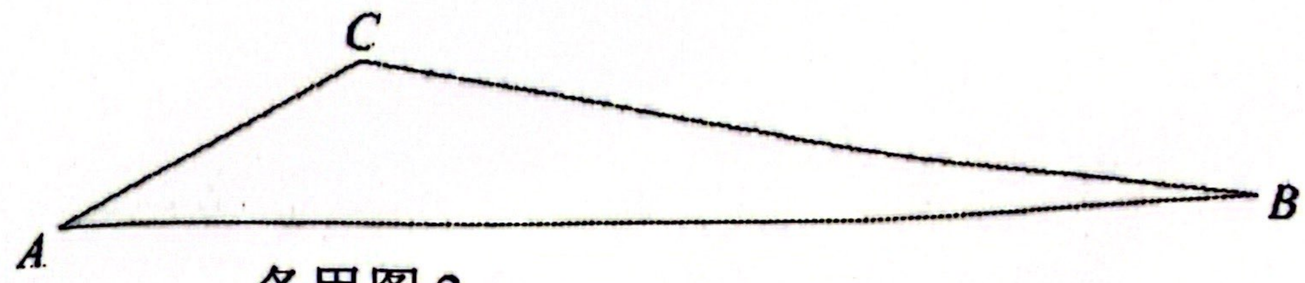
（1）d_1（点 C，线段 AB）=_____，d_2（点 C，线段 AB）=_____；

（2）点 B 关于直线 AC 的对称点为 B'，连接 AB'. 若点 P 在线段 AB' 上，且 d_2（点 P，线段 AB）是 d_1（点 P，线段 AB）的2倍，直接写出线段 AP 的长度；

（3）过点 C 作 $MN \parallel AB$. 若点 P 在直线 MN 上，d_1（点 P，线段 AB）<2，直接写出 d_2（点 P，线段 AB）的取值范围.



备用图 1



备用图 2

石景山区 2024-2025 学年第一学期初二期末

数学试卷答案及评分参考

阅卷须知：

1．为便于阅卷，本试卷答案中有关解答题的推导步骤写得较为详细，阅卷时，只要考生将主要过程正确写出即可。

2．若考生的解法与给出的解法不同，正确者可参照评分参考相应给分。

3．评分参考中所注分数，表示考生正确做到此步应得的累加分数。

第一部分　选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	A	B	C	A	C	B	B

第二部分　非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．$x \geqslant 2$　　10．答案不唯一，如：3　　11．$\frac{1}{3}$

12．答案不唯一，如：$AB = DC$；有两边和它们的夹角分别相等的两个三角形全等

13．25　　14．13

15．70°或100°　　16．$\sqrt{3}$

三、解答题（共 68 分，第 17－20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23－25 题，每题 6 分，第 26 题 5 分，第 27－28 题，每题 7 分）

17．解：原式 $= 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 + 3\sqrt{2} - 2$ ……4 分

$= 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$

$= 5\sqrt{2}$． ……5 分

18．证明：∵ $\triangle ABC$ 是等边三角形，

∴ $AB = AC$，$\angle BAC = 60^\circ$． ……2 分

∵ $\angle DAE = 60^\circ$，

∴ $\angle 1 = \angle 2$． ……3 分

在△ABD和△ACE中，

$$\begin{cases} AB = AC, \\ \angle 1 = \angle 2, \\ AD = AE, \end{cases}$$

∴ △ABD≌△ACE（SAS）. ····· 4 分

∴ $BD = CE$. ····· 5 分

19．解：原式$=(1+2\sqrt{3}+3)-(2\sqrt{3}-4)$ ····· 3 分

$=4+2\sqrt{3}-2\sqrt{3}+4$ ····· 4 分

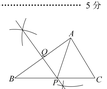
$=8$. ····· 5 分

20．解：原式$=\dfrac{2(x^2-y^2)}{x-y}$ ····· 2 分

$=\dfrac{2(x+y)(x-y)}{x-y}$ ····· 4 分

$=2x+2y$. ····· 5 分

21．（1）补全的图形如图所示. ····· 2 分



（2）PB；

线段垂直平分线上的点到线段两个端点距离相等；

$\angle PAB$；等边对等角. ····· 6 分

22．解：原式$=(\dfrac{x^2-4}{x})\cdot\dfrac{x^2}{5(x+2)}$ ····· 1 分

$=\dfrac{(x+2)(x-2)}{x}\cdot\dfrac{x^2}{5(x+2)}$ ····· 2 分

$=\dfrac{x^2-2x}{5}$. ····· 3 分

∵ $x^2-2x-20=0$，

∴ $x^2-2x=20$. ····· 4 分

∴原式$=4$. ····· 5 分

23．解：方程两边都乘以最简公分母 $x(x-3)$，得

$x^2+6(x-3)=x(x-3)$． ····· 2 分

解这个方程，得

$x=2$． ····· 4 分

检验：当 $x=2$ 时，最简公分母 $x(x-3)\neq 0$． ····· 5 分

∴原方程的解是 $x=2$． ····· 6 分

24．解：（1）∵ D 是 BC 的中点，

$\therefore CD=\frac{1}{2}CB=3$．

在 Rt△ACD 中，$AD=\sqrt{AC^2+CD^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$． ····· 2 分

（2）设 $CE=x$．

依题意，可得 $\angle DFE=\angle C=90°$，$FD=CD=3$，$FE=CE=x$．

$\therefore \angle AFE=90°$，$AF=AD-FD=2$，$AE=4-x$． ····· 4 分

在 Rt△AFE 中，$AE^2=AF^2+EF^2$，

即 $(4-x)^2=2^2+x^2$． ····· 5 分

解得 $x=\frac{3}{2}$．

$\therefore CE=\frac{3}{2}$． ····· 6 分

25．解：设引进新设备前工程队每天改造道路 x 米．根据题意，得 ····· 1 分

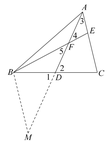
$\frac{210}{x}+\frac{750-210}{(1+20\%)x}=22$． ····· 3 分

解这个方程，得 $x=30$． ····· 4 分

经检验，$x=30$ 是所列方程的解，并且符合实际问题的意义． ····· 5 分

答：引进新设备前工程队每天改造道路 30 米． ····· 6 分

26．证明：延长 AD 到点 M，使得 $DM=DA$，连接 BM． ····· 1 分



∵ $DB=DC$，$\angle 1=\angle 2$，

∴ $\triangle BDM\cong\triangle CDA$（SAS）． ····· 2 分

∴ $\angle M=\angle 3$，$BM=CA$．

∵ $EA=EF$，

∴ $\angle 3=\angle 4$． ····· 3 分

又∵ $\angle 5=\angle 4$

∴ $\angle M=\angle 5$．

∴ $BM=BF$． ····· 4 分

∴ $BF=AC$． ····· 5 分

27．（1）① 证明：∵ $\angle ACB=90°$，$AD\perp BE$，

∴ $\angle 1$ 与 $\angle E$ 互余，$\angle 2$ 与 $\angle E$ 互余． ····· 1 分

∴ $\angle 1=\angle 2$． ····· 2 分

② 证明：过点 C 作 $CF\perp CD$ 交 AD 于点 F，如图 1． ····· 3 分

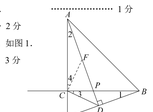


图 1

∵ $\angle ACB=90°$，

∴ $\angle 3=\angle 4$．

又∵ $CB=CA$，$\angle 1=\angle 2$，

∴ $\triangle BCD\cong\triangle ACF$． ····· 4 分

∴ $DB=FA$，$CD=CF$．

∴ $DF=\sqrt{2}DC$．

∵ $DA=FA+FD$，

∴ $DA=DB+\sqrt{2}DC$． ····· 5 分

（2）依题意补全图 2，如图． ····· 6 分

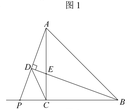


图 2

数量关系：$DA=DB-\sqrt{2}DC$． ····· 7 分

28．（1）1，$2\sqrt{7}$； ····· 2 分

（2）$2\sqrt{3}$； ····· 4 分

（3）$\sqrt{13}\leqslant d_2$（点 P，线段 AB）$<2\sqrt{19}$． ····· 7 分