

2014-2023 北京中考真题数学专项练习

分式章节综合



一、单选题

1. (2019 北京中考真题) 如果 $m+n=1$, 那么代数式 $\left(\frac{2m+n}{m^2-mn} + \frac{1}{m}\right) \cdot (m^2-n^2)$ 的值为 ()
- A. -3 B. -1 C. 1 D. 3
2. (2018 北京中考真题) 如果 $a-b=2\sqrt{3}$, 那么代数式 $\left(\frac{a^2+b^2}{2a} - b\right) \cdot \frac{a}{a-b}$ 的值为
- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$
3. (2017 北京中考真题) 若代数式 $\frac{x}{x-4}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是 ()
- A. $x=0$ B. $x=4$ C. $x \neq 0$ D. $x \neq 4$
4. (2017 北京中考真题) (2017 北京市, 第 7 题, 3 分) 如果 $a^2+2a-1=0$, 那么代数式 $\left(a-\frac{4}{a}\right) \cdot \frac{a^2}{a-2}$ 的值是 ()
- A. -3 B. -1 C. 1 D. 3
5. (2016 北京中考真题) 如果 $a+b=2$, 那么代数 $\left(a-\frac{b^2}{a}\right) \cdot \frac{a}{a-b}$ 的值是 ()
- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

二、填空题

6. (2023 北京中考真题) 方程 $\frac{3}{5x+1} = \frac{1}{2x}$ 的解为_____.
7. (2023 北京中考真题) 若代数式 $\frac{5}{x-2}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.
8. (2022 北京中考真题) 方程 $\frac{2}{x+5} = \frac{1}{x}$ 的解为_____.
9. (2021 北京中考真题) 方程 $\frac{2}{x+3} = \frac{1}{x}$ 的解为_____.
10. (2020 北京中考真题) 若代数式 $\frac{1}{x-7}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.
11. (2019 北京中考真题) 若分式 $\frac{x-1}{x}$ 的值为 0, 则 x 的值为_____.

三、问答题

12. (2023 北京中考真题) 已知 $x+2y-1=0$, 求代数式 $\frac{2x+4y}{x^2+4xy+4y^2}$ 的值.
13. (2015 北京中考真题) 为解决“最后一公里”的交通接驳问题, 北京市投放了大量公租自行车供市民使用. 到 2013 年底, 全市已有公租自行车 25000 辆, 租赁点 600 个. 预计到 2015 年底, 全市将有公租自行车 50000 辆, 并且平均每个租赁点的公租自行车数量是 2013 年成平均每个租赁点的公租自行车数量的 1.2 倍. 预计 2015 年底, 全市将租赁点多少个?

14. (2014 北京中考真题) 列方程或方程组解应用题:

小马自驾私家车从 A 地到 B 地, 驾驶原来的燃油汽车所需油费 108 元, 驾驶新购买的纯电动车所需电费 27 元, 已知每行驶 1 千米, 原来的燃油汽车所需的油费比新购买的纯电动汽车所需的电费多 0.54 元, 求新购买的纯电动汽车每行驶 1 千米所需的电费.

参考答案

1. D

【分析】原式化简后，约分得到最简结果，把已知等式代入计算即可求出值.

$$\begin{aligned}\text{【详解】解：原式} &= \left(\frac{2m+n}{m^2-mn} + \frac{1}{m} \right) \cdot (m^2-n^2) \\ &= \left[\frac{2m+n}{m(m-n)} + \frac{m-n}{m(m-n)} \right] \cdot (m+n)(m-n) \\ &= \frac{3m}{m(m-n)} \cdot (m+n)(m-n) = 3(m+n)\end{aligned}$$

$$\because m+n=1$$

$\therefore$ 原式=3，故选 D.

【点睛】此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

2. A

【详解】分析：根据分式混合运算的法则进行化简，再把 $a-b=2\sqrt{3}$ 整体代入即可.

$$\text{详解：原式} = \frac{a^2+b^2-2ab}{2a} \cdot \frac{a}{a-b} = \frac{(a-b)^2}{2a} \cdot \frac{a}{a-b} = \frac{a-b}{2},$$

$$\because a-b=2\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{原式} = \sqrt{3}.$$

故选 A.

点睛：考查分式的化简求值，熟练掌握分式混合运算的法则是解题的关键.

3. D

【详解】由分式有意义的条件:分母不为0，即 $x-4 \neq 0$ ，解得 $x \neq 4$ ，

故选 D.

4. C

【详解】原式 $= \frac{a^2-4}{a} \cdot \frac{a^2}{a-2} = a(a+2) = a^2+2a$ ，当 $a^2+2a-1=0$ 时， $a^2+2a=1$ ，故选 C.

5. A

【分析】原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，约分得到最简结果，把已知等式代入计算即可求出值.

【详解】解： $\because a+b=2$,

$$\therefore \text{原式} = \frac{a^2-b^2}{a} \cdot \frac{a}{a-b}$$

$$= \frac{(a+b)(a-b)}{a} \cdot \frac{a}{a-b}$$

$$= a+b$$

$$= 2.$$

故选 A.

【点睛】此题考查了分式的化简求值，将原式进行正确的化简是解本题的关键.

6. $x=1$

【分析】方程两边同时乘以 $2x(5x+1)$ 化为整式方程，解整式方程即可，最后要检验.

【详解】解：方程两边同时乘以 $2x(5x+1)$ ，得 $6x=5x+1$ ，

解得： $x=1$ ，

经检验， $x=1$ 是原方程的解，

故答案为： $x=1$.

【点睛】本题考查了解分式方程，熟练掌握解分式方程的步骤是解题的关键.

7. $x \neq 2$

【分析】根据分式有意义的条件列不等式求解即可.

【详解】解：若代数式 $\frac{5}{x-2}$ 有意义，则 $x-2 \neq 0$ ，

解得： $x \neq 2$ ，

故答案为： $x \neq 2$.

【点睛】本题考查了分式有意义的条件，熟知分式有意义，分母不为零是解题的关键.

8. $x=5$

【分析】观察可得最简公分母是 $x(x+5)$ ，方程两边乘最简公分母，可以把分式方程转化为整式方程求解，再进行检验即可得解.

【详解】解： $\frac{2}{x+5} = \frac{1}{x}$

方程的两边同乘 $x(x+5)$ ，得： $2x=x+5$ ，解得： $x=5$ ，经检验：把 $x=5$ 代入 $x(x+5)=50 \neq 0$.

故答案为： $x=5$.

【点睛】此题考查了分式方程的求解方法，注意掌握转化思想的应用，注意解分式方程一定要验根.

9. $x=3$

【分析】根据分式方程的解法可直接进行求解.

【详解】解： $\frac{2}{x+3} = \frac{1}{x}$

$2x=x+3$ ，

$\therefore x=3$ ，

经检验： $x=3$ 是原方程的解.

故答案为： $x=3$.

【点睛】本题主要考查分式方程的解法，熟练掌握分式方程的解法是解题的关键.

10. $x \neq 7$

【分析】根据分式有意义的条件列出不等式，解不等式即可.

【详解】 $\because$ 代数式 $\frac{1}{x-7}$ 有意义，分母不能为 0，可得 $x-7 \neq 0$ ，即 $x \neq 7$ ，

故答案为： $x \neq 7$ ．

【点睛】本题考查的是分式有意义的条件，掌握分式分母不为 0 是解题的关键．

11. 1

【分析】根据分式的值为零的条件即可得出．

【详解】解： $\because$ 分式 $\frac{x-1}{x}$ 的值为 0，

$\therefore x-1=0$ 且 $x \neq 0$ ，

$\therefore x=1$ ．

故答案为 1．

【点睛】本题考查了分式的值为零的条件：当分式的分母不为零，分子为零时，分式的值为零．

12. 2

【分析】先将分式进行化简，再将 $x+2y-1=0$ 变形整体代入化简好的分式计算即可．

【详解】解：原式 $= \frac{2(x+2y)}{(x+2y)^2} = \frac{2}{x+2y}$ ，

由 $x+2y-1=0$ 可得 $x+2y=1$ ，

将 $x+2y=1$ 代入原式可得，原式 $= \frac{2}{1} = 2$ ．

【点睛】本题考查了分式的化简求值，注意整体代入思想的应用．

13. 预计到 2015 年底，全市将有租赁点 1000 个

【分析】设 2015 年底全市租赁点有 x 个．根据“2013 年底平均每个租赁点的公租房数量的 1.2 倍．”列方程，解方程即可得出答案．

【详解】解：设 2015 年底全市租赁点有 x 个．

$$\frac{50000}{x} = 1.2 \times \frac{25000}{600},$$

解得： $x=1000$ ，

经检验： $x=1000$ 是原方程的解，且符合实际情况．

答：预计到 2015 年底，全市将有租赁点 1000 个．

【点睛】本题主要考查了分式方程的应用，明确题意，准确得到等量关系是解题的关键．

14. 纯电动车行驶一公里所需电费为 0.18 元

【详解】试题分析：此题的等量关系是：A 地到 B 地的路程是不变的，

即：
$$\frac{108}{\text{燃油汽车每公里所需的油费}} = \frac{27}{\text{纯电动汽车每公里所需的电费}}$$

试题解析：设新购买的纯电动汽车每行驶一公里所需电费为 x 元．

由题意得：
$$\frac{108}{x+0.54} = \frac{27}{x}$$

解得： $x=0.18$

经检验 0.18 为原方程的解

答:纯电动车行驶一千米所需电费为 0.18 元.

考点：分式方程的应用