

九年级数学

2026.01

学校_____

姓名_____

准考证号_____

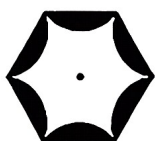
注	1. 本试卷共 8 页，共两部分，28 道题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
意	2. 在试卷和答题纸上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
事	3. 试题答案一律填涂或书写在答题纸上，在试卷上作答无效。
项	4. 在答题纸上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他题用黑色字迹签字笔作答。

第一部分 选择题

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 选择不同的旋转中心和旋转角转动同一个图案，可以产生不同的效果。下列四个图案均由同一个图案“”利用旋转设计得到，其中是中心对称图形的是



A



B



C



D

2. 不透明的盒子中有 5 个形状、大小、质地等完全相同的小球，上面分别写着数字 1, 2, 3, 4, 5. 随机从盒子中摸出一个小球，摸出的小球上面的数字是奇数的概率是

A. $\frac{1}{5}$

B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

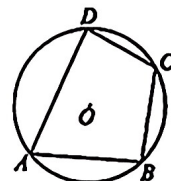
3. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，若 $\angle C = 110^\circ$ ，则 $\angle A$ 的大小为

A. 90°

B. 80°

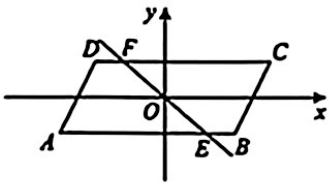
C. 70°

D. 60°



4. 在平面直角坐标系 xOy 中，将抛物线 $y = 2x^2$ 向右平移 1 个单位长度，得到的抛物线的表达式是
- A. $y = 2(x+1)^2$ B. $y = 2(x-1)^2$ C. $y = 2x^2 + 1$ D. $y = 2x^2 - 1$

5. 用 20 m 长的绳子围成一个面积为 16 m^2 的矩形. 设矩形的一边长为 $x \text{ m}$, 根据题意可列方程为
 A. $x(10-x)=16$ B. $x(10-x)=8$ C. $x(20-x)=16$ D. $x(20-x)=32$
6. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $\square ABCD$ 的对角线交于点 O , 过点 O 的直线分别与边 AB , CD 交于点 E, F , 若点 E 的坐标为 (a, b) , 则点 F 的坐标为
 A. (a, b) B. $(-a, b)$
 C. $(a, -b)$ D. $(-a, -b)$

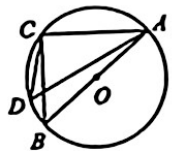


7. 已知 $\odot O$ 的半径为 5, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $\angle C=30^\circ$, 则 AB 的长为
 A. $\frac{5}{2}$ B. 5 C. $5\sqrt{3}$ D. 10
8. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知 $\odot M$ 的圆心在直线 $y=\frac{1}{2}x+2$ 上, 给出下列三个结论:
 ① 同时与 x 轴和 y 轴相切的 $\odot M$ 有 2 个;
 ② 若 $\odot M$ 经过原点 O , 则 $\odot M$ 的面积的最小值为 4π ;
 ③ 若 $\odot M$ 经过点 $(0, 2)$, 则点 $(1, 0)$ 一定在 $\odot M$ 外.
 其中正确结论的个数是
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

第二部分 非选择题

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 二次函数 $y=(x-2)^2+1$ 的最小值为 _____.
10. 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2-4x+1=0$ ($a \neq 0$) 有两个相等的实数根, 则实数 a 的值为 _____.
11. 如图, 点 C, D 在以 AB 为直径的 $\odot O$ 上, 若 $\angle D=50^\circ$, 则 $\angle CAB$ 的大小为 _____°.

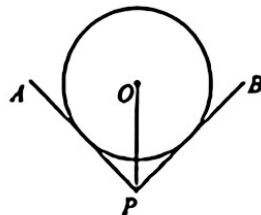


12. 小明遇到下面的问题: 在一个平面上画一组间距为 4 cm 的平行线, 将一根长度为 3 cm 的针随机投掷在这个平面上, 试估计针与直线相交的概率. 小明结合信息课中人工智能的相关知识, 利用某智能体模型做了模拟试验, 试验结果如下表:

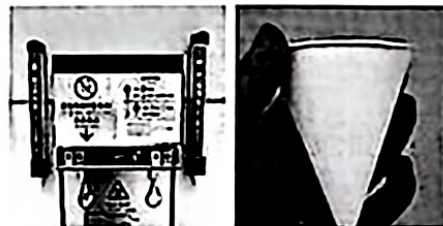
试验次数 n	50	100	200	300	500	1000	2000	4000
相交频数 m	26	45	93	144	242	481	955	1916
相交频率 $\frac{m}{n}$	0.520	0.450	0.465	0.480	0.484	0.481	0.478	0.479

根据表中的数据, 估计针与直线相交的概率为 _____ (精确到 0.01).

13. 如图, 过 $\odot O$ 外一点 P 作 $\odot O$ 的两条切线 PA , PB , 若 $\odot O$ 的半径为 25, $\angle APB = 90^\circ$, 则 PO 的长为_____.



14. 如图, 某公共场所为游客提供的一次性饮水纸杯可视为圆锥. 如果该圆锥底面半径为 3 cm, 母线长为 9 cm, 则该圆锥侧面展开图的圆心角的大小为_____°.



15. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(-1, 1)$, $B(2, 1)$, 若抛物线 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 与线段 AB 有公共点, 则 a 的取值范围是_____.
16. 某农业科技公司培育了 15 个农作物新品种, 按其评估价值由低到高标注为 1 号至 15 号, 并交由三个苗圃基地试种这些农作物新品种, 每个苗圃基地种植 5 个. 将每个苗圃基地种植的农作物新品种的最大标号与最小标号之和称为“综合培育价值指数”.
- (1) 若其中一个苗圃基地种植农作物新品种的“综合培育价值指数”为 7, 则该苗圃基地可选择的不同种植方案有_____种;
- (2) 这三个苗圃基地种植的农作物新品种的“综合培育价值指数”之和的最大值是_____.

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27-28 题, 每小题 7 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解方程: $x^2 + 4x - 1 = 0$.
18. 已知 $x = 1$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2cx - c^2 = 0$ 的一个根, 求代数式 $(c+3)(c-3) + c(c-4)$ 的值.

19. 数学课上, 李老师提出了如下问题:

已知: 如图, $\widehat{AB}$ 是 $\odot O$ 上的一条劣弧.

求作: $\widehat{AB}$ 的中点.

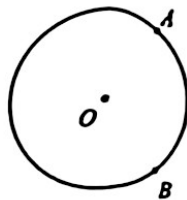
同学们通过交流讨论得到了很多不同的方法, 其中小亮给出了一个作法:

① 作射线 AO 交 $\odot O$ 于点 C ;

② 以 C 为圆心, 线段 CA 的长为半径作圆弧交射线 CB 于点 D ;

③ 连接 AD 交 $\odot O$ 于点 E .

则点 E 为所求.



(1) 根据小亮设计的尺规作图过程, 补全图形 (保留作图痕迹);

(2) 补全下面的证明.

证明: 连接 CE , OE , OB .

$\because AC$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \underline{\hspace{2cm}} \text{ ① } = 90^\circ$.

$\therefore CE \perp AD$.

$\because AC = \underline{\hspace{2cm}} \text{ ② },$

$\therefore \angle ACE = \angle BCE$.

又 $\because \angle ACE, \angle AOE$ 所对的弧为 $\widehat{AE}$,

$\therefore \angle ACE = \frac{1}{2} \angle AOE$ (③) (填推理的依据).

同理 $\angle BCE = \frac{1}{2} \angle BOE$.

$\therefore \angle AOE = \angle BOE$.

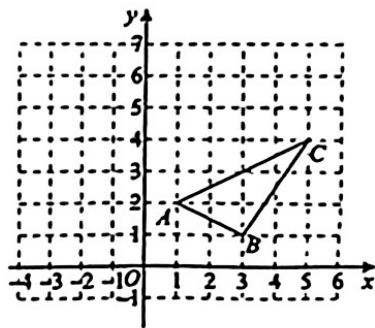
$\therefore \widehat{AE} = \widehat{BE}$.

$\therefore$ 点 E 为 $\widehat{AB}$ 的中点.

20. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别为 $A(1, 2)$, $B(3, 1)$, $C(5, 4)$.

(1) 画出 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 所得的 $\triangle AB_1C_1$, 并直接写出 B_1C_1 的长;

(2) 直接写出在 (1) 的旋转过程中线段 AB 扫过区域的面积.



21. 在劳动课上, 同学们设计制作了一种圆柱形零件, 为检测它的底面直径是否符合标准, 需要用到一种测量槽, 槽的左右两壁均与槽的底面垂直且等高, 槽的宽度为 4 cm, 深度为 1 cm. 把圆柱形零件水平放入槽内时, 截面如图 1 所示, 若零件同时与 A, B, C 三点接触, 则其底面直径符合标准. 如图 2, 圆柱的截面 $\odot O$ 经过点 A, B , 且与 MN 相切于点 C , 求该圆柱形零件的底面直径.

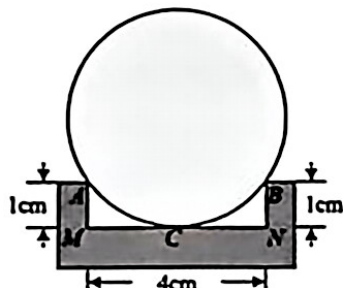


图 1

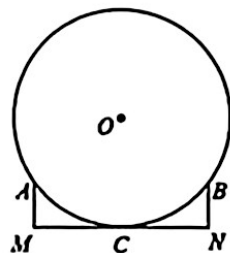


图 2

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = x^2 + mx + n$ 经过点 $(-1, -1)$ 和 $(0, -1)$.

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 当 $-1 < x < 1$ 时, 关于 x 的方程 $x^2 + mx + n - t = 0$ 有实数根, 直接写出 t 的取值范围.

23. 某学校为丰富学生的体育活动, 安装了智慧体育器材. 该校九年级共有 480 名学生, 学校统计了九年级学生使用智慧体育器材的情况, 数据整理如下:

	高频使用者 (每周不少于 4 次)	中频使用者 (每周 2 至 3 次)	低频使用者 (每周不多于 1 次)
人数	160	m	n

(1) 若从九年级随机抽取一名学生, 该生是“中频使用者”的概率为 $\frac{1}{2}$, 则 $m =$ _____, $n =$ _____;

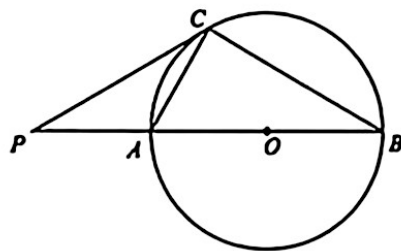
(2) 九年级的甲、乙同学都是“高频使用者”, 丙同学是“中频使用者”, 丁同学是“低频使用者”. 现从这 4 名学生中随机抽取 2 人, 请用列表或画树状图的方法, 求抽到的 2 人中至少有 1 人是“高频使用者”的概率.

24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, P 为 BA 延长线上一点, $\angle ACP = \angle ABC$.

(1) 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 过点 C 作 $CH \perp AB$ 于 H , 延长 CH 交 $\odot O$ 于点 D ,

若 $\widehat{CD} = \widehat{BC}$, $PC = 3$, 求 $\triangle PBC$ 的面积.



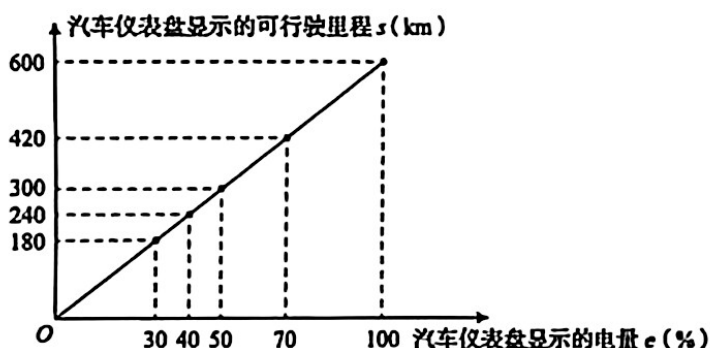
25. 随着电动汽车充电网络日趋完善, 便捷的出行方式让越来越多的人青睐电动汽车. 电动汽车快充的充电量不会随着充电时间的增加而匀速增加, 而是分为四个阶段: 第一阶段, 充电功率从一个较低的值迅速升至车辆允许的峰值功率; 第二阶段, BMS (电池管理系统) 允许充电桩以车辆能接受的最大功率进行充电; 第三阶段, 为保护电池免受损害, BMS 会指令充电桩逐步降低充电功率; 第四阶段, 为了最大限度保持电池寿命, 充电功率会断崖式下跌, 并持续降低.

下面是某电动汽车车主张先生在车辆使用过程中记录的信息.

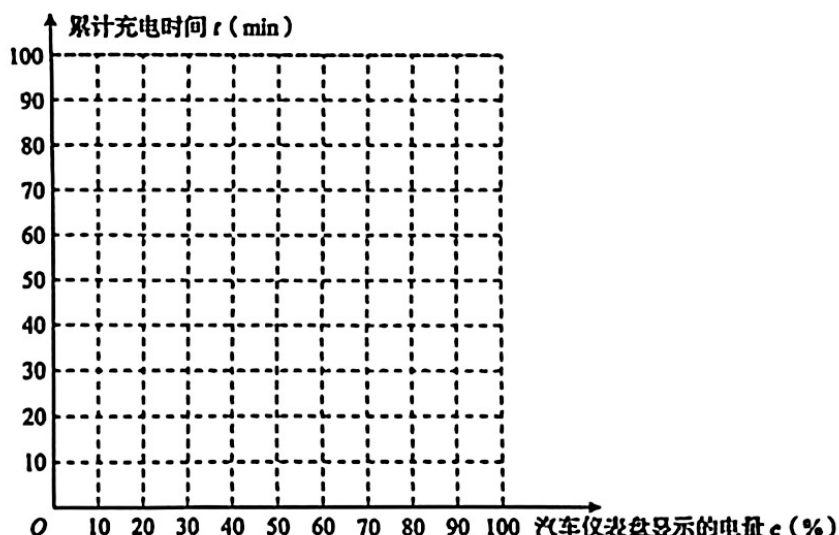
信息 1: 电动汽车快充时, 累计充电时间 t (min) 与汽车仪表盘显示的电量 e (%) 的关系.

汽车仪表盘显示的电量 e (%)	0	20	30	50	60	70	80	90	100
累计充电时间 t (min)	0	5	8	17	22	29	38	50	94

信息 2: 电动汽车行驶过程中汽车仪表盘显示的可行驶里程 s (km) 与电量 e (%) 的关系.



- (1) 通过分析信息 1 中的数据, 发现可以用函数刻画 t 与 e 的关系, 在给出的平面直角坐标系中, 画出这个函数的图象;



根据以上信息中的数据和函数图象, 解决下列问题 (注: 行驶中不考虑其他影响耗电的因素):

(2) 张先生的电动汽车每消耗 10% 的电量可行驶 _____ km;

(3) 张先生驾驶电动汽车前往某地, 途经 A 、 B 两个服务区, 其中 A 服务区到目的地的路程为 540 km, B 服务区到目的地的路程为 120 km, 这两个服务区都有电动汽车快充充电桩, 到达 A 服务区时汽车仪表盘显示的电量为 30%.

① 若张先生计划在 A 服务区一次性充电若干时间, 在其他地方不再充电, 且他到达目的地时汽车仪表盘显示的电量恰好为 10%, 则张先生在 A 服务区的充电时间为 _____ min;

② 若张先生计划在 A 、 B 两个服务区都充电, 在其他地方不再充电, 到达 B 服务区和目的地时汽车仪表盘显示的电量均不低于 20%, 则张先生在 A 、 B 两个服务区的充电时间之和最少为 _____ min (精确到个位).

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, $M(3-2a, m)$, $N(a+2, n)$ 是抛物线 $y=ax^2-2ax$ ($a \neq 0$) 上两点.

(1) 当 $a=-1$ 时, 比较 m, n 的大小, 并说明理由;

(2) 当 $m < n$ 时, 记抛物线在点 M, N 之间的部分 (含点 M, N) 为图形 G . 若在图形 G 上存在两点 A, B (点 A 在点 B 左侧), 点 $P(p, q)$ 沿图形 G 从点 A 运动到点 B 的过程中, q 随 p 的增大而增大, 求 a 的取值范围.

27. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle B=\alpha$ ($0^\circ < \alpha < 45^\circ$), D, E 分别是 BC, AC 的中点. M 是线段 BD 上的动点 (不与 B, D 重合), 连接 DE, EM , 将线段 EM 绕点 E 顺时针旋转 2α 得到线段 EN , 连接 AN .

(1) 如图 1, 求证: $AN=DM$;

(2) 如图 2, 连接 MN 交 AB 于点 F , 当 $MF=NF$ 时, 用等式表示线段 FB 与 FA 的数量关系, 并证明.

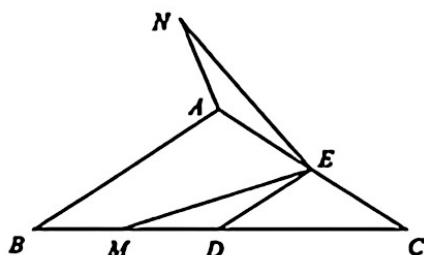


图 1

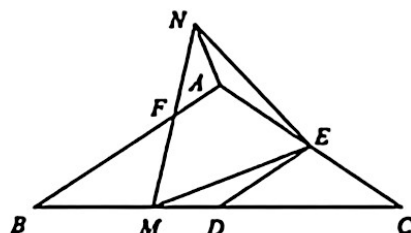
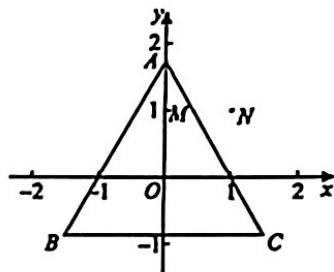


图 2

28. 在平面直角坐标 xOy 中, 对于点 P 和 $\triangle ABC$, 给出如下定义: 若存在 $\odot P$ 与 $\triangle ABC$ 的各边都有两个公共点, 且每条边上两个公共点之间的距离均为 a , 则称点 P 是 $\triangle ABC$ 的 “ a 相关点”.

- (1) 如图, $\triangle ABC$ 是以 O 为中心, 边长为 3 的等边三角形, 点 A 在 y 轴上, 在点 $O(0, 0)$, $M(0, 1)$, $N(1, 1)$ 中, 点 _____ 是 $\triangle ABC$ 的 “ a 相关点”, 其中 a 的值可以为 _____ (写出一个符合题意的值即可);



- (2) 已知点 $A(6, 0)$, $B(0, 2\sqrt{3})$, 若点 P 是 $\triangle AOB$ 的 “ a 相关点”, 则 $\odot P$ 的半径 r 的取值范围是 _____;
- (3) 已知 $\triangle ABC$ 中, 点 $A(-3, t)$, $B(3, t)$, $t > 0$, $\angle ACB = 60^\circ$, 边长为 8 的菱形 $EFGH$ 的对角线交点为 O , 点 E 在 y 轴正半轴上, $\angle EFG = 60^\circ$. P 是菱形 $EFGH$ 上一点, 且存在 $\triangle ABC$ 使得点 P 是 $\triangle ABC$ 的 “ a 相关点”, $a \geq 6 - 2\sqrt{3}$, 直接写出 t 的取值范围.