

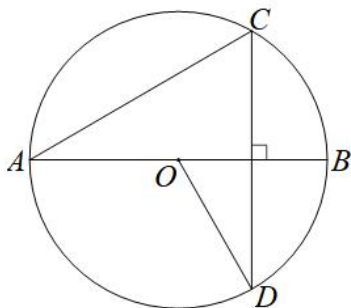
2018-2022 北京中考真题数学专项练习

圆解答题（第 24 题）



一、解答题

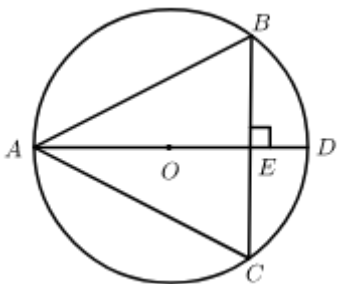
1. (2022·北京·统考中考真题) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 是 $\odot O$ 的一条弦, $AB \perp CD$, 连接 AC, OD .



(1) 求证: $\angle BOD = 2\angle A$;

(2) 连接 DB , 过点 C 作 $CE \perp DB$, 交 DB 的延长线于点 E , 延长 DO , 交 AC 于点 F , 若 F 为 AC 的中点, 求证: 直线 CE 为 $\odot O$ 的切线.

2. (2021·北京·统考中考真题) 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AD 是 $\odot O$ 的直径, $AD \perp BC$ 于点 E .



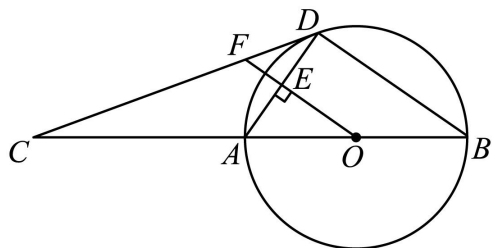
(1) 求证: $\angle BAD = \angle CAD$;

(2) 连接 BO 并延长, 交 AC 于点 F , 交 $\odot O$ 于点 G , 连接 GC . 若 $\odot O$ 的半径为 5, $OE = 3$, 求 GC 和 OF 的长.

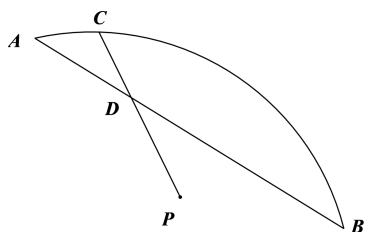
3. (2020·北京·统考中考真题) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 为 BA 延长线上一点, CD 是 $\odot O$ 的切线, D 为切点, $OF \perp AD$ 于点 E , 交 CD 于点 F .

(1) 求证: $\angle ADC = \angle AOF$;

(2) 若 $\sin C = \frac{1}{3}$, $BD = 8$, 求 EF 的长.



4. (2019·北京·中考真题) 如图, P 是 $\widehat{AB}$ 与弦 AB 所围成的图形的外部的一定点, C 是 $\widehat{AB}$ 上一动点, 连接 PC 交弦 AB 于点 D .



小腾根据学习函数的经验，对线段 PC，PD，AD 的长度之间的关系进行了探究.

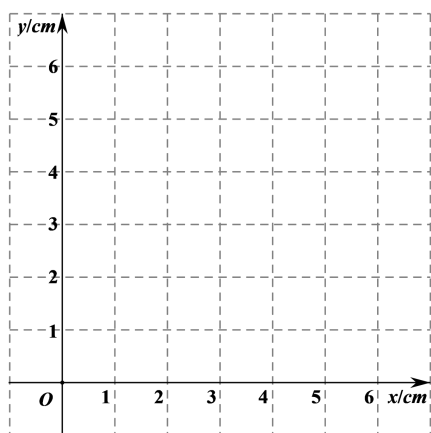
下面是小腾的探究过程，请补充完整：

(1) 对于点 C 在 $\widehat{AB}$ 上的不同位置，画图、测量，得到了线段 PC，PD，AD 的长度的几组值，如下表：

	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置 7	位置 8
PC/cm	3.44	3.30	3.07	2.70	2.25	2.25	2.64	2.83
PD/cm	3.44	2.69	2.00	1.36	0.96	1.13	2.00	2.83
AD/cm	0.00	0.78	1.54	2.30	3.01	4.00	5.11	6.00

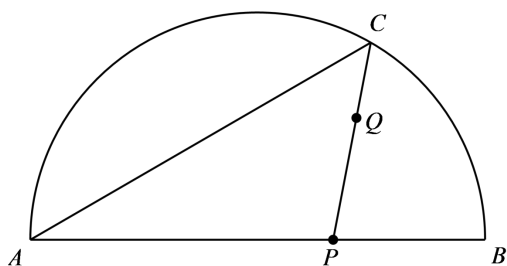
在 PC，PD，AD 的长度这三个量中，确定_____的长度是自变量，_____的长度和_____的长度都是这个自变量的函数；

(2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中，画出 (1) 中所确定的函数的图象；



(3) 结合函数图象，解决问题：当 $PC=2PD$ 时，AD 的长度约为_____cm.

5. (2018·北京·统考中考真题) 如图，Q 是 $\widehat{AB}$ 与弦 AB 所围成的图形的内部的一定点，P 是弦 AB 上一动点，连接 PQ 并延长交 $\widehat{AB}$ 于点 C，连接 AC. 已知 $AB=6\text{cm}$ ，设 A，P 两点间的距离为 $x\text{ cm}$ ，P，C 两点间的距离为 $y_1\text{ cm}$ ，A，C 两点间的距离为 $y_2\text{ cm}$.



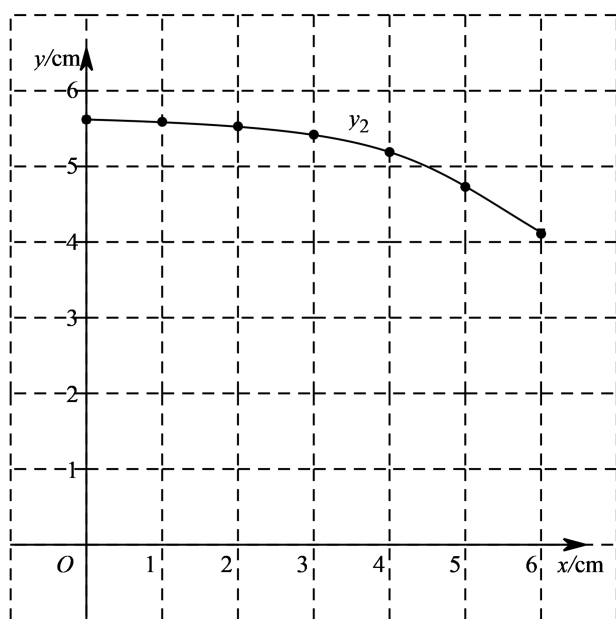
小腾根据学习函数的经验，分别对函数 y_1 ， y_2 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小腾的探究过程，请补充完整：

(1) 按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量，分别得到了 y_1 ， y_2 与 x 的几组对应值；

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1/cm	5.62	4.62	3.76		2.65	3.18	4.37
y_2/cm	5.62	5.59	5.53	5.42	5.19	4.73	4.17

(2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中，描出补全后的表中各组数值所对应的点 (x, y_1) ， (x, y_2) ，并画出函数 y_1 ， y_2 的图象；



(3) 结合函数图象，解决问题：当 $\triangle APC$ 为等腰三角形时， AP 的长度约为 ____ cm .

参考答案

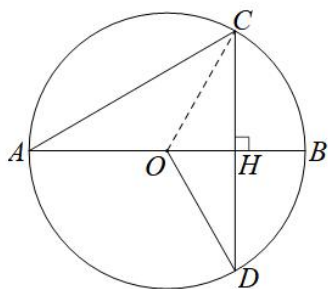
1. (1)答案见解析

(2)答案见解析

【分析】(1) 设 AB 交 CD 于点 H ，连接 OC ，证明 $\text{Rt}\triangle COH \cong \text{Rt}\triangle DOH$ ，故可得 $\angle COH = \angle DOH$ ，于是 $\widehat{BC} = \widehat{BD}$ ，即可得到 $\angle BOD = 2\angle A$ ；

(2) 连接 AD ，解出 $\angle COB = 60^\circ$ ，根据 AB 为直径得到 $\angle ADB = 90^\circ$ ，进而得到 $\angle ABD = 60^\circ$ ，即可证明 $OC \parallel DB$ ，故可证明直线 CE 为 $\odot O$ 的切线.

【详解】(1) 证明：设 AB 交 CD 于点 H ，连接 OC ，



由题可知，

$$\therefore OC = OD, \quad \angle OHC = \angle OHD = 90^\circ,$$

$$\therefore OH = OH,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle COH \cong \text{Rt}\triangle DOH (\text{HL}),$$

$$\therefore \angle COH = \angle DOH,$$

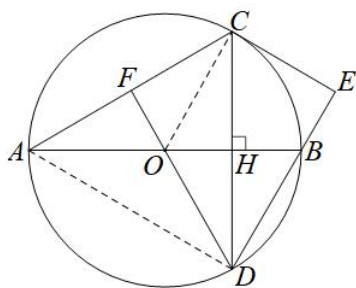
$$\therefore \widehat{BC} = \widehat{BD},$$

$$\therefore \angle COB = \angle BOD,$$

$$\therefore \angle COB = 2\angle A,$$

$$\therefore \angle BOD = 2\angle A;$$

(2) 证明：



连接 AD ，

$$\therefore OA = OD,$$

$$\therefore \angle OAD = \angle ODA,$$

同理可得： $\angle OAC = \angle OCA, \angle OCD = \angle ODC$ ，

$\therefore$ 点 H 是 CD 的中点，点 F 是 AC 的中点，

$$\therefore \frac{OA}{CG} = \frac{OF}{GF},$$

$$\because OE = 3,$$

$$\therefore CG = 6,$$

$$\because \odot O \text{ 的半径为 } 5,$$

$$\therefore OA = OG = 5,$$

$$\therefore \frac{5}{6} = \frac{OF}{GF},$$

$$\therefore OF = \frac{5}{11} OG = \frac{25}{11}.$$

【点睛】本题主要考查垂径定理、三角形中位线及相似三角形的性质与判定，熟练掌握垂径定理、三角形中位线及相似三角形的性质与判定是解题的关键。

3. (1) 见解析；(2) 2.

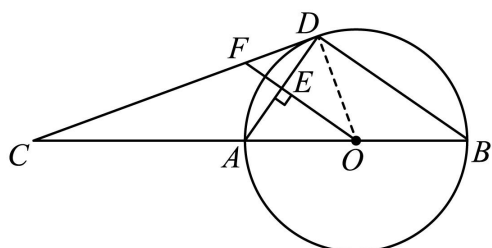
【分析】(1) 连接 OD，根据 CD 是 $\odot O$ 的切线，可推出 $\angle ADC + \angle ODA = 90^\circ$ ，根据 $OF \perp AD$ ， $\angle AOF + \angle DAO = 90^\circ$ ，根据 $OD = OA$ ，可得 $\angle ODA = \angle DAO$ ，即可证明；

(2) 设半径为 r ，根据在 $Rt\triangle OCD$ 中， $\sin C = \frac{1}{3}$ ，可得 $OD = r$ ， $OC = 3r$ ， $AC = 2r$ ，由 AB 为 $\odot O$ 的直径，

得出 $\angle ADB = 90^\circ$ ，再根据推出 $OF \perp AD$ ， $OF \parallel BD$ ，然后由平行线分线段成比例定理可得 $\frac{OE}{BD} = \frac{OA}{AB} = \frac{1}{2}$ ，求

出 OE， $\frac{OF}{BD} = \frac{OC}{BC} = \frac{3}{4}$ ，求出 OF，即可求出 EF.

【详解】(1) 证明：连接 OD，



$\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore OD \perp CD$ ，

$\therefore \angle ADC + \angle ODA = 90^\circ$ ，

$\because OF \perp AD$ ，

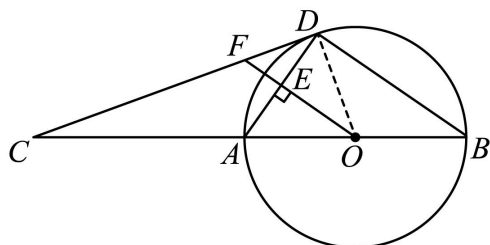
$\therefore \angle AOF + \angle DAO = 90^\circ$ ，

$\because OD = OA$ ，

$\therefore \angle ODA = \angle DAO$ ，

$\therefore \angle ADC = \angle AOF$ ；

(2) 设半径为 r ，



在 $\text{Rt}\triangle OCD$ 中, $\sin C = \frac{1}{3}$,

$$\therefore \frac{OD}{OC} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore OD = r, OC = 3r,$$

$$\because OA = r,$$

$$\therefore AC = OC - OA = 2r,$$

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

又 $\because OF \perp AD$,

$$\therefore OF \parallel BD,$$

$$\therefore \frac{OE}{BD} = \frac{OA}{AB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore OE = 4,$$

$$\therefore \frac{OF}{BD} = \frac{OC}{BC} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore OF = 6,$$

$$\therefore EF = OF - OE = 2.$$

【点睛】 本题考查了平行线分线段成比例定理, 锐角三角函数, 切线的性质, 直径所对的圆周角是 90° , 灵活运用知识点是解题关键.

4. (1) AD, PC, PD; (2) 如图所示, 见解析; (3) 2.29 或 3.98

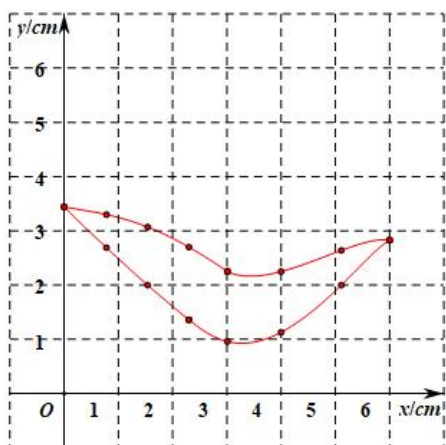
【分析】 (1) 根据表格中的数据分析即可得出;

(2) 根据表格数据在坐标系中描点、连线即可,

(3) 根据图形观察结合表中数据即可得出

【详解】 (1) AD, PC, PD;

(2) 如图所示,



(3) 2.29 或 3.98

【点睛】 本题考查了函数和函数的图象，根据表格画出函数图象，得出相应的信息是解题的关键

5. (1) 3.00; (2) 作图见解析; (3) 3.00 或 4.83 或 5.88.

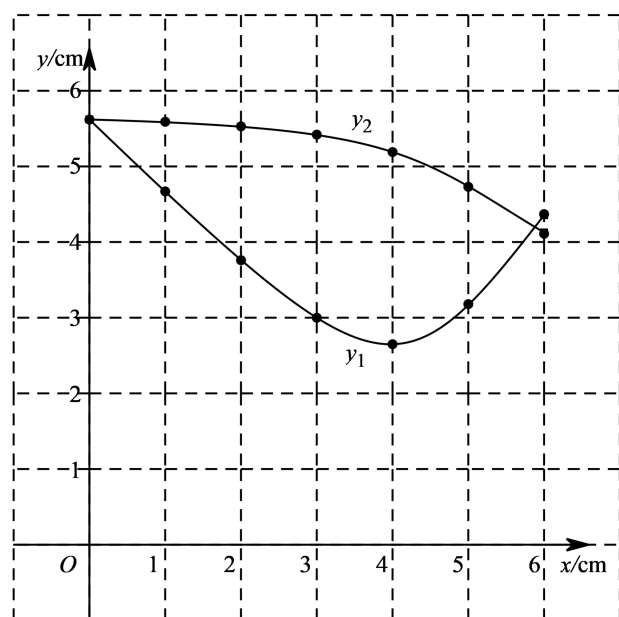
【分析】 (1) 当 $x=3$ 时, PC 即为圆的半径.

(2) 根据 (1) 中的图表, 描点, 连线即可.

(3) 根据等腰三角形的性质, 结合函数图象进行回答即可.

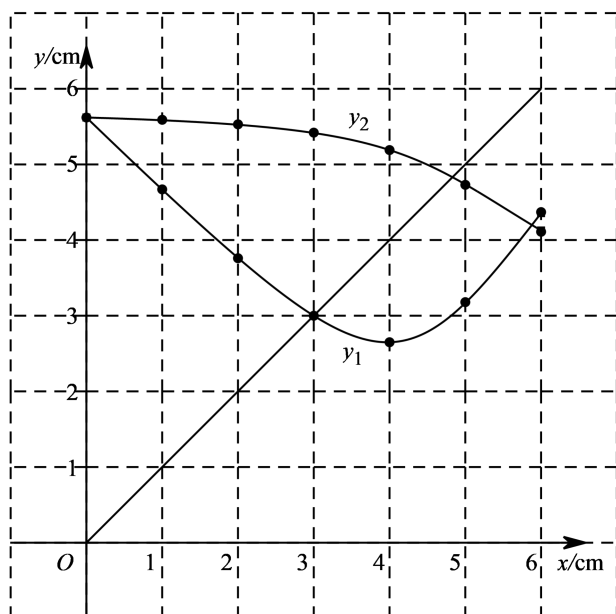
【详解】 解: (1) 3.00

(2) 如下图所示:



(3) 3.00 或 4.83 或 5.88.

如下图所示, 函数图象的交点的横坐标即为所求.



【点睛】考查动点产生的函数图象问题，函数探究,圆的性质，等腰三角形的性质等，熟练掌握函数图象以及性质是解题的关键.