

九年级数学

2025. 01

学校_____

姓名_____

准考证号_____

注意
事项

1. 本试卷共 7 页，共两部分，28 道题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题纸上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题纸上，在试卷上作答无效。
4. 在答题纸上，选择题用 2B 铅笔作答，其他题用黑色字迹签字笔作答。

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 北京大运河博物馆在 2024 年举办了“探秘古蜀文明——三星堆与金沙”展览，为公众揭开了一个丰富多彩的古蜀世界，其中三星堆纹饰展现了古蜀文明高超的艺术创造力。下列纹饰图案中，是中心对称图形的是



(A)



(B)



(C)



(D)

2. 在平面直角坐标系 xOy 中，将抛物线 $y = x^2 + 2$ 向下平移 1 个单位，得到的抛物线的表达式为

(A) $y = x^2 + 1$ (B) $y = x^2 + 3$ (C) $y = (x + 1)^2 + 2$ (D) $y = (x - 1)^2 + 2$

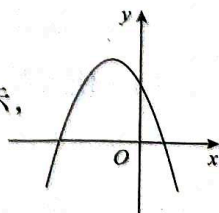
3. 若 $x = 2$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 + ax - a = 0$ 的一个解，则 a 的值为

(A) 2 (B) 4 (C) -2 (D) -4

4. 在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示，

则下列选项正确的是

(A) $a > 0$ (B) $b > 0$ (C) $c < 0$ (D) $b^2 - 4ac > 0$



5. 近年来我国新能源汽车出口量快速增长, 2021 年出口量为 31 万辆, 2023 年出口量为 120.3 万辆. 设新能源汽车出口量的年平均增长率为 x , 根据题意可列方程为

(A) $31(1+x) = 120.3$

(B) $31(1+2x) = 120.3$

(C) $31(1+x)^2 = 120.3$

(D) $120.3(1-x)^2 = 31$

6. 风能是一种清洁无公害的可再生能源. 图 1 是风力发电机, 它一般由风轮、发电机、调向器、塔架和储能装置等构件组成. 图 2 为风轮叶片示意图, 在转动的过程中, 某一叶片 OAB 绕点 O 顺时针旋转 60° 后到达 $OA'B'$ 处, 则下列选项错误的是



图1

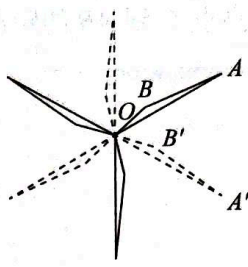


图2

(A) $AB = A'B'$

(B) $OA = OA'$

(C) $\angle BOB' = 60^\circ$

(D) $AB \perp A'B'$

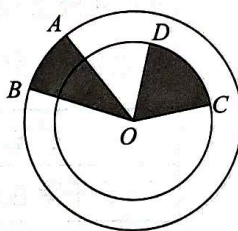
7. 如图, 以点 O 为圆心的两个同心圆中, 点 A, B 在大圆上, 点 C, D 在小圆上, $\widehat{AB}$ 和 $\widehat{CD}$ 的长度分别是 l_1, l_2 . 若扇形 OAB 与扇形 OCD 的面积相等, 则 l_1 与 l_2 的大小关系为

(A) $l_1 > l_2$

(B) $l_1 < l_2$

(C) $l_1 = l_2$

(D) 不能确定



8. 如图, 点 A 是 $\odot O$ 上一点, 点 B, C 为 $\odot O$ 上与点 A 不重合的两点. 若再从下列三个表述中选取一个作为题设, 以 $\angle BAC = 120^\circ$ 作为结论, 则所有能组成真命题的表述的序号是

① BC 垂直平分 OA ;

② 四边形 $OBAC$ 是平行四边形;

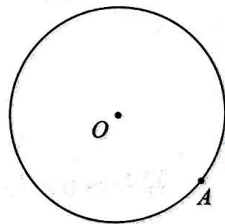
③ $\angle BOC = 120^\circ$.

(A) ①②

(B) ①③

(C) ②③

(D) ①②③



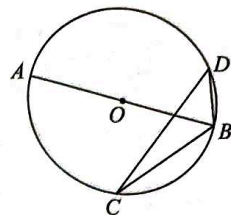
第二部分 非选择题

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(-4, 1)$ 关于原点对称的点 A' 的坐标为_____.

10. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 4x + a = 0$ 有两个相等的实数根, 则实数 a 的值为_____.

11. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, $\triangle BCD$ 内接于 $\odot O$. 若 $\angle D = 40^\circ$, 则 $\angle ABC =$ _____.



12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于 $A(-2, 0)$, $B(4, 0)$ 两点, 则一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解为_____.

13. 图 1 和图 2 分别为可移动休息舱及其截面示意图. 已知截面底部宽 AB 为 2.4 米, 该截面所在圆的半径为 2 米, 则最高点 C 到 AB 的距离 CD 为_____米.

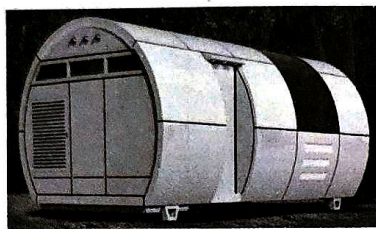


图1

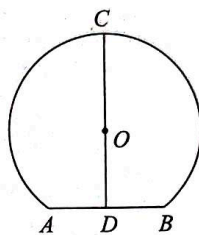
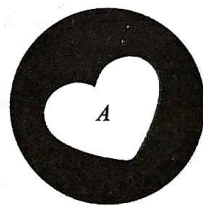


图2

14. 小明看到公园地面上有一个心形封闭图形 A , 为了研究图形 A 的面积, 设计了一项试验: 在图形 A 外部绘制一个半径为 1 米的圆, 如图所示, 向这个圆内随机投掷石子. 假设石子落在圆内的每一点都是等可能的 (不考虑边界), 记录的试验数据如下:

掷石子的总次数 p	50	100	200	500	...
石子落在图形 A 内的次数 m	15	43	80	201	...
石子落在阴影部分的次数 n	35	57	120	299	...



随着投掷次数的不断增多, 石子落在图形 A 内的频率逐渐稳定在 0.4 左右, 因此估计石子落在图形 A 内的概率为_____; 由此估计图形 A 的面积为_____平方米.

15. 二次函数 $y = a(x - h)^2 + k$ ($a \neq 0$) 中的自变量 x 与函数值 y 的部分对应值如下:

x	-2	0	2
y	0	2	n

若 $h > 0$, 写出一个符合题意的 n 的值为_____.

16. 学校即将举办为期一天的“科学节”系列活动, “科普实验”“机器人体验”等精彩纷呈的主题活动将在不同时段陆续展开, 下图为此次活动的海报. 同学们可以根据自己的兴趣和时间, 选择心仪的活动参与. 参加每个主题活动时需全程参与, 之后可获得相应的积分用于兑换纪念品. 例如, 小明参加“科普实验”活动时, 需从 8:00 至 10:00 全程参与, 之后可获得 7 个积分.

科学奇遇记

序号	主题活动	开始时间	结束时间	积分
A	科普实验	8:00	10:00	7
B	设计工坊	9:00	11:00	8
C	微观世界	10:30	11:50	5
D	机器人体验	11:30	13:30	9
E	温室生态展	13:00	14:40	7
F	人工智能展	14:00	16:45	8
G	梦幻剧场	15:00	17:30	5
H	创意荟	16:00	19:00	10

回答下列问题:

(1) 如果小明计划至少参加三个主题活动, 且其中之一为人工智能展, 那么他参加活动的方案可以为_____ (填活动序号, 写出一种即可);

(2) 如果小明希望在活动中获得至少 27 个积分用于换取纪念品, 那么他参加活动的方案共有_____种.

三、解答题 (共 68 分, 第 17-22 题每题 5 分, 第 23-26 题每题 6 分, 第 27-28 题每题 7 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解方程: $x^2 - 4x - 6 = 0$.

18. 已知 $m^2 - 2m - 1 = 0$, 求 $(m+2)(m-2) - 2m(3-m)$ 的值.

19. 已知: 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦.

求作: $\odot O$ 上的点 C , 使得 $\angle ABC = 45^\circ$.

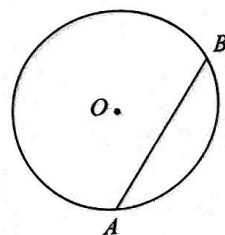
作法: ① 连接 AO 并延长交 $\odot O$ 于 P ;

② 分别以点 A, P 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AP$ 的长为半径画弧, 两弧交于点 Q ;

③ 作直线 OQ 交 $\odot O$ 于点 C_1, C_2 , 连接 BC_1, BC_2 .

所以, 点 C_1, C_2 就是所求作的点.

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形 (保留作图痕迹);



(2) 完成下面的证明:

证明: 连接 AQ, PQ .

$$\because AQ = PQ, AO = PO,$$

$$\therefore OQ \perp AP \text{ (} \underline{\hspace{2cm}} \text{) (填推理的依据).}$$

$$\therefore \angle AOC_1 = \angle AOC_2 = 90^\circ.$$

$$\because A, B, C_1, C_2 \text{ 都在 } \odot O \text{ 上,}$$

$$\therefore \angle ABC_1 = \frac{1}{2} \angle AOC_1, \angle ABC_2 = \frac{1}{2} \angle AOC_2 \text{ (} \underline{\hspace{2cm}} \text{) (填推理的依据).}$$

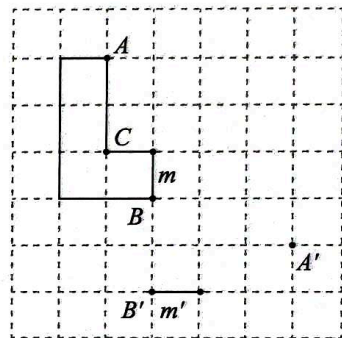
$$\therefore \angle ABC_1 = \angle ABC_2 = 45^\circ.$$

20. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (m-3)x + 2 - m = 0$.

(1) 求证: 该方程总有两个实数根;

(2) 若该方程的实数根均为非负数, 求 m 的取值范围.

21. 如图, 在 7×7 的正方形网格中, 每个小正方形网格的边长为 1, 图中“L”形的每个顶点均为网格线交点, 将“L”形绕点 O 顺时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$), 顶点 A, B 的对应点分别为 A', B' , 线段 m 的对应线段为 m' .



(1) 在图中标出点 O , 并画出“L”形旋转后所得到的图形;

(2) $\alpha = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$;

(3) 在旋转过程中, 点 C 所经过的路径长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过 $A(3, 0)$ 和 $B(0, -3)$ 两点.

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 点 C 在抛物线上, 且与点 B 不重合. 过点 A 作 x 轴的垂线交直线 BC 于点 P . 若点 P 位于点 A 的上方, 则点 C 的横坐标 x_c 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

23. 2024 年 5 月 21 日, 北京市启动了中小学生“健康一起来”阳光体育运动计划, 助力学生健康成长. 某中学初三年级共有 12 个班级, 学校统计了这些班级的学生近一个月的跑步量达标率, 具体数据如下:

跑步量达标率 x	$x = 100\%$	$90\% \leq x < 100\%$	$x < 90\%$
班数	7	m	n

(1) 从这 12 个班级中任意选取 1 个班级.

① 事件“该班跑步量达标率为 100%”是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 事件 (填“必然”“不可能”或“随机”);

② 若事件“该班跑步量达标率 x 满足 $90\% \leq x < 100\%$ ”的概率为 $\frac{1}{3}$, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$,

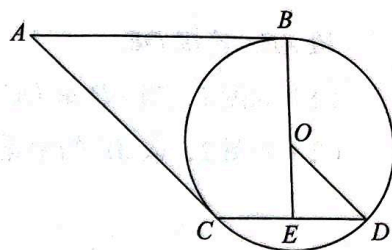
$n = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 某班选出了 2 名男生和 2 名女生作为跑步标兵. 老师计划从这四位同学中随机抽取两位进行经验分享, 请用列表法或画树状图法求“恰好抽到一位男生和一位女生”的概率.

24. 如图, AB, AC 分别与 $\odot O$ 相切于 B, C 两点, BO 的延长线交弦 CD 于点 $E, CE = DE$, 连接 OD .

(1) 求证: $\angle A = \angle DOE$;

(2) 若 $OD \parallel AC$, $\odot O$ 的半径为 2, 求 AB 的长.



25. 某兴趣小组通过实验研究发现: 当音量 x (单位: dB) 满足 $40 \leq x \leq 70$ 时, 听觉舒适度 y 与音量 x 之间满足二次函数关系. 当音量为 45 dB 时, 听觉舒适度为 6; 当音量为 55 dB 时, 听觉舒适度达到最大值 10.

(1) 求该二次函数的解析式, 并在图 1 的平面直角坐标系中画出该二次函数的图象;

(2) 在家听音乐时, 小明听到的音量 x 与所坐位置到音箱的距离 d (单位: m) 的关系如图 2 所示. 若她希望听觉舒适度不小于 9, 根据此实验研究结果, 请写出小明所坐位置到音箱的距离 d 的取值范围_____ (结果保留小数点后一位).

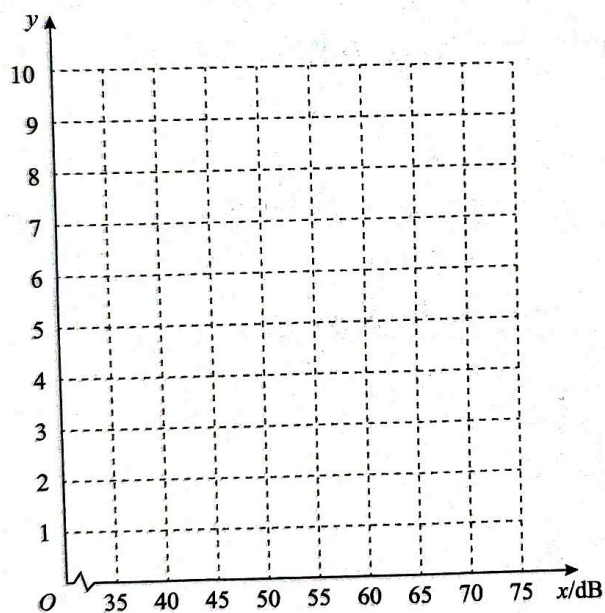


图1

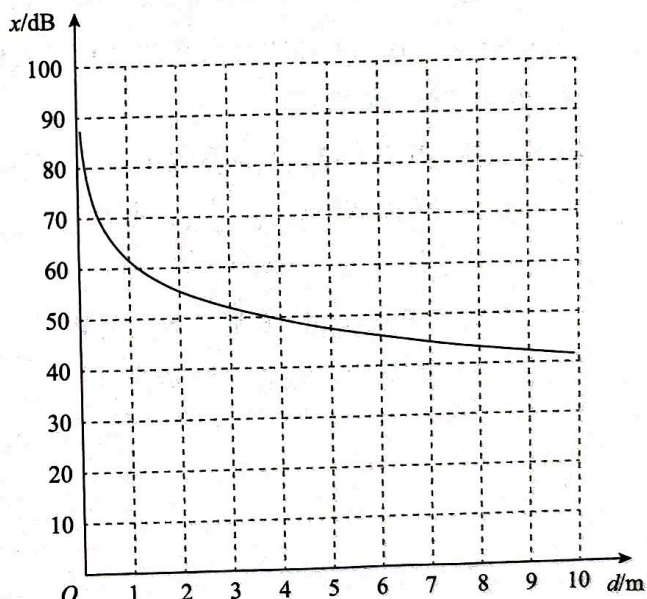


图2

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(1+a, y_1)$, $B(b, y_2)$ 是抛物线 $y = ax^2 - 2ax$ ($a \neq 0$) 上不重合的两点.

(1) 当 $a = 1, y_1 = y_2$ 时, 求 b 的值;

(2) 若对于 $2 < b < 3$, 都有 $y_1 < y_2$, 求 a 的取值范围.

27. 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于点 D , $AD + CD = \frac{1}{2}BC$. 将线段 AB 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到线段 AE , 连接 DE .

(1) 如图 1, 当 $AD = DC = 1$ 时, 补全图形, 并求 DE 的长;

(2) 如图 2, 取 AE 的中点 F , 连接 DF , 用等式表示线段 DF 与 AC 的数量关系, 并证明.

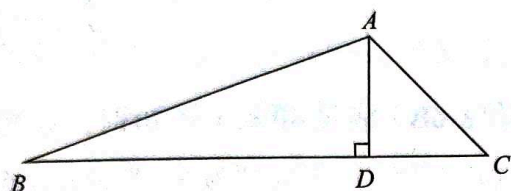


图1

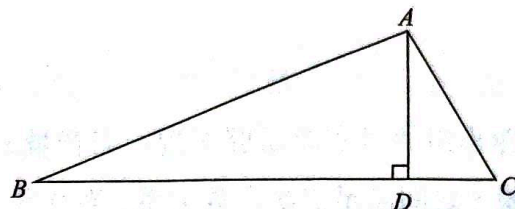


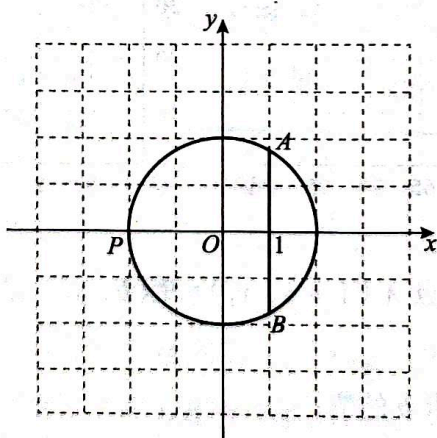
图2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为 2, 对于点 P , Q 和 $\odot O$ 的弦 AB , 给出如下定义: 若弦 AB 上存在点 C , 使得点 P 绕点 C 逆时针旋转 60° 后与点 Q 重合, 则称点 Q 是点 P 关于弦 AB 的“等边旋转点”.

(1) 如图, 点 $P(-2, 0)$, 直线 $x = 1$ 与 $\odot O$ 交于点 A, B .

① 点 B 的坐标为_____, 点 B _____ (填“是”或“不是”)点 P 关于弦 AB 的“等边旋转点”;

② 若点 P 关于弦 AB 的“等边旋转点”为点 Q , 则 PQ 的最小值为_____, 当 PQ 与 $\odot O$ 相切时, 点 Q 的坐标为_____;



(2) 已知点 $D(t, 0)$, $E(-1, 0)$, 若对于线段 OE 上的每一点 M , 都存在 $\odot O$ 的长为 $2\sqrt{3}$ 的弦 GH , 使得点 M 是点 D 关于弦 GH 的“等边旋转点”, 直接写出 t 的取值范围.