

2011-2023 北京中考真题数学专项练习

分式章节综合



一、单选题

1. (2019 北京中考真题) 如果 $m+n=1$, 那么代数式 $\left(\frac{2m+n}{m^2-mn} + \frac{1}{m}\right) \cdot (m^2-n^2)$ 的值为 ()
- A. -3 B. -1 C. 1 D. 3
2. (2018 北京中考真题) 如果 $a-b=2\sqrt{3}$, 那么代数式 $\left(\frac{a^2+b^2}{2a} - b\right) \cdot \frac{a}{a-b}$ 的值为
- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$
3. (2017 北京中考真题) 若代数式 $\frac{x}{x-4}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是 ()
- A. $x=0$ B. $x=4$ C. $x \neq 0$ D. $x \neq 4$
4. (2017 北京中考真题) 如果 $a^2+2a-1=0$, 那么代数式 $\left(a-\frac{4}{a}\right) \cdot \frac{a^2}{a-2}$ 的值是 ()
- A. -3 B. -1 C. 1 D. 3
5. (2016 北京中考真题) 如果 $a+b=2$, 那么代数 $\left(a-\frac{b^2}{a}\right) \cdot \frac{a}{a-b}$ 的值是 ()
- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

二、填空题

6. (2023 北京中考真题) 方程 $\frac{3}{5x+1} = \frac{1}{2x}$ 的解为_____.
7. (2023 北京中考真题) 若代数式 $\frac{5}{x-2}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.
8. (2022 北京中考真题) 方程 $\frac{2}{x+5} = \frac{1}{x}$ 的解为_____.
9. (2021 北京中考真题) 方程 $\frac{2}{x+3} = \frac{1}{x}$ 的解为_____.
10. (2020 北京中考真题) 若代数式 $\frac{1}{x-7}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.
11. (2019 北京中考真题) 若分式 $\frac{x-1}{x}$ 的值为 0, 则 x 的值为_____.
12. (2016 北京中考真题) 如果分式 $\frac{2}{x-1}$ 有意义, 那么 x 的取值范围是_____.

三、问答题

13. (2023 北京中考真题) 已知 $x+2y-1=0$, 求代数式 $\frac{2x+4y}{x^2+4xy+4y^2}$ 的值.
14. (2013 北京中考真题) 列方程或方程组解应用题: 某园林队计划由 6 名工人对 180 平方米的区域进行绿化, 由于施工时增加了 2 名工人, 结果比计划提前 3 小时完成任务. 若每人每小时绿化面积相同, 求每人每小时

的绿化面

积.

15. (2015 北京中考真题) 为解决“最后一公里”的交通接驳问题, 北京市投放了大量公租房自行车供市民使用. 到 2013 年底, 全市已有公租房自行车 25000 辆, 租赁点 600 个. 预计到 2015 年底, 全市将有公租房自行车 50000 辆, 并且平均每个租赁点的公租房自行车数量是 2013 年成平均每个租赁点的公租房自行车数量的 1.2 倍. 预计 2015 年底, 全市将租赁点多少个?

16. (2014 北京中考真题) 列方程或方程组解应用题:

小马自驾私家车从 A 地到 B 地, 驾驶原来的燃油汽车所需油费 108 元, 驾驶新购买的纯电动车所需电费 27 元, 已知每行驶 1 千米, 原来的燃油汽车所需的油费比新购买的纯电动汽车所需的电费多 0.54 元, 求新购买的纯电动汽车每行驶 1 千米所需的电费.

17. (2012 北京中考真题) 已知 $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} \neq 0$, 求代数式 $\frac{5a-2b}{(a+2b)(a-2b)} \cdot (a-2b)$ 的值.

18. (2011 北京中考真题) 列方程或方程组解应用题:

京通公交快速通道开通后, 为响应市政府“绿色出行”的号召, 家住通州新城的小王上班由自驾车改为乘坐公交车. 已知小王家距上班地点 18 千米. 他用乘公交车的方式平均每小时行驶的路程比他自用驾车的方式平均每小时行驶的路程的 2 倍还多 9 千米, 他从家出发到达上班地点, 乘公交车方式所用时间是自驾车方式所用时间的 $\frac{3}{7}$. 小王用自驾车方式上班平均每小时行驶多少千米?

参考答案

1. D

【分析】原式化简后，约分得到最简结果，把已知等式代入计算即可求出值.

$$\begin{aligned}\text{【详解】解：原式} &= \left(\frac{2m+n}{m^2-mn} + \frac{1}{m} \right) \cdot (m^2-n^2) \\ &= \left[\frac{2m+n}{m(m-n)} + \frac{m-n}{m(m-n)} \right] \cdot (m+n)(m-n) \\ &= \frac{3m}{m(m-n)} \cdot (m+n)(m-n) = 3(m+n)\end{aligned}$$

$$\because m+n=1$$

$\therefore$ 原式=3，故选 D.

【点睛】此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

2. A

【详解】分析：根据分式混合运算的法则进行化简，再把 $a-b=2\sqrt{3}$ 整体代入即可.

$$\text{详解：原式} = \frac{a^2+b^2-2ab}{2a} \cdot \frac{a}{a-b} = \frac{(a-b)^2}{2a} \cdot \frac{a}{a-b} = \frac{a-b}{2},$$

$$\because a-b=2\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{原式} = \sqrt{3}.$$

故选 A.

点睛：考查分式的化简求值，熟练掌握分式混合运算的法则是解题的关键.

3. D

【详解】由分式有意义的条件:分母不为0，即 $x-4 \neq 0$ ，解得 $x \neq 4$ ，

故选 D.

4. C

【详解】原式 $= \frac{a^2-4}{a} \cdot \frac{a^2}{a-2} = a(a+2) = a^2+2a$ ，当 $a^2+2a-1=0$ 时， $a^2+2a=1$ ，故选 C.

5. A

【分析】原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，约分得到最简结果，把已知等式代入计算即可求出值.

【详解】解： $\because a+b=2$,

$$\therefore \text{原式} = \frac{a^2-b^2}{a} \cdot \frac{a}{a-b}$$

$$= \frac{(a+b)(a-b)}{a} \cdot \frac{a}{a-b}$$

$$= a+b$$

$$= 2.$$

故选 A.

【点睛】此题考查了分式的化简求值，将原式进行正确的化简是解本题的关键.

6. $x=1$

【分析】方程两边同时乘以 $2x(5x+1)$ 化为整式方程，解整式方程即可，最后要检验.

【详解】解：方程两边同时乘以 $2x(5x+1)$ ，得 $6x=5x+1$ ，

解得： $x=1$ ，

经检验， $x=1$ 是原方程的解，

故答案为： $x=1$.

【点睛】本题考查了解分式方程，熟练掌握解分式方程的步骤是解题的关键.

7. $x \neq 2$

【分析】根据分式有意义的条件列不等式求解即可.

【详解】解：若代数式 $\frac{5}{x-2}$ 有意义，则 $x-2 \neq 0$ ，

解得： $x \neq 2$ ，

故答案为： $x \neq 2$.

【点睛】本题考查了分式有意义的条件，熟知分式有意义，分母不为零是解题的关键.

8. $x=5$

【分析】观察可得最简公分母是 $x(x+5)$ ，方程两边乘最简公分母，可以把分式方程转化为整式方程求解，再进行检验即可得解.

【详解】解： $\frac{2}{x+5} = \frac{1}{x}$

方程的两边同乘 $x(x+5)$ ，得： $2x=x+5$ ，解得： $x=5$ ，经检验：把 $x=5$ 代入 $x(x+5)=50 \neq 0$.

故答案为： $x=5$.

【点睛】此题考查了分式方程的求解方法，注意掌握转化思想的应用，注意解分式方程一定要验根.

9. $x=3$

【分析】根据分式方程的解法可直接进行求解.

【详解】解： $\frac{2}{x+3} = \frac{1}{x}$

$2x=x+3$ ，

$\therefore x=3$ ，

经检验： $x=3$ 是原方程的解.

故答案为： $x=3$.

【点睛】本题主要考查分式方程的解法，熟练掌握分式方程的解法是解题的关键.

10. $x \neq 7$

【分析】根据分式有意义的条件列出不等式，解不等式即可.

【详解】 $\because$ 代数式 $\frac{1}{x-7}$ 有意义，分母不能为 0，可得 $x-7 \neq 0$ ，即 $x \neq 7$ ，

故答案为： $x \neq 7$ 。

【点睛】本题考查的是分式有意义的条件，掌握分式分母不为 0 是解题的关键。

11. 1

【分析】根据分式的值为零的条件即可得出。

【详解】解： $\because$ 分式 $\frac{x-1}{x}$ 的值为 0，

$\therefore x-1=0$ 且 $x \neq 0$ ，

$\therefore x=1$ 。

故答案为 1。

【点睛】本题考查了分式的值为零的条件：当分式的分母不为零，分子为零时，分式的值为零。

12. $x \neq 1$

【详解】 $\because$ 分式 $\frac{2}{x-1}$ 有意义，

$\therefore x-1 \neq 0$ ，即 $x \neq 1$ 。

故答案为 $x \neq 1$ 。

13. 2

【分析】先将分式进行化简，再将 $x+2y-1=0$ 变形整体代入化简好的分式计算即可。

【详解】解：原式 $= \frac{2(x+2y)}{(x+2y)^2} = \frac{2}{x+2y}$ ，

由 $x+2y-1=0$ 可得 $x+2y=1$ ，

将 $x+2y=1$ 代入原式可得，原式 $= \frac{2}{1} = 2$ 。

【点睛】本题考查了分式的化简求值，注意整体代入思想的应用。

14. 2.5 平方米

【分析】设每人每小时的绿化面积 x 平方米，根据“增加 2 人后完成的时间比原来的时间少 3 小时”为等量关系建立方程求出其解即可。

【详解】解：设每人每小时的绿化面积 x 平方米，由题意，得：

$$\frac{180}{6x} - \frac{180}{(6+2)x} = 3$$

解得： $x=2.5$ 。

经检验， $x=2.5$ 是原方程的解，且符合题意。

答：每人每小时的绿化面积 2.5 平方米。

15. 预计到 2015 年底，全市将有租赁点 1000 个

【分析】设 2015 年底全市租赁点有 x 个。根据“2013 年底平均每个租赁点的公租房数量的 1.2 倍。”列方程，解方程即可得出答案。

【详解】解：设 2015 年底全市租赁点有 x 个.

$$\frac{50000}{x} = 1.2 \times \frac{25000}{600},$$

解得： $x=1000$,

经检验： $x=1000$ 是原方程的解，且符合实际情况.

答：预计到 2015 年底，全市将有租赁点 1000 个.

【点睛】本题主要考查了分式方程的应用，明确题意，准确得到等量关系是解题的关键.

16. 纯电动车行驶一公里所需电费为 0.18 元

【详解】试题分析：此题的等量关系是：A 地到 B 地的路程是不变的，

即：
$$\frac{108}{\text{燃油汽车每公里所需的油费}} = \frac{27}{\text{纯电动汽车每公里所需的电费}}$$

试题解析：设新购买的纯电动汽车每行驶一公里所需电费为 x 元.

由题意得：
$$\frac{108}{x+0.54} = \frac{27}{x}$$

解得： $x=0.18$

经检验 0.18 为原方程的解

答：纯电动车行驶一公里所需电费为 0.18 元.

考点：分式方程的应用

17. 解： $\because \frac{a}{2} = \frac{b}{3} \neq 0$ ，即 $a = \frac{2}{3}b$

$$\therefore \text{原式} = \frac{5a-2b}{a+2b} = \frac{5 \cdot \frac{2}{3}b - 2b}{\frac{2}{3}b + 2b} = \frac{\frac{10-6}{3}b}{\frac{2+6}{3}b} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

【详解】分式运算.

先约分化简. 然后代 $a = \frac{2}{3}b$ 求值. (或设 $a=2k$, $b=3k$ 代入求值)

18. 小王用自驾车方式上班平均每小时行驶 27 千米.

【分析】设小王用自驾车方式上班平均每小时行驶 x 千米，根据已知小王家距上班地点 18 千米. 他用乘公交车的方式平均每小时行驶的路程比他自用自驾车的方式平均每小时行驶的路程的 2 倍还多 9 千米，他从家出发到达上班地点，乘公交车方式所用时间是自驾车方式所用时间的 $\frac{3}{7}$ ，可列方程求解.

【详解】设小王用自驾车方式上班平均每小时行驶 x 千米，

$$\therefore \frac{18}{2x+9} = \frac{3}{7} \times \frac{18}{x},$$

解得 $x=27$,

经检验： $x=27$ 是原方程的解，且符合题意.

答：小王用自驾车方式上班平均每小时行驶 27 千米.

【点睛】 本题考查分式方程的应用，理解题意的能力，关键是以时间做为等量关系，根据乘公交车方式所用时间是自驾车方式所用时间的 $\frac{3}{7}$ 列方程求解.