丰台区 2024 ~2025 学年度第一学期期末练习

九 年 级 数 学

2025.01

考生须知	1. 本试卷共 7 页,共两部分,三道大题,28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和考号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束,将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分 选择题

一、选择题(共 16 分,每题 2 分)

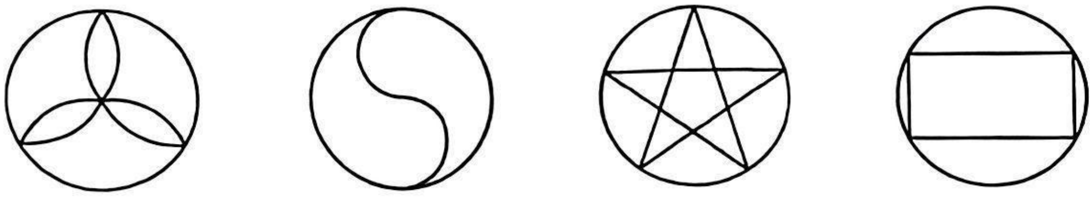
第 1 – 8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个.

1. 在平面直角坐标系中,如果点 $A(3,-2)$ 与点 B 关于原点对称,那么点 B 的坐标是

(A) $(3,-2)$　　(B) $(-3,-2)$

(C) $(3,2)$　　(D) $(-3,2)$

2. 下列图形中,既是中心对称图形又是轴对称图形的是



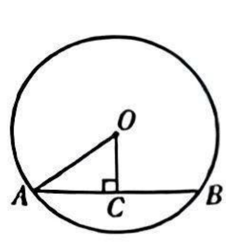
(A)　　(B)　　(C)　　(D)

3. 抛物线 $y=(x-4)^2+1$ 的顶点坐标是

(A) $(-4,-1)$　　(B) $(4,-1)$

(C) $(4,1)$　　(D) $(-4,1)$

4. 如图,OA 是 $\odot O$ 的半径,AB 是 $\odot O$ 的弦,$OC \perp AB$ 于点 C,若 $OA=5$,$AB=8$,则 OC 的长为



(A) 2　　(B) 3　　(C) 4　　(D) 5

5. 同时抛掷两枚质地均匀的硬币,则两枚硬币全部正面向上的概率为

(A) $\frac{1}{4}$　　(B) $\frac{1}{3}$　　(C) $\frac{1}{2}$　　(D) $\frac{2}{3}$

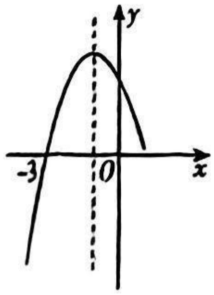
6. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+mx+16=0$ 有两个相等的实数根,则实数 m 的值为

(A) 16　　(B) 8　　(C) 8 或 -8　　(D) 4 或 -4

学校______ 班级______ 姓名______ 考号______

密 封 线 内 不 要 答 题

7. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的顶点为 $P(-1,k)$，且经过点 $A(-3,0)$，$N(t,n)$，其部分图象如图所示，则下列说法正确的是



(A) $n>k$

(B) $k=4a$

(C) 当 $t=3$ 时，$n=0$

(D) $-t-2$ 是关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=n(a\neq0)$ 的一个根

8. 勾股容圆记载于《九章算术》，是关于直角三角形的三边与其内切圆的直径的数量关系的研究. 刘徽用出入相补原理证明了勾股容圆公式，其方法是将4个如图1所示的全等的直角三角形（直角边分别为 a,b，斜边为 c）沿其内切圆圆心与顶点、切点的连线裁开，拼成如图2所示的矩形（无缝隙、不重叠），再根据面积的关系可求出直角三角形的内切圆的直径 d（用含 a,b,c 的式子表示）为

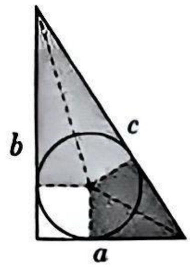


图 1

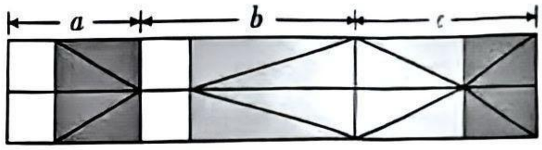


图 2

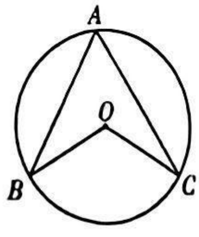
(A) $d=\dfrac{2ab}{a+b+c}$　(B) $d=\dfrac{ab}{a+b+c}$　(C) $d=\dfrac{ab}{2(a+b+c)}$　(D) $d=\dfrac{2c}{a+b+c}$

第二部分　非选择题

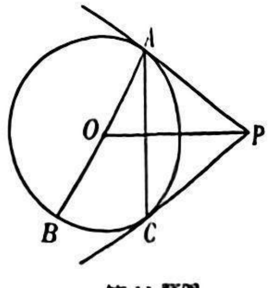
二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. “射击运动员射击一次，命中靶心”，这个事件是________事件（填“必然”，“不可能”或“随机”）.

10. 如图，A,B,C 是 $\odot O$ 上的点，如果 $\angle BOC=120°$，那么 $\angle BAC$ 的度数是________.



第 10 题图



第 11 题图

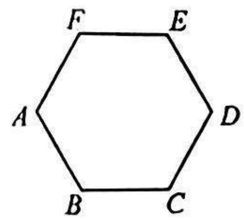
11. 如图，PA,PC 是 $\odot O$ 的切线，A,C 为切点. 若 $\angle APC=60°$，$PO=5\sqrt{3}$，则直径 AB 的长是________.

12. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 上部分点的横坐标 x，纵坐标 y 的对应值如下表：

x	…	-2	-1	0	1	2	…
y	…	-3	-4	-3	0	5	…

则该抛物线的对称轴是________.

13. 如图，有一个亭子，它的地基是半径为 4 m 的正六边形，则地基的周长为________m.



14. 在平面直角坐标系 xOy 中，若点 $A(0,2)$ 绕原点 O 顺时针旋转 60°得到点 A'，则点 A 运动到点 A' 的轨迹的长度为________.

15. 林业部门考察某种幼树在一定条件下的移植成活率，统计数据如下：

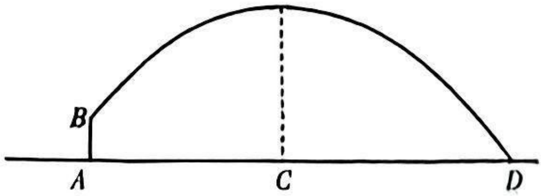
移植总数 n	10	50	400	750	1 500	3 500	9 000	14 000
成活数 m	8	47	369	662	1 335	3 203	8 073	12 628
成活的频率 $\frac{m}{n}$（结果保留小数点后三位）	0.800	a	0.923	0.883	0.890	0.915	0.897	0.902

根据表中信息，回答下列问题：

(1) a 的值为________；

(2) 估计幼树移植成活的概率为________(结果保留小数点后一位).

16. 某校羽毛球社团使用发球机辅助训练. 如图所示，将发球机放置在点 A 处，羽毛球发射的初始位置的高为 AB，$AB=1.3$ m. 若羽毛球从点 B 发射后的飞行路线可以看作是抛物线的一部分，羽毛球在飞行过程中，在与点 A 的水平距离为 6 m 的点 C 处的正上方达到最高点，且高度为 h m，在与点 A 的水平距离为 13 m 的点 D 处落地，则 h 的值是________.



三、解答题（共68分，第17－22题，每题5分，第23－26题，每题6分，第27－28题，每题7分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$2^{-1}+\left|-\sqrt{12}\right|-(3.14-\pi)^0$.

18. 解方程：$x^2-4x=12$.

19. 已知m是方程$x^2-2x-3=0$的一个根，求代数式$m(m-2)-5$的值.

20. 下面是小明设计的“过圆外一点作已知圆的切线”的尺规作图过程.

已知：如图，点P在$\odot O$外.

求作：$\odot O$的切线，使它经过点P.

作法：① 作射线PO交$\odot O$于A,B两点；

② 以点P为圆心，以PO的长为半径作弧；以点O为圆心，以AB的长为半径作弧，两弧相交于点M,N；

③ 连接OM,ON分别交$\odot O$于点C,D；

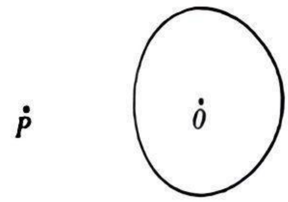
④ 作直线PC,PD.

直线PC,PD为所求作的切线.

根据小明设计的尺规作图过程，

(1) 使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

(2) 完成下面的证明.



证明：连接PM.

在$\odot O$中，点A,B,C在$\odot O$上.

$\because AB=OM$,

$\therefore OC=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}OM$.

$\therefore OC=MC$.

$\because PO=PM$,

$\therefore PC\perp OM$（____①____）（填推理依据）.

$\therefore$ 直线PC是$\odot O$的切线（____②____）（填推理依据）.

同理可证，直线PD是$\odot O$的切线.

21. 已知关于x的一元二次方程$x^2-2kx+k^2-1=0$.

(1) 求证：该方程总有两个不相等的实数根；

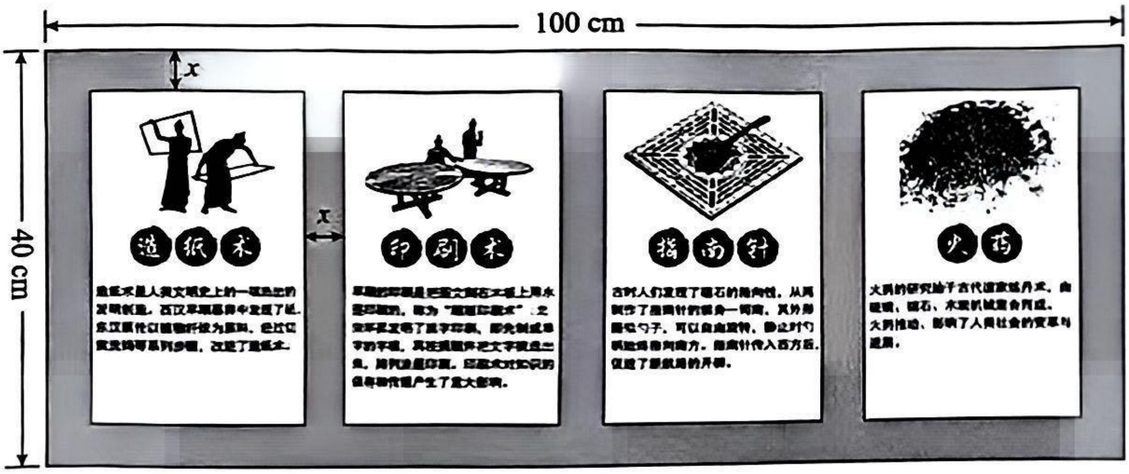
(2) 若该方程的两个实数根的积为3，求k的值.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=x^2+mx+n$ 经过点 $A(0,3)$，$B(-1,0)$.

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 若将该抛物线向右平移 3 个单位得到抛物线 G，直接写出抛物线 G 的解析式.

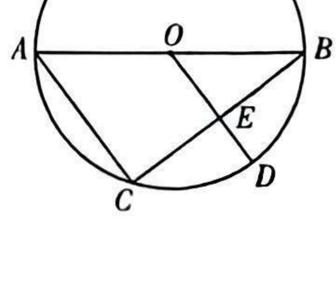
23. 造纸术、印刷术、指南针和火药是中国古代四大发明. 这些发明对人类文明发展产生了深远的影响. 某校科技节活动中，计划在如图所示的长 100 cm，宽 40 cm 的展板上展出介绍四大发明的海报，每幅海报面积均为 640 cm^2. 若展板外沿与海报之间、相邻海报之间均贴有宽度为 x cm 的彩色纸带，求彩色纸带的宽度.



24. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 在 $\odot O$ 上，连接 AC，BC，作 $OD/\!/AC$ 交 $\odot O$ 于点 D，交 BC 于点 E.

(1) 求证：$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{CD}$；

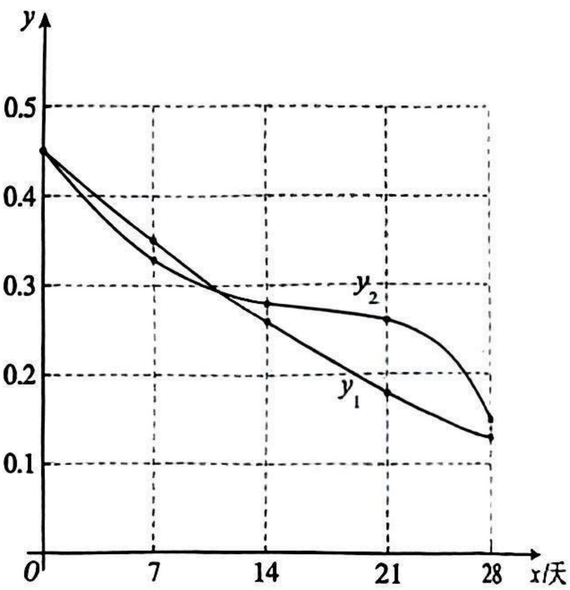
(2) 过点 D 作 $\odot O$ 的切线交 AC 的延长线于点 F，若 $CF=1$，$BC=4$，求 AC 的长.



25. 鸡蛋是优质蛋白质的来源，富含多种对人体有益的营养成份．某校科学小组连续28天监测了25℃恒温下A品类和B品类鸡蛋品质变化的情况，其中一项监测指标为蛋黄指数（蛋黄指数是反映蛋黄弹性大小和鸡蛋新鲜程度的指标．蛋黄指数越高，蛋黄弹性越大，鸡蛋越新鲜）．当储存时间为x（单位：天）时，A品类鸡蛋的蛋黄指数记为y_1，B品类鸡蛋的蛋黄指数记为y_2，部分数据如下：

x/天	0	7	14	21	28
y_1	0.45	0.35	0.26	0.18	0.13
y_2	0.45	0.33	0.28	0.26	0.15

通过分析表格中的数据，发现可以用函数刻画y_1与x，y_2与x之间的关系，如图所示，在给出的平面直角坐标系xOy中，画出了函数y_1，y_2的图象．



根据以上数据与函数图象，解决下列问题：

（1）第________天（结果保留整数）之后，B品类鸡蛋的蛋黄指数大于A品类鸡蛋的蛋黄指数；

（2）当蛋黄指数小于或等于0.18时，蛋黄基本失去弹性．A品类鸡蛋从第________天（结果保留整数）起基本失去弹性；B品类鸡蛋从第______天（结果保留整数）起基本失去弹性；

（3）当储存时间相同时，若记B品类鸡蛋的蛋黄指数与A品类鸡蛋的蛋黄指数的差为n，则n的最大值约为________（结果保留小数点后两位）．

26. 在平面直角坐标系xOy中，$P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$是抛物线$y=x^2-2mx+2$上的两点．

（1）求抛物线的对称轴（用含m的式子表示）；

（2）对于$1\leqslant x_1\leqslant 3$，$x_2=4m$，都有$y_2<y_1$，求$m$的取值范围．

27. P 是正方形 $ABCD$ 边 BC 上一点，连接 PD，PA. 将线段 PD 绕点 P 顺时针旋转 90°得到线段 PE，将线段 PA 绕点 P 逆时针旋转 90°得到线段 PF，连接 CE，BF.

（1）如图 1，当点 P 为 BC 中点时，直接写出线段 CE 与线段 BF 的数量关系；

（2）如图 2，当点 P 为线段 BC 上任意一点时，依题意补全图形，用等式表示线段 CE 与 BF 的数量关系，并证明.

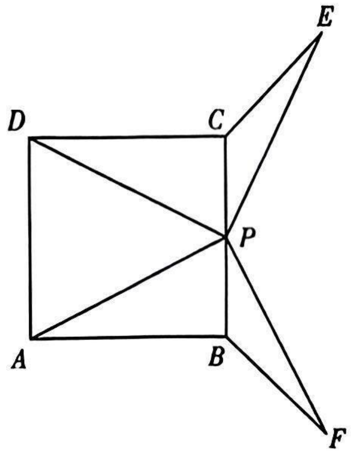


图 1

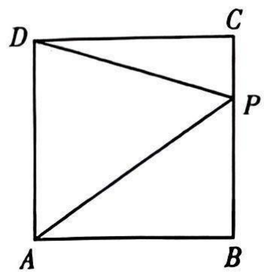
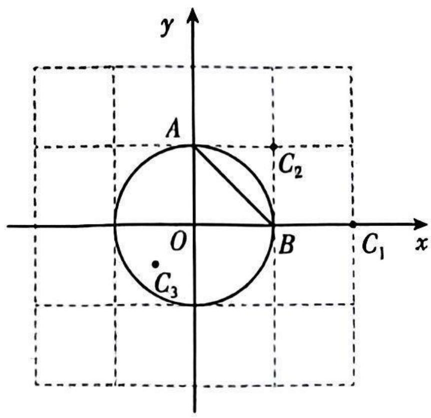


图 2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，$\odot O$ 的半径为 1. 对于 $\odot O$ 的弦 AB 和点 C，给出如下定义：若在 $\odot O$ 上或其内部存在一点 C' 使得四边形 $CAC'B$ 是菱形且 AB 是该菱形的对角线，则称点 C 是弦 AB 的"伴随点".

(1)如图，点 $A(0,1)$，$B(1,0)$.



① 在点 $C_1(2,0)$，$C_2(1,1)$，$C_3(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$ 中，弦 AB 的"伴随点"是点________；

② 若点 D 是弦 AB 的"伴随点"且 $\angle ADB=120°$，则 OD 长为________；

(2)已知 P 是直线 $y=x$ 上一点，且存在 $\odot O$ 的弦 $MN=\sqrt{2}$，使得点 P 是弦 MN 的"伴随点". 记点 P 的横坐标为 t，当 $t>0$ 时，直接写出 t 的取值范围.

丰台区 2024—2025 学年度第一学期期末练习

九年级数学参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	D	C	B	A	C	D	A

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 随机　　10. 60　　11. $5\sqrt{3}$　　12. $x=-1$

13. 24　　14. $\frac{2\pi}{3}$　　15. 0.940；0.9　　16. 4.9

三、解答题（共 68 分，第 17-22 题，每题 5 分，第 23-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17. 解：原式$=\frac{1}{2}+\left|-2\sqrt{3}\right|-1$

……………………………………3 分

$=2\sqrt{3}-\frac{1}{2}$.

……………………………………5 分

18. 解：配方，得

$$(x-2)^2=16.$$

……………………………………2 分

由此可得

$$x-2=\pm4,$$

$$x-2=4 \text{ 或 } x-2=-4.$$

……………………………………3 分

$$\therefore x_1=6,\ x_2=-2.$$

……………………………………5 分

19. 解：$m(m-2)-5$

$=m^2-2m-5$.

……………………………………2 分

$\because m$ 是方程 $x^2-2x-3=0$ 的一个根，

$\therefore m^2-2m-3=0$,

$m^2-2m=3$.

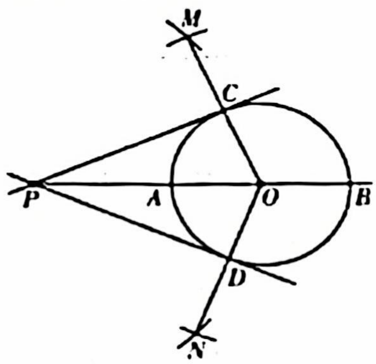
……………………………………4 分

$\therefore$ 原式 $=3-5$

$=-2$.

……………………………………5 分

20.（1）作图如下：



……………………………………2 分

（2）三线合一；经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线.

……………………………………5 分

21.（1）证明：$\Delta=4k^2-4(k^2-1)=4$.

$\because 4>0$,

$\therefore \Delta>0$.

$\therefore$ 原方程有两个不相等的实数根.

……………………………………2 分

（2）解：$\because x=\frac{2k\pm\sqrt{4}}{2}=k\pm1$,

$\therefore x_1=k+1, x_2=k-1$.

$\because$ 两根积为 3,

$\therefore (k+1)(k-1)=3$.

解得，$k=\pm2$.

……………………………………5 分

22．解：（1）∵抛物线 $y=x^2+mx+n$ 经过点 $A(0,3)$，$B(-1,0)$，

$$\therefore \begin{cases} n=3, \\ 1-m+n=0. \end{cases}$$

$$解得 \begin{cases} m=4, \\ n=3. \end{cases}$$

∴抛物线的解析式为

$y=x^2+4x+3$.

…………………………………3 分

（2）$y=x^2-2x$.

…………………………………5 分

23．解：根据题意列方程，有

$(100-5x)(40-2x)=640\times4$.

…………………………………3 分

解方程，得

$x_1=4$，$x_2=36$.

根据问题的实际意义，$x=4$.

答：彩色纸带的宽度为 4 cm.

…………………………………6 分

24．（1）证明：∵AB 是⊙O 的直径，

∴$\angle ACB=90°$.

…………………………………1 分

∵$OD // AC$，

∴$\angle OEB=\angle ACB=90°$.

∴$OD\perp BC$.

∴$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{CD}$.

…………………………………2 分

（2）解：∵DF 是⊙O 的切线，

∴$DF\perp OD$.

∴$\angle ODF=90°$.

…………………………………3 分

∵$\angle ACB=90°$，

∴$\angle ECF=90°$.

∵$OD\perp BC$，

∴$\angle CED=90°$，

∴四边形 $CEDF$ 是矩形.

∴$CF=ED$.

∵$CF=1$，

∴$ED=1$.

…………………………………4 分

∵$OD\perp BC$，

∴$BE=CE$

∵$BC=4$，

∴$BE=2$.

在 Rt△OEB 中，

$OE^2+BE^2=OB^2$.

设⊙O 的半径为 r.

则 $OB=OD=r$.

∴$OE=r-1$，

∴$(r-1)^2+2^2=r^2$.

∴$r=\frac{5}{2}$.

…………………………………5 分

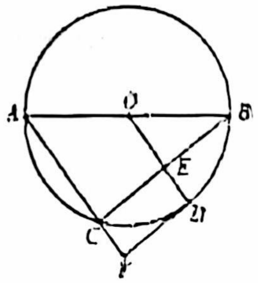
∴$OE=r-1=\frac{3}{2}$.

∵$BO=AO$，$BE=CE$，

∴OE 是△ABC 的中位线.

∴$AC=2OE=3$.

…………………………………6 分



25．解：（1）11；

…………………………………2 分

（2）21；27；

…………………………………4 分

（3）答案不唯一，如 0.09.

…………………………………6 分

26．解：（1）∵抛物线 $y=x^2-2mx+2$，

∴抛物线的对称轴为

$x=\frac{-2m}{2}=m$.

…………………………………2 分

（2）抛物线开口向上，对称轴为$x=m$，当$x>m$时，y随x增大而增大，当$x<m$时，y随x增大而减小. 对于$1\leqslant x_1\leqslant 3$，$x_2=4m$：

① 若$m>0$，

$\because x_2=4m$，

$\therefore x_2>m$.

(i) 当$0<m<\dfrac{1}{4}$时，有$m<x_2<1$，

$\therefore m<x_2<x_1$.

$\therefore y_2<y_1$，符合题意.

(ii) 当$\dfrac{1}{4}\leqslant m\leqslant 1$时，有$1\leqslant x_2\leqslant 4$.

令$x_1=1$，

则$m\leqslant x_1\leqslant x_2$.

$\therefore y_1\leqslant y_2$，不符合题意.

(iii) 当$m>1$时，

令$x_1=1$，设点P关于对称轴$x=m$的对称点为$P'(x_3, y_1)$.

$\therefore x_3-m=m-1$.

$\therefore x_3=2m-1$.

$\therefore m<x_3<x_2$.

$\therefore y_1<y_2$，不符合题意.

……………………………………………………………………………………4分

② 若$m\leqslant 0$，有$x_1>m$.

$\because x_2=4m$，

$\therefore x_2\leqslant m$.

设点Q关于对称轴$x=m$的对称点为$Q'(x_4, y_2)$.

$\therefore x_4-m=m-4m$.

$\therefore x_4=-2m$.

$\therefore x_4 \geqslant m$.

(i) 当 $-\frac{1}{2}<m\leqslant 0$ 时，有 $0\leqslant x_4<1$.

$\therefore m\leqslant x_4<x_1$.

$\therefore y_2<y_1$，符合题意.

(ii) 当 $m\leqslant -\frac{1}{2}$ 时，有 $x_4\geqslant 1$.

令 $x_1=1$，则 $m<x_1\leqslant x_4$.

$\therefore y_1\leqslant y_2$，不符合题意.

综上所述，m 的取值范围是 $-\frac{1}{2}<m<\frac{1}{4}$.

……………………………………………………………………………………6 分

27.解：(1) 线段 CE 与线段 BF 的数量关系：$CE=BF$.

……………………………………………………………………………………1 分

(2) 线段 CE 与线段 BF 的数量关系：$CE=BF$.

证明：分别过点 E，F 作直线 BC 的垂线，交 BC 于点 M，N.

$\therefore \angle M=\angle N=90°$.

$\therefore$ 在 $\triangle PME$ 中，$\angle MPE+\angle MEP=90°$.

在 $\triangle PNF$ 中，$\angle NPF+\angle PFN=90°$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle PBA=\angle PCD=90°$，$AB=BC=CD$.

$\therefore \angle PBA=\angle N$，$\angle PCD=\angle M$.

$\because$ 将 PA 绕点 P 逆时针旋转 $90°$ 得到 PF，

$\therefore PA=PF$，$\angle APF=90°$.

$\therefore \angle APB+\angle NPF=90°$.

$\therefore \angle APB=\angle PFN$.

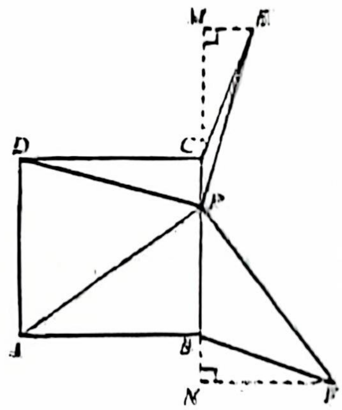
$\therefore \triangle APB\cong\triangle PFN$.

$\therefore AB=PN$，$PB=FN$.

$\therefore BC=PN$.

$\therefore BC-PB=PN-PB$.

即 $PC=BN$.



……………………………………………………………………………………4 分

∵将 PD 绕点 P 顺时针旋转 90°得到 PE，

∴$PD=PE$，$\angle DPE=90°$.

∴$\angle DPC+\angle MPE=90°$.

∴$\angle DPC=\angle PEM$.

∴$\triangle DPC\cong\triangle PEM$.

∴$PC=EM$，$DC=PM$.

∴$EM=BN$，$PM=BC$.

∴$PM-PC=BC-PC$.

即 $MC=BP$.

∴$MC=FN$.

∴$\triangle CME\cong\triangle FNB$.

∴$CE=FB$.

……………………………………………………………………………………7 分

28.（1）① C_2；

……………………………………………………………………………………1 分

② $\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{6}$；

……………………………………………………………………………………3 分

（2）$1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\leqslant t\leqslant 1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 且 $t\neq\dfrac{1}{2}$.

……………………………………………………………………………………7 分