八年级数学

2025.06

考生须知	1. 本试卷共8页，满分100分。考试时间90分钟。 2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和考试号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、作图题用2B铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束，将本试卷和答题卡一并交回。

密封线内不要答题

第一部分 选择题

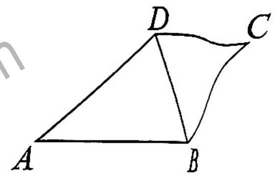
一、选择题（本题共24分，每小题3分）

第1－8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 函数 $y=\sqrt{x-1}$ 中，自变量 x 的取值范围是

(A) $x\geqslant 1$　　(B) $x>1$　　(C) $x\leqslant 1$　　(D) $x\neq 1$

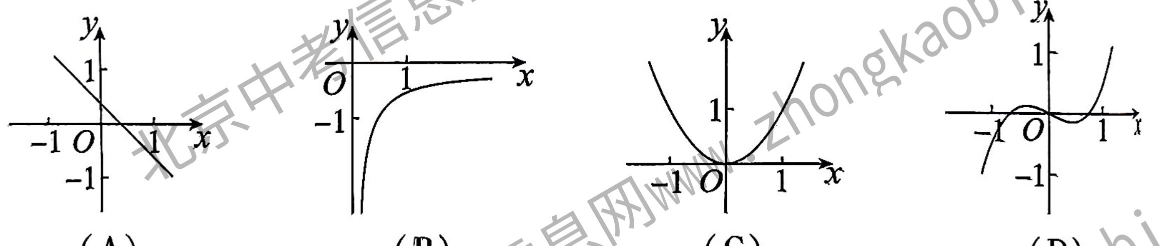
2. 如图，在▱$ABCD$ 中，BD 平分 $\angle ABC$. 若 $\angle ABD=70^\circ$，则 $\angle C$ 的大小为



(A) 40°　　(B) 60°

(C) 70°　　(D) 140°

3. 下列函数图象中，y 随 x 的增大而增大的是



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

4. 下列计算正确的是

(A) $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$　　(B) $3\sqrt{2}-\sqrt{2}=3$　　(C) $\sqrt{8}\times\sqrt{2}=4$　　(D) $\sqrt{8}\div\sqrt{2}=\sqrt{6}$

5. $\triangle ABC$ 中，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 的对边分别是 a，b，c，下列条件中，不能判定 $\triangle ABC$ 是直角三角形的是

(A) $\angle A+\angle B=90^\circ$　　(B) $\angle A:\angle B:\angle C=1:2:3$

(C) $a=1,b=1,c=\sqrt{2}$　　(D) $a=\sqrt{3},b=2,c=\sqrt{5}$

6. 某校合唱比赛，共有六位评委现场打分，去掉一个最高分和一个最低分后的 4 个有效分数与 6 个原始分数相比，一定不变的统计量是

(A) 平均数　　(B) 众数　　(C) 中位数　　(D) 方差

7. 下列变量之间关系中，一个变量是另一个变量的正比例函数的是

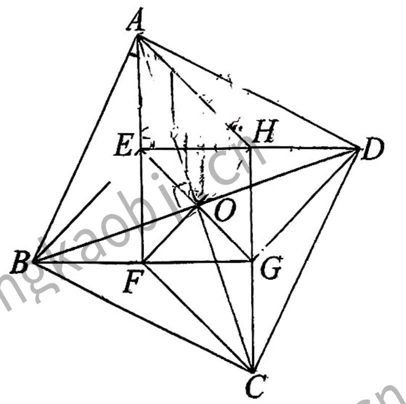
(A) 正方形的面积 S 随着边长 x 的变化而变化

(B) 圆的周长 C 随着半径 r 的变化而变化

(C) 面积为 20 的三角形的一边 a，随着这边上的高 h 的变化而变化

(D) 矩形的一边长为 a，比它的邻边短 2．矩形的周长 l 随着边长 a 的变化而变化

8. 如图，将四个全等的直角三角形 $\triangle ABF$，$\triangle BCG$，$\triangle CDH$，$\triangle DAE$ 围成大正方形 $ABCD$，中间是小正方形 $EFGH$. 连接大、小正方形的对角线均交于点 O，连接 AH，BE，CF，DG. 若 $DE=2AE$，下面三个结论：



① $AH=2OH$；

② $\angle BAE=\angle OAH$；

③ $S_{正方形ABCD}=10S_{\triangle AOH}$（$S$ 表示图形的面积）.

其中所有正确结论的序号是

(A) ①②　　(B) ①③　　(C) ②③　　(D) ①②③

第二部分　非选择题

二、填空题（本题共 18 分，第 9 – 13，15 题，每小题 2 分，第 14，16 题，每小题 3 分）

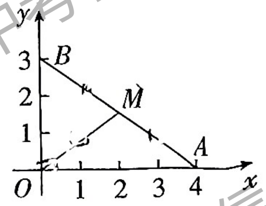
9. $(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)=$________.

10. 在平面直角标系 xOy 中，将直线 $y=3x$ 向下平移 1 个单位长度后，得到的直线解析式为________

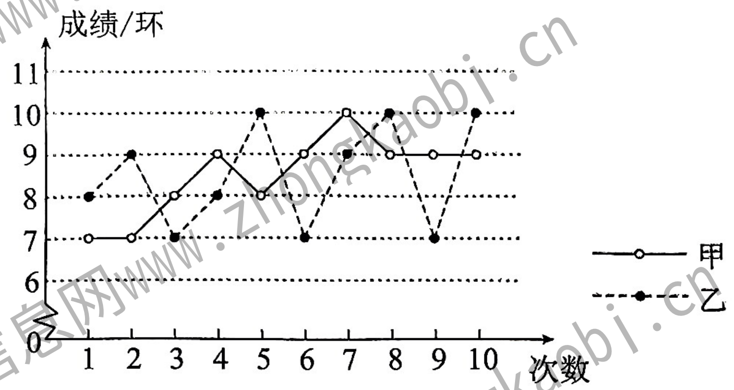
11. 写出一个使式子“$\sqrt{a^2}=-a$”成立的 a 的值，这个值可以是________

12. 在平面直角标系 xOy 中，直线 $y=kx+1(k\neq 0)$ 经过第一、二、三象限，写出一个满足题意的 k 的值________.

13. 如图，在平面直角标系 xOy 中，点 A 的坐标为 $(4,0)$，点 B 的坐标为 $(0,3)$，若点 M 为线段 AB 的中点，则线段 OM 的长为______.



14. 如图是甲、乙两射击运动员的 10 次射击训练成绩的折线统计图. 观察图形，甲、乙这 10 次射击训练成绩的方差 $s^2_{甲}$______$s^2_{乙}$（填“ > ”，“ < ”或“ = ”），可知射击成绩更稳定的运动员是______（填“甲”或“乙”）.



15. 图 1 是一种常见的倾斜式停车位. 将其中一个停车位抽象成▱$ABCD$，车辆停放区域的轮廓近似看成矩形 $EBFD$，如图 2 所示. 已知 $\angle A=45°$，$AB=7$ m，$BC=3.5$ m. 现有一辆长 4.8 m，宽 1.8 m 的轿车，______（填“能”或“不能”）完全停入矩形 $EBFD$ 内.（参考数值：$\sqrt{2}\approx1.4$，$\sqrt{3}\approx1.7$）

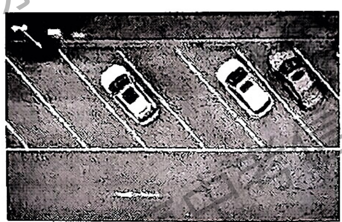


图 1

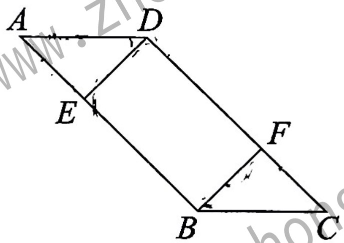


图 2

16. 某工厂安排 80 名工人在规定时段内全部参与加工 A，B，C 三种零件. 在该时段内，每名工人只能加工 A 零件 2 件，或 B 零件 1 件，或 C 零件 4 件. 工厂要求加工 A 零件的总数至少 8 件、B 零件的总数至少 11 件，C 零件和 A 零件的总数相等. 若加工 A 零件总数不超过 20 件时，每件获利 360 元，超过 20 件时，超过的部分每件少获利 30 元；加工 B 零件每件获利 700 元；加工 C 零件每件获利 180 元.

（1）当安排 2 名工人加工 C 零件时，安排加工 B 零件的工人人数为______；

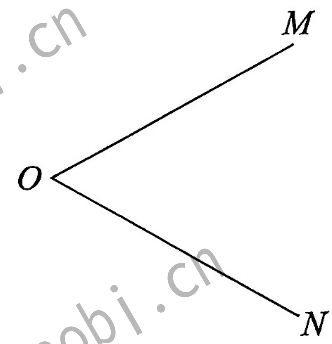
（2）当安排______名工人加工 C 零件时，在规定时段内工厂获利最大，最大利润为______元.

三、解答题（本题共 58 分，第 17，19，20，23 题，每小题 5 分，第 18，21，22，24 题，每小题 6 分，第 25，26 题，每小题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$\sqrt{12}-6\sqrt{\frac{1}{3}}+\sqrt{18}+(\frac{1}{2})^0$.

18. 已知：如图，$\angle MON$.



求作：$\angle MON$ 的平分线.

作法：①以点 O 为圆心，任意长为半径作弧，分别交 $\angle MON$ 的两边于点 A,B；

②分别以点 A,B 为圆心，OA 的长为半径作弧，两弧交于点 P（不与点 O 重合）；

③作射线 OP.

射线 OP 即为所求.

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：连接 AP,BP.

$\because OA=OB=$ ________ $=$ ________，

$\therefore$ 四边形 $OAPB$ 是________（________________）（填推理的依据）.

$\therefore$ 射线 OP 是 $\angle MON$ 的平分线（________________）（填推理的依据）.

19. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=x-3$ 的图象与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B.

（1）求 A,B 两点的坐标；

（2）画出一次函数 $y=x-3$ 的图象；

（3）当 x ________时，$y>0$.

密 封 线 内 不 要 答 题

20. “勾股容方”记载于《九章算术》，研究了直角三角形的直角边和与它具有公共直角的内接正方形的边长之间的数量关系. 与直角三角形具有公共直角的内接正方形指的是如图 1 所示的正方形，它的一个顶点和直角顶点重合，另外三个顶点在三条边上. 数学家刘徽根据图 2、图 3 用出入相补原理证明了“勾股容方”公式：$x=\frac{ab}{a+b}$，其中 a，b 是直角三角形的直角边，x 是内接正方形的边长.

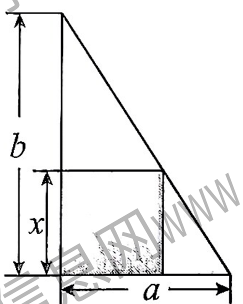


图 1

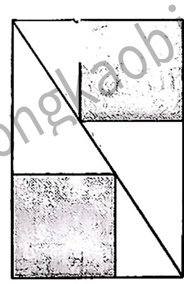


图 2

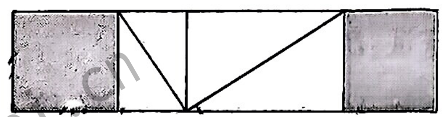


图 3

补全证明过程（用含 a，b 或 x 的式子表示）：

证明：(1) 图 2 是由两个图 1 拼成的矩形（无缝隙、不重叠），则这个矩形的面积为________；

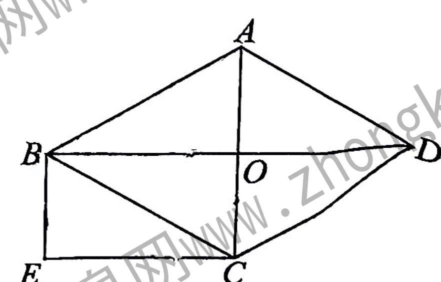
(2) 图 3 是由图 2 中的直角三角形及正方形重新组合拼成的新矩形（无缝隙、不重叠），则新矩形的一边长为 x，另一边长为________，面积为________；

(3) 因为图 2 和图 3 中的矩形面积相等，即________ = ________，从而得到“勾股容方”公式：$x=\frac{ab}{a+b}$.

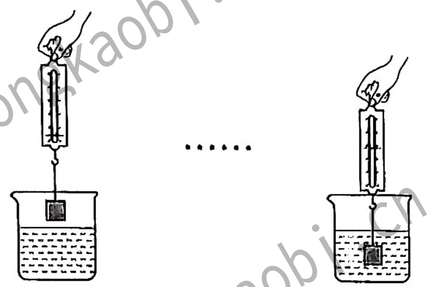
21. 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，$BE /\!/ AC$，$EC /\!/ BD$.

(1) 求证：四边形 $BECO$ 是矩形；

(2) 连接 AE. 若 $\angle ABC=60^\circ$，$AB=2$，求 AE 的长.



22. 小明利用数学知识研究浮力的相关问题时，进行了如下操作：将用弹簧测力计悬挂的圆柱体，先置于盛有某种液体的烧杯液面上方，然后缓慢下降，浸入液体中不同深度，如下图所示.

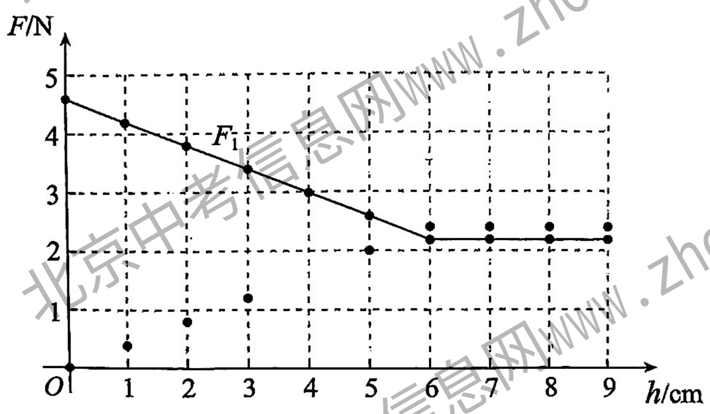


在这个过程中，小明记录了圆柱体下表面浸入液体的深度 h（单位：cm）与弹簧测力计读数 F_1（单位：N）的部分数据，并计算出圆柱体所受浮力 F_2（单位：N），如下表：

h(cm)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F_1(N)	4.6	4.2	3.8	3.4	3.0	2.6	2.2	2.2	2.2	2.2
F_2(N)	0	0.4	0.8	1.2	a	2.0	2.4	2.4	2.4	2.4

（1）表中 a 的值为______；

（2）在同一平面直角坐标系中，描出补全后的表中各组数值对应的点 (h, F_1)，(h, F_2)，并画出 F_1，F_2 的图象；



（3）结合以上数据和函数图象，解决下列问题：

①圆柱体下降的过程中，完全浸入前，随着浸入深度 h 的增大，所受浮力 F_2______（填“增大”、“减小”或“不变”）；完全浸入后，随着浸入深度 h 的增大，所受浮力 F_2______（填“增大”、“减小”或“不变”）；

②当弹簧测力计读数 F_1 与圆柱体所受浮力 F_2 大小相等时，圆柱体下表面浸入液体的深度 h 约为______cm（结果保留小数点后一位）.

23. 某中学组织八年级学生开展了红色研学活动，包含甲、乙两条线路，每名学生选择其中一条线路自愿参与. 为了解学生对研学的满意程度，学校分别从参加甲、乙两条线路研学的学生中各随机抽取 30 人 进行了问卷调研，按百分制评分（均为整数），对数据进行整理、描述和分析. 下面给出了部分信息：

a. 甲、乙线路评分的频数分布表：

评分分组	$90\leqslant x\leqslant 100$	$80\leqslant x<90$	$70\leqslant x<80$	$60\leqslant x<70$
甲线路评分频数	7	m	3	0
乙线路评分频数	9	18	2	1

（说明：当 $90\leqslant x\leqslant 100$ 时，非常满意；当 $80\leqslant x<90$ 时，比较满意；当 $70\leqslant x<80$ 时，不太满意；当 $60\leqslant x<70$ 时，非常不满意）

b. 乙线路在 $80\leqslant x<90$ 的评分：

89，88，87，87，87，87，85，85，84，83，83，82，82，81，81，80，80，80

c. 甲、乙线路评分的平均数、中位数、众数、方差如下：

	平均数	中位数	众数	方差
甲线路评分	85.4	85	85	27.9
乙线路评分	85.1		87	40.1

根据以上信息，回答下列问题：

（1）表中 $m=$________，$n=$________；

（2）此次调研分别从课程策划、实践体验、服务保障三个方面按照 3:5:2 的比确定评分. 某位学生对这三方面的评分分别是 93，84，77，他对此次研学的评价是________（填“非常满意”“比较满意”、“不太满意”或“非常不满意”）；

（3）学校计划在两条线路中选择一条作为七年级红色研学线路，请你结合调研数据给出建议：选择________（填“甲”或“乙”）线路，理由是________.

24. 在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=-x+b$ 与 $y=2x+2$ 的图象交于点 $(a,2)$.

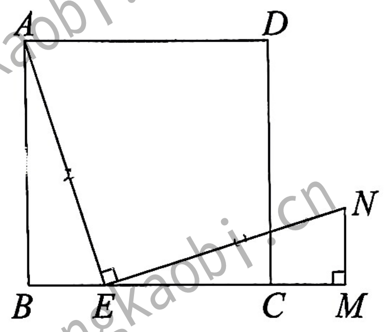
(1)求 a,b 的值；

(2)当 $x>1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=mx(m\neq0)$ 的值小于函数 $y=2x+2$ 的值，且大于函数 $y=-x+b$ 的值，直接写出 m 的取值范围.

25. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 是线段 BC 上的一点（不与点 B 重合），$AE\perp EN$ 于点 E，且 $AE=EN$，$NM\perp BC$ 交 BC 的延长线于点 M.

(1)求证：$BE=MN$；

(2)连接 AC,BD 交于点 O，连接 OE,DN，用等式表示 OE 与 DN 的数量关系，并证明.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $Q(a,b)$ 和过点 Q 垂直于 x 轴的直线 l. 对于点 P 和图形 W，给出如下定义：将点 P 关于直线 l 的对称点向上（$b\geqslant0$）或向下（$b<0$）平移 $|b|$ 个单位长度，得到点 P'，若点 P' 在图形 W 上，则称点 P 是图形 W 关于点 Q 的"关联点".

(1)已知点 $A(1,0)$，$B(1,1)$，$C(0,1)$ 和点 $Q(1,2)$.

①在点 $P_1(2,-1)$，$P_2(\frac{3}{2},-2)$，$P_3(1,-3)$ 中，正方形 $OABC$ 关于点 Q 的"关联点"是________；

②若点 D 是正方形 $OABC$ 关于点 Q 的"关联点"，直接写出 OD 长的最大值；

(2)已知点 $E(t,0)$，$F(t+1,0)$，$G(t+1,1)$，$H(t,1)$ 和点 $Q(-t+1,-t+2)$. 若存在点 P 是正方形 $EFGH$ 关于点 Q 的"关联点"，使得 $\triangle POQ$ 是以点 O 为直角顶点的等腰直角三角形，直接写出 t 的取值范围.