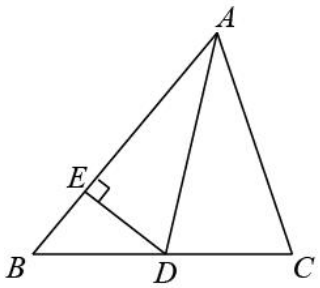
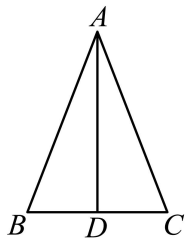
2011-2022 北京中考真题数学专项练习
全等三角形章节综合

一、填空题

1.（2022 北京中考真题）如图，在ΔABC中，AD平分$\angle BAC, DE \perp AB$. 若$AC=2, DE=1$, 则$S_{\Delta ACD}=$____.



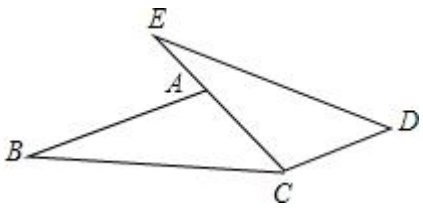
2.（2020 北京中考真题）在▵ABC 中，AB=AC，点 D 在 BC 上（不与点 B，C 重合）. 只需添加一个条件即可证明▵ABD≌▵ACD，这个条件可以是_____（写出一个即可）



二、证明题

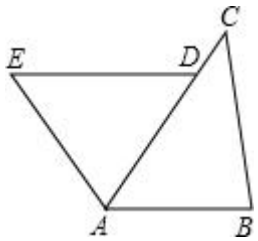
3.（2012 北京中考真题）已知：如图，点 E，A，C 在同一条直线上，AB∥CD，AB=CE，AC=CD.

求证：BC=ED.



4.（2013 北京中考真题）如图，已知 D 是 AC 上一点，$AB=DA$，$DE \parallel AB$，$\angle B=\angle DAE$. 求证：

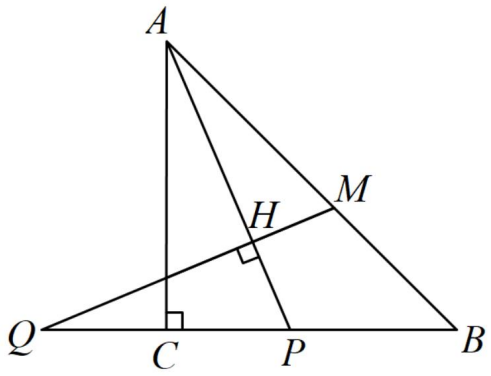
$BC=AE$.



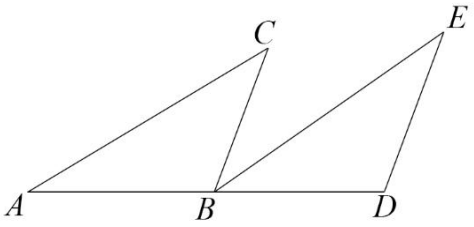
5.（2017 北京中考真题）在等腰直角△ABC 中，$\angle ACB=90°$，P 是线段 BC 上一动点（与点 B、C 不重合），连接 AP，延长 BC 至点 Q，使得 $CQ=CP$，过点 Q 作 $QH \perp AP$ 于点 H，交 AB 于点 M.

（1）若$\angle PAC=\alpha$，求$\angle AMQ$ 的大小（用含α的式子表示）.

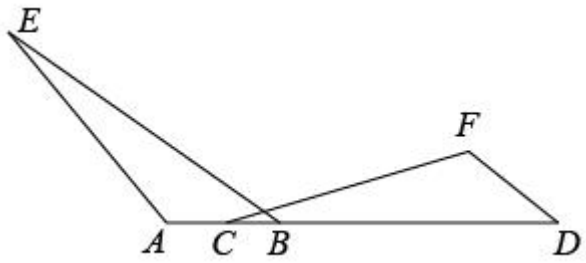
（2）用等式表示线段 MB 与 PQ 之间的数量关系，并证明.



6.（2014 北京中考真题）如图，点 B 在线段 AD 上，$BC/\!/DE$，$AB=ED$，$BC=DB$.求证：$\angle A=\angle E$.



7.（2011 北京中考真题）如图，点 A，C，B，D 在同一条直线上，$BE/\!/DF$，$\angle A=\angle F$，$AB=FD$，求证：$AE=FC$.

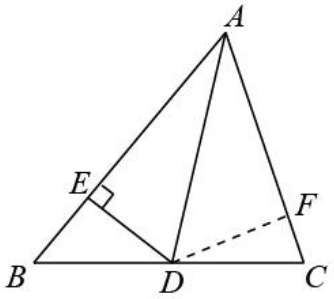


参考答案

1．1

【分析】作 $DF \perp AC$ 于点 F，由角平分线的性质推出 $DF = DE = 1$，再利用三角形面积公式求解即可．

【详解】解：如图，作 $DF \perp AC$ 于点 F，



∵ AD 平分 $\angle BAC$， $DE \perp AB$， $DF \perp AC$，

∴ $DF = DE = 1$，

∴ $S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AC \cdot DF = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$．

故答案为：1．

【点睛】本题考查角平分线的性质，通过作辅助线求出三角形 ACD 中 AC 边上的高是解题的关键．

2．∠BAD=∠CAD（或 BD=CD）

【分析】证明△ABD≌△ACD，已经具备 $AB = AC, AD = AD,$ 根据选择的判定三角形全等的判定方法可得答案．

【详解】解：∵ $AB = AC, AD = AD,$

∴ 要使 $\triangle ABD \cong \triangle ACD,$

则可以添加：∠BAD=∠CAD，

此时利用边角边判定：$\triangle ABD \cong \triangle ACD$，

或可以添加：$BD = CD$，

此时利用边边边判定：$\triangle ABD \cong \triangle ACD,$

故答案为：∠BAD=∠CAD 或（$BD = CD.$）

【点睛】本题考查的是三角形全等的判定，属开放性题，掌握三角形全等的判定是解题的关键．

3．见解析

【分析】首先由 AB∥CD，根据平行线的性质可得∠BAC=∠ECD，再由条件 AB=CE，AC=CD 可证出△BAC 和△ECD 全等，再根据全等三角形对应边相等证出 CB=ED．

【详解】证明：∵AB∥CD，

∴∠BAC=∠ECD，

∵在△BAC 和△ECD 中，

AB=EC，∠BAC=∠ECD ，AC=CD，

∴△BAC≌△ECD（SAS）．

∴CB=ED.

【点睛】本题考查了平行线的性质，全等三角形的判定和性质.

4．见解析

【分析】根据两直线平行，内错角相等求出∠*CAB*=∠*ADE*，然后利用“角边角”证明△*ABC* 和△*DAE* 全等，再根据全等三角形对应边相等证明即可.

【详解】证明：∵*DE*∥*AB*，

∴∠*CAB*=∠*ADE*.

在△*ABC* 和△*DAE* 中，∵$\begin{cases}\angle CAB=\angle ADE\\ AB=DA\\ \angle B=\angle DAE\end{cases}$，

∴△*ABC*≌△*DAE*（*ASA*）.

∴*BC*=*AE*.

【点睛】本题考查了三角形全等判定和性质，解题的关键是熟练掌握三角形全等的判定方法.

5.（1）∠*AMQ*=45°+α； (2)线段 *MB* 与 *PQ* 之间的数量关系：*PQ*=$\sqrt{2}$ *MB*，理由见解析.

【分析】(1)由直角三角形性质，两锐角互余，可得∠*AMQ*=180°－∠*AHM*-∠*PAM* ，解得∠*AMQ*=45°+α；

(2)由题意得 *AP*=*AQ*=*QM*，再证 *Rt*△*APC*≌*Rt*△*QME*，.全等三角形对应边相等得出 *PC*=*ME*，得出△*MEB* 为等腰直角三角形，则 *PQ*=$\sqrt{2}$ *BM*.

【详解】(1) ∠*AMQ*=45°+α.理由如下：

∵∠*PAC*=α，△*ACB* 是等腰直角三角形，

∴∠*PAB*＝45°－α，∠*AHM*=90°，

∴∠*AMQ*=180°－∠*AHM*-∠*PAM*＝45°＋α；

(2)线段 *MB* 与 *PQ* 之间的数量关系：*PQ*=$\sqrt{2}$ *MB*.

理由如下：

连接 *AQ*，过点 *M* 作 *ME*⊥*QB*，

∵*AC*⊥*QP*，*CQ*=*CP*，

∴∠*QAC*=∠*PAC*=α，

∴∠*QAM*=α+45°=∠*AMQ*，

∴*AP*=*AQ*=*QM*，

在 *Rt*△*APC* 和 *Rt*△*QME* 中，

$\begin{cases}\angle MQE=PAC\\ \angle ACP=\angle QEM\\ AP=QM\end{cases}$

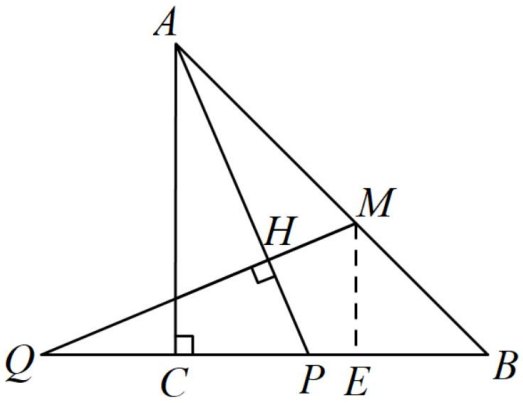
∴Rt△*APC*≌Rt△*QME*，

∴*PC*=*ME*，

∴△*MEB* 是等腰直角三角形，

$\therefore \frac{1}{2}PQ=\frac{\sqrt{2}}{2}MB$，

$\therefore PQ=\sqrt{2}MB$.



6．证明见解析

【分析】若要证明$\angle A=\angle E$，只需证明$\triangle ABC\cong\triangle EDB$，题中已给了两边对应相等，只需看它们的夹角是否相等，已知给了$DE//BC$，可得$\angle ABC=\angle BDE$，因此利用 SAS 问题得解.

【详解】$\because DE//BC$

$\therefore \angle ABC=\angle BDE$

在$\triangle ABC$与$\triangle EDB$中

$$\begin{cases} AB=DE \\ \angle ABC=\angle BDE \\ BC=BD \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC\cong\triangle EDB$（SAS)

$\therefore \angle A=\angle E$

7．证明见解析.

【分析】由已知条件$BE/\!/DF$，可得出$\angle ABE=\angle D$，再利用 ASA 证明$\triangle ABE\cong\triangle FDC$即可.

【详解】证明：$\because BE/\!/DF$，

$\therefore \angle ABE=\angle D$，

在$\triangle ABE$和$\triangle FDC$中，

$\angle ABE=\angle D$，$AB=FD$，$\angle A=\angle F$

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle FDC$（ASA），

$\therefore AE=FC$.

【点睛】此题主要考查全等三角形的判定与性质和平行线的性质等知识点的理解和掌握，此题的关键是利用平行线的性质求证$\triangle ABC$和$\triangle FDC$全等.