

燕山地区 2024—2025 学年第一学期八年级期末考试

数 学 试 卷

2025 年 1 月

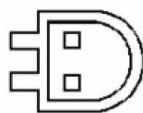
考生须知

1. 本试卷共 6 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题纸上准确填写学校名称、班级、姓名和考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题纸上，在试卷上作答无效。
4. 在答题纸上，选择题、画图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将本试卷和答题纸一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下列各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列倡导节约的图案中，是轴对称图形的是



(A)



(B)



(C)



(D)

2. 0.00025 用科学记数法记为

(A) 25×10^{-3} (B) 2.5×10^{-4} (C) 0.25×10^{-3} (D) 25×10^{-4}

3. 如图，盖房子时，在窗框未安装好之前，木工师傅常常先在窗框上斜钉一根木条，这样做的数学依据是

(A) 两点确定一条直线

(B) 两点之间，线段最短

(C) 三角形具有稳定性

(D) 三角形的任意两边之和大于第三边



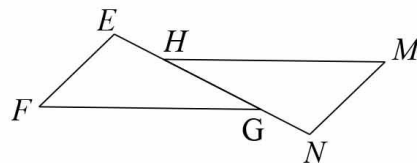
4. 下列长度的三条线段能组成三角形的是

(A) 2cm, 4cm, 8cm

(B) 7cm, 15cm, 8cm

(C) 5cm, 15cm, 8cm

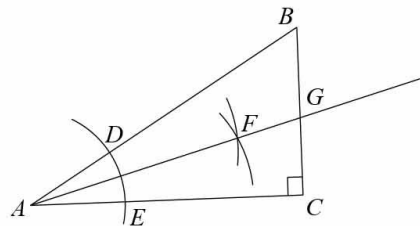
(D) 20cm, 15cm, 8cm

5. 如图， $\triangle EFG \cong \triangle NMH$ ， $\angle F$ 和 $\angle M$ 是对应角．在 $\triangle EFG$ 中， FG 是最长边，在 $\triangle NMH$ 中， MH 是最长边， $EF=2.1\text{cm}$ ， $EH=1.1\text{cm}$ ， $NH=3.3\text{cm}$ ， $\angle E=109^\circ$ ，则线段 NM 的长度及 $\angle N$ 的度数是(A) 2.1cm, 71° (B) 3.3cm, 109° (C) 2.1cm, 109° (D) 1.1cm, 71° 

6. 下列计算中，运算正确的个数是

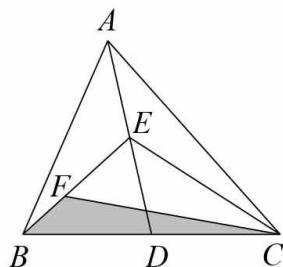
- ① $x^3 \cdot x^4 = x^7$ ② $t^3 \cdot 2t^2 = 3t^6$ ③ $(a^3)^2 = a^5$ ④ $(10^5)^3 = 10^{15}$ ⑤ $(-mn^2)^3 = -m^3n^6$
 (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

7. 如图，在 $Rt \triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，以点 A 为圆心，适当长为半径画弧，分别交 AB ， AC 于点 D ， E ，再分别以点 D ， E 为圆心，大于 $\frac{1}{2} DE$ 为半径画弧，两弧交于点 F ，作射线 AF 交边 BC 于点 G ，若 $CG=1$ ， $AB=4$ ，则点 G 到线段 AB 的最短距离是



- (A) 2 (B) 3
 (C) 4 (D) 5

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D ， E 分别是 BC ， AD 的中点，点 F 在 BE 上，且 $EF=2BF$ 。若 $S_{\triangle BCF}=2cm^2$ ，则 $S_{\triangle ABC}$ 是



- (A) $4cm^2$ (B) $8cm^2$
 (C) $12cm^2$ (D) $16cm^2$

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

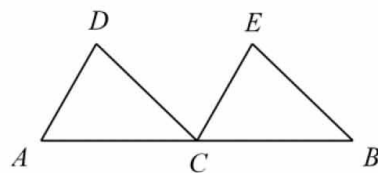
9. 分解因式： $8m^2n + 2m =$ _____.

10. 方程 $\frac{1}{2x+3} = -\frac{1}{x}$ 的解为_____.

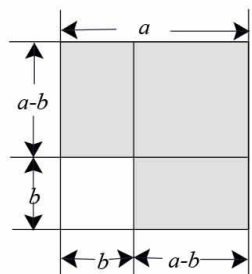
11. 正十二边形的外角和为_____.

12. 我国陆地面积约是 $9.6 \times 10^6 km^2$ 。平均每平方千米的陆地上，一年从太阳得到的能量相当于燃烧 $1.3 \times 10^5 t$ 煤所产生的能量。则在我国陆地上，一年内从太阳得到的能量约相当于燃烧_____t 煤所产生的能量。

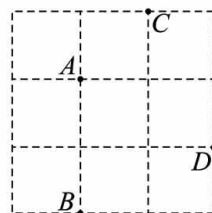
13. 如图，点 C 是线段 AB 的中点， $\angle DCA = \angle ECB$ 。请你添加一个条件，使 $\triangle DAC \cong \triangle ECB$ 。你添加的条件是_____。（只需填一个答案即可）



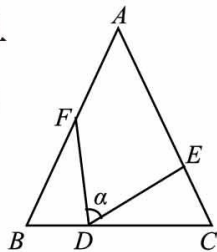
14. 图中的四边形均为长方形，根据图形面积写出一个正确的等式：_____.



15. 如图，在 3×3 的正方形网格中有四个格点 A ， B ， C ， D ，以其中一个点为原点，网格线所在直线为坐标轴，建立平面直角坐标系，使其余三个点中存在两个点关于一条坐标轴对称，则原点可能是_____.



16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， D ， E ， F 分别在 BC ， AC ， AB 上的点，且 $BF=CD$ ， $BD=CE$ ， $\angle FDE=\alpha$ ，则 $\angle A$ 的度数是_____。（用含 α 的代数式表示）

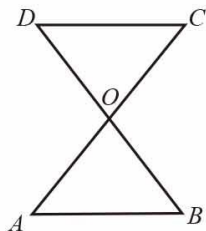


三、解答题（本题共 68 分，第 17 题 6 分，第 18-23 题每题 5 分，第 24-26 每题 6 分，第 27、28 题 7 分）。

17. 因式分解：（1） $2t^2-18$ （2） $-a^2+4ab-4b^2$

18. 计算： $(\frac{1}{m-1}-1) \div \frac{m^2-2m}{m^2-2m+1}$

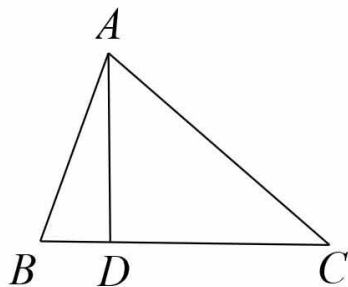
19. 如图， AC 和 BD 相较于点 O ， $OA=OC$ ， $OB=OD$ 。求证： $CD=AB$ 。



20. 解分式方程： $\frac{x-1}{x} + \frac{3}{x+2} = 1$ 。

21. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的高， CE 是 $\triangle ADC$ 的角平分线。 $\angle BAD = \angle ECD$ ， $\angle B=70^\circ$ 。

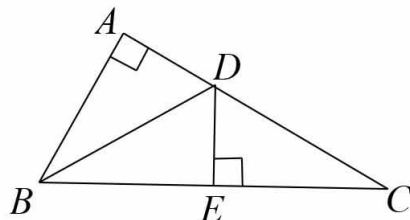
- （1）画出 $\triangle ADC$ 的角平分线 CE ；
（2）求 $\angle CAD$ 的度数。



22. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, $\angle C=30^\circ$, DE 垂直平分 BC , 垂足为 E , 交 AC 于点 D , 连接 BD .

(1) 求证: $\triangle ABD \cong \triangle ECD$;

(2) 若 $AD=1$, 求 AC 的长.



23. 已知 $m+n=\frac{1}{2}$, 求代数式 $(1+\frac{2n}{m-n}) \cdot \frac{m-n}{m^2+2mn+n^2}$ 的值.

24. 下面是小云设计的“作 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的高线”的尺规作图过程.

已知: $\triangle ABC$.

求作: $\triangle ABC$ 中 BC 边上的高线 AD .

作法: 如图,

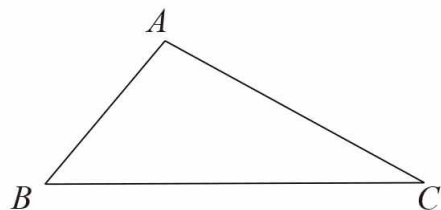
①以点 B 为圆心, BA 的长为半径作弧, 以点 C 为圆心, CA 的长为半径作弧, 两弧在 BC 下方交于点 E ;

②连接 AE 交 BC 于点 D . 所以线段 AD 是 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的高线.

根据小云设计的尺规作图过程,

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)

(2) 完成下面的证明.



证明: $\because$ _____ = BA , _____ = CA ,

$\therefore$ 点 B, C 分别在线段 AE 的垂直平分线上 (_____) (填推理的依据).

$\therefore BC$ 垂直平分线段 AE .

$\therefore$ 线段 AD 是 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的高线.

25. 列方程解应用题.

为贯彻落实健康第一的指导思想, 促进学生积极参加体育锻炼, 养成良好的锻炼习惯. 某校第一批为各班用400元购进跳绳, 接着又用450元购进第二批跳绳, 已知第二批跳绳数是第一批跳绳数的1.5倍, 且第二批每根跳绳进价比第一批的进价少5元, 求第二批跳绳每根的进价是多少.

26. 课堂上有这样一个分式的计算题： $\frac{2}{x+1} - \frac{x-3}{x^2-1}$ ，甲、乙两位同学完成的过程分别如下：

甲同学：	乙同学：
$\frac{2}{x+1} - \frac{x-3}{x^2-1}$	$\frac{2}{x+1} - \frac{x-3}{x^2-1}$
$= \frac{2}{(x+1)(x-1)} - \frac{x-3}{(x+1)(x-1)}$ 第一步	$= \frac{2(x-1)}{(x+1)(x-1)} - \frac{x-3}{(x+1)(x-1)}$ 第一步
$= \frac{2-(x-3)}{(x+1)(x-1)}$ 第二步	$= 2(x-1)-(x-3)$ 第二步
$= \frac{2-x+3}{(x+1)(x-1)}$ 第三步	$= 2x-2-x+3$ 第三步
$= \frac{5-x}{(x+1)(x-1)}$ 第四步	$= x+1$ 第四步

老师发现这两位同学的解答都有错误。

请你从甲、乙两位同学中，选择一位同学的解答过程，帮助他分析错因，并加以改正。

(1) 我选择_____同学的解答过程进行分析。（填“甲”或“乙”）

该同学的解答从第_____步开始出现错误，错误的原因是 _____；

(2) 请重新写出完成此题的正确解答过程。

$$\frac{2}{x+1} - \frac{x-3}{x^2-1}$$

解：

27. 已知：△ABC 是等边三角形，D 是直线 BC 上一动点，连接 AD，在线段 AD 的右侧作射线 DP 且使 ∠ADP=30°，作点 A 关于射线 DP 的对称点 E，连接 DE，CE。

(1) 当点 D 在线段 BC 上运动时，

①依题意将图 1 补全；

②请用等式表示线段 AB，CE，CD 之间的数量关系，并证明；

- (2) 如图 2, 当点 D 在直线 BC 上运动时, 请直接写出 AB , CE , CD 之间的数量关系, 不需证明.

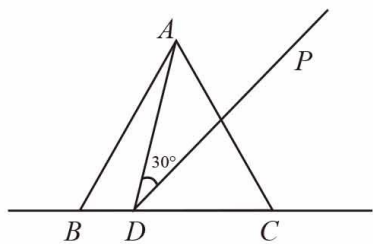


图 1

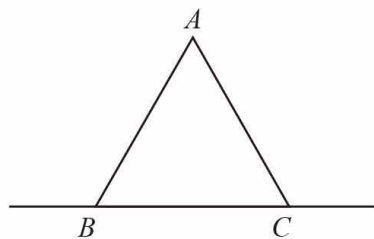


图 2

28. 阅读下面材料:

小聪这学期学习了轴对称的知识, 知道了像角、等腰三角形、正方形、圆等图形都是轴对称图形. 类比这一特性, 小聪发现像 $x+y$, xyz , x^2+y^2 等代数式, 如果任意交换两个字母的位置, 式子的值都不变. 于是他把这样的式子命名为交换对称式.

他还发现像 x^2+y^2 , $(x-1)(y-1)$ 等交换对称式都可以用 $x+y$, xy 表示.

例如: $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$, $(x-1)(y-1)=xy-(x+y)+1$, 于是小聪把 $x+y$ 和 xy 称为基本交换对称式.

请根据以上材料解决下列问题:

- (1) 代数式① $\frac{1}{xy}$, ② $x-y$, ③ $\frac{y}{x}$, ④ $xy+yz+zx$ 中, 属于交换对称式的是_____ (填序号);

- (2) 已知 $(x-a)(x-b)=x^2-px+q$.

① $q =$ _____ (用含 a , b 的代数式表示);

②若 $p=2$, $q=-1$, 求交换对称式 $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}$ 的值;

③若 $q=-2$, 求交换对称式 $\frac{a^3+2}{a}+\frac{b^3+2}{b}+a+b$ 的最小值.

密封线内不要答题

燕山地区 2024—2025 学年第一学期八年级数学期末质量监测

参考答案及评分标准

2025.01

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
选项	A	B	C	D	C	C	A	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. $2mn(4m+1)$ 10. $x=-1$ 11. 360° 12. 1.248×10^{12} 13. $DC=EB$ （答案不唯一）

14. $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ （答案不唯一） 15. 点 D 16. $180^\circ-2\alpha$

三、解答题（本题共 68 分，第 17 题 6 分，第 18-23 题每题 5 分，第 24-26 每题 6 分，第 27、28 题 7 分）

17. 解：（1）原式 $= 2(t^2-3^2) = 2(t+3)(t-3)$ 3 分

（2）原式 $= -(a^2-4ab+4b^2) = -(a-2b)^2$ 3 分

18. 解： $(\frac{1}{m-1}-1) \div \frac{m^2-2m}{m^2-2m+1}$

$= (\frac{1}{m-1} - \frac{m-1}{m-1}) \cdot \frac{(m-1)^2}{m(m-2)}$ 3 分

$= (\frac{1-m+1}{m-1}) \cdot \frac{(m-1)^2}{m(m-2)}$

$= (\frac{2-m}{m-1}) \cdot \frac{(m-1)^2}{m(m-2)}$ 4 分

$= -(m-2) \cdot \frac{(m-1)}{m(m-2)}$

$= -\frac{m-1}{m}$ 5 分

19. 证明： $\because \angle DOC, \angle BOA$ 是对顶角，

$\therefore \angle DOC = \angle BOA$1 分

在 $\triangle DOC$ 和 $\triangle BOA$ 中，

$$\begin{cases} OA=OC \\ \angle DOC=\angle BOA \\ OB=OD \end{cases}$$
3 分

$\therefore \triangle DOC \cong \triangle BOA$ (AAS).4 分

$\therefore CD=AB$5 分

20. 解： $\frac{x-1}{x} + \frac{3}{x+2} = 1$.

$\frac{x-1}{x} \cdot x(x+2) + \frac{3}{x+2} \cdot x(x+2) = 1 \cdot x(x+2)$

$$(x-1)(x+2)+3x=x(x+2) \cdots \cdots 2 \text{ 分}$$

$$x^2+x-2+3x=x^2+2x$$

$$2x=2$$

$$x=1. \cdots \cdots 3 \text{ 分}$$

经检验 $x=1$ 是原方程的解. $\cdots \cdots 4 \text{ 分}$

$\therefore$ 原方程的解是 $x=1$. $\cdots \cdots 5 \text{ 分}$

21. 解: (1) 画出 $\triangle ADC$ 的角平分线 CE $\cdots \cdots 1 \text{ 分}$

(2) $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的高,

$$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ.$$

$$\because \angle B = 70^\circ, \therefore \angle BAD = 20^\circ. \cdots \cdots 2 \text{ 分}$$

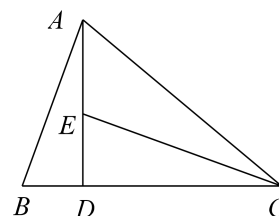
$\because CE$ 是 $\triangle ADC$ 的角平分线.

$$\therefore \angle ECD = \frac{1}{2} \angle ACD. \cdots \cdots 3 \text{ 分}$$

$$\because \angle BAD = \angle ECD = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = 40^\circ. \cdots \cdots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{在 } \triangle ACD \text{ 中, } \angle CAD = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ. \cdots \cdots 5 \text{ 分}$$



22. (1) 证明:

$\because DE$ 垂直平分 BC ,

$$\therefore DB=DC, \angle DEC=90^\circ. \cdots \cdots 1 \text{ 分}$$

又 $\because \angle C=30^\circ$,

$$\therefore \angle DBC=\angle C=30^\circ.$$

$$\because \angle A=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC=60^\circ, \angle A=\angle DEC.$$

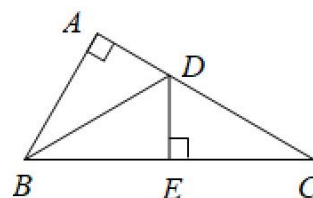
$$\therefore \angle ABD=30^\circ.$$

$$\therefore \angle ABD=\angle C \cdots \cdots 2 \text{ 分}$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ECD$ 中

$$\begin{cases} \angle A = \angle DEC \\ \angle ABD = \angle C \\ DB = DC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ECD. \cdots \cdots 4 \text{ 分}$$



(2) 解: $\because AD=1, \angle A=90^\circ, \angle ABD=30^\circ$,

$$\therefore BD=2.$$

$\therefore DC=2.$

$\therefore AC=3.$ 5 分

答案不唯一，视情况酌情给分。

23. 解: $(1+\frac{2n}{m-n})\cdot\frac{m-n}{m^2+2mn+n^2}$

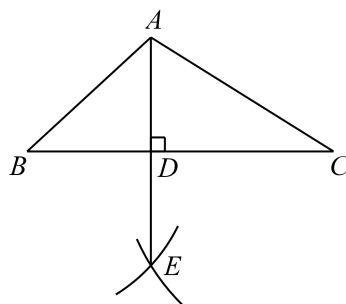
$= (\frac{m-n}{m-n}+\frac{2n}{m-n})\cdot\frac{m-n}{(m+n)^2}$ 2 分

$= (\frac{m+n}{m-n})\cdot\frac{m-n}{(m+n)^2}$ 3 分

$= \frac{1}{m+n}$ 4 分

将 $m+n=\frac{1}{2}$ 代入 $\frac{1}{m+n}$ 中, 原式=25 分

24. 解: (1) 正确补全图形;3 分
- (2) BE, CE, 到线段两个端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上.



.....6 分

25. 解: 设第二批跳绳每根的进价是 x 元. 1 分
- 根据题意, 得 $1.5 \times \frac{400}{x+5} = \frac{450}{x}$ 3 分
- 解之, 得 $x=15$ 4 分
- 经检验, $x=15$ 是所列方程的解, 并且符合实际问题的意义. 5 分
- 答: 第二批跳绳每根的进价是 15 元. 6 分

26. 解: (1) 选甲: 一, 理由合理即可, 如: 第一个分式的变形不符合分式的基本性质, 分子漏乘 $x-1$;2 分
- 选乙: 二, 理由合理即可, 如: 与等式的性质混淆了, 丢掉了分母;

.....4 分

(2)

$$\begin{aligned} & \frac{2}{x+1} - \frac{x-3}{x^2-1} \\ &= \frac{2(x-1)}{(x+1)(x-1)} - \frac{x-3}{(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{2x-2-(x-3)}{(x+1)(x-1)} \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分} \\ &= \frac{x+1}{(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{1}{x-1} \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分} \end{aligned}$$

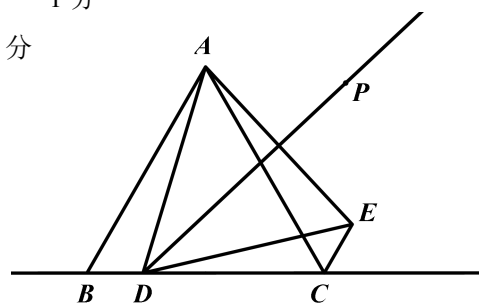
27. 解： (1) ①补全图形.....1 分

② $AB=CE+CD$2 分

证明： $\because$ 点 A 关于射线 DP 的对称点为 E ，
 $\therefore DP$ 垂直平分 AE ，
 $\therefore AD=DE$.
 又 $\because \angle ADP=30^\circ$ ，
 $\therefore \angle ADE=60^\circ$ ；
 $\therefore \triangle ADE$ 是等边三角形.3 分
 $\therefore AD=AE$ ， $\angle DAE=\angle ADE=60^\circ$.
 又 $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，
 $\therefore AB=AC=BC$ ， $\angle BAC=60^\circ$.
 $\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC$ ，
 即： $\angle BAD = \angle CAE$.
 在 $\triangle BAD$ 和 $\triangle CAE$ 中

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE \\ AD = AE \end{cases}$$

 $\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE$ 4 分
 $\therefore BD=CE$
 $\therefore AB=BC=BD+CD= CE+CD$.



(2) $AB=CE+CD$ ， $AB=CE-CD$ ， $AB=CD-CE$7 分

28. 解： (1) ①④；2 分

(2) ① $q = ab$;3 分

②解: $p = 2, q = -1$, 则 $a+b=2, ab=-1$

$$\therefore \frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{(a+b)^2 - 2ab}{ab} = -6 ; \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

③解: $q = -2$, 则 $ab=-2$

$$\begin{aligned} & \frac{a^3+2}{a} + \frac{b^3+2}{b} + a+b \\ \therefore &= (a+b)^2 - 2ab + \frac{2(a+b)}{ab} + a+b \\ &= p^2 + 4 - p + p \\ &= p^2 + 4 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{又} \because p^2 \geq 0$$

$$\therefore p^2 + 4 \geq 4$$

$$\therefore \frac{a^3+2}{a} + \frac{b^3+2}{b} + a+b \text{ 的最小值是 } 4 \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

说明：各解答题的其他正确解法请参照以上标准按分步给分的原则酌情评分.