

石景山区 2026 年初三综合练习

数学试卷

学校 _____ 姓名 _____ 准考证号 _____

考生须知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答，在试卷上作答无效。
4. 考试结束，将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

第一部分 选择题

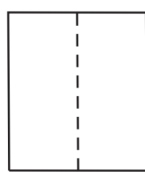
一、选择题（共 16 分，每小题 2 分）

下面各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 右图所示正三棱柱的主视图是



(A)



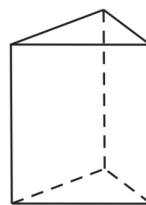
(B)



(C)



(D)



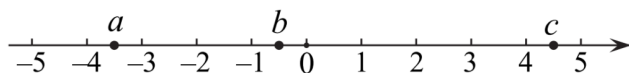
2. 算力是衡量国家竞争力的重要指标之一。近几年，我国智能算力增长迅猛。据统计，2024 年底，我国智能算力约为 7.25×10^{20} 次浮点运算/秒；2025 年底，我国智能算力约为 2024 年底的 2.2 倍，达到 m 次浮点运算/秒。则 m 的值约为

- (A) 9.45×10^{20} (B) 1.4×10^{21} (C) 1.60×10^{20} (D) 1.60×10^{21}

3. 下列运算正确的是

- (A) $a^2 \cdot a^3 = a^6$ (B) $(a+b)^2 = a^2 + b^2$
 (C) $\sqrt{40} = 4\sqrt{10}$ (D) $(m-n)(-n-m) = n^2 - m^2$

4. 实数 a, b, c 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是



- (A) $ab < 0$ (B) $b + \sqrt{5} > c$ (C) $|a| < c$ (D) $a + c < 0$

5. 不透明的袋子中装有黑、白两种球，它们除颜色外其他都相同，其中白球有 2 个，黑球有 n 个，从袋中随机摸出一个球，记录下颜色后放回并摇匀，经过大量重复试验，发现摸出白球的频率稳定在 0.4 附近，则 n 的值为

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

6. 如果 $m+2n-1=0$ ，那么代数式 $(\frac{4n}{m-2n}+2) \div \frac{m}{m^2-4n^2}$ 的值为

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

7. 已知锐角 $\angle AOB$. 如图，

(1) 在射线 OA 上取一点 C ，以点 O 为圆心， OC 长为半径作 \widehat{MN} ，交射线 OB 于点 D ，连接 CD ；

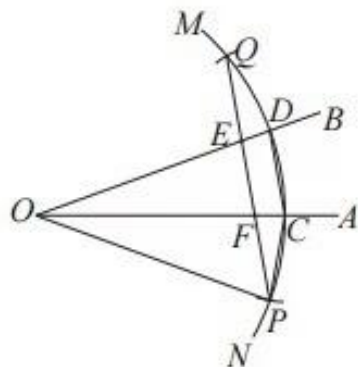
(2) 分别以点 C, D 为圆心， CD 长为半径作弧，交 \widehat{MN} 于点 P, Q ，连接 CP ；

(3) 连接 OP, PQ ，分别交 OD, OC 于点 E, F .

根据以上作图过程及所作图形，下列结论中错误的是

(A) $\angle COD = \angle COP$ (B) $PQ \parallel CD$

(C) $\angle CPQ = \frac{1}{2} \angle POD$ (D) $PQ = 3EF$



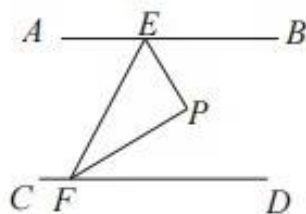
8. 如图，直线 $AB \parallel CD$ ， E, F 分别在 AB, CD 上， EP 平分 $\angle FEB$ ， FP 平分 $\angle EFD$ ，过点 P 的直线与直线 AB, CD 分别交于点 M, N (不与点 E, F 重合).

有以下结论：

① $EP \perp FP$ ；

② $PM = PN$ ；

③ $EF = EM + FN$ ；



上述结论中，所有正确结论的序号是

(A) ①② (B) ②③ (C) ①③ (D) ①②③

第二部分 非选择题

二、填空题 (共 16 分，每小题 2 分)

9. 若代数式 $\frac{x}{x-3}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是_____.

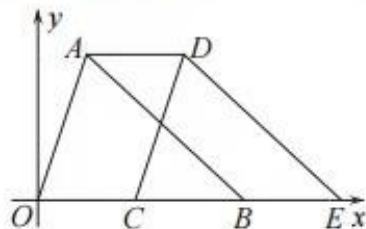
10. 分解因式： $xy^2 - 6xy + 9x =$ _____.

11. 方程 $\frac{3}{2x+1} + \frac{1}{x} = 0$ 的解为_____.

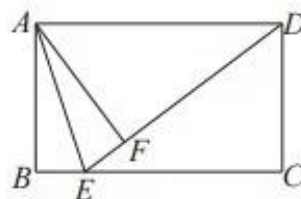
12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若点 $A(1, y_1)$, $B(3, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k < 0)$ 的图象上, 则 y_1 _____ y_2 (填 “>”, “=” 或 “<”).

13. 能说明命题 “若 $a < b$, 则 $|a| > |b|$ ” 是假命题的一组实数 a, b 的值为 $a =$ _____, $b =$ _____.

14. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 的坐标为 $(1, 3)$, 点 B 在 x 轴上, 将 $\triangle OAB$ 沿 x 轴向右平移得到 $\triangle CDE$, 若四边形 $ABED$ 的面积为 6, 则点 D 的坐标为_____.



15. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, E 在 BC 上, 连接 AE, DE , 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 翻折, 点 B 的对应点 F 恰好落在 DE 上. 若 $AB = 6$, $AD = 10$, 则 $BE =$ _____, B, F 两点间的距离为_____.



16. 某校运动会上, 4 名运动员参加 100 米跑、立定跳远、实心球、跳高四项全能比赛. 每个单项计分规则: 第一名 7 分, 第二名 4 分, 第三名 2 分, 第四名 1 分. 四项比赛全部结束后, 统计比赛结果, 发现每个单项无并列名次, 总分第一名得 23 分, 且该运动员实心球得分低于另外三个单项得分; 总分第三名得 9 分, 且该运动员实心球得分高于另外三个单项得分.

(1) 总分第一名的运动员, 获得_____个单项第一名;

(2) 总分第二名的运动员, 在实心球项目中的得分为_____分.

三、解答题 (共 68 分, 第 17-19 题每题 5 分, 第 20-21 题每题 6 分, 第 22-23 题每题 5 分, 第 24 题 6 分, 第 25 题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27-28 题每题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $3 \tan 30^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - \sqrt{12} + |1 - \sqrt{3}|$.

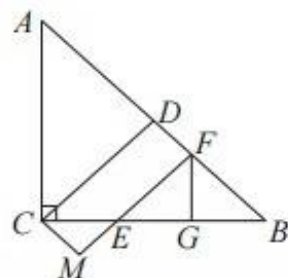
18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 3(2+x) > x, \\ \frac{x+5}{2} < 4x-1. \end{cases}$$

19. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + 1 - k = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 k 的取值范围;

(2) 若 k 为负整数, 求此时方程的根.

20. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是 AB 的中点, 点 E 在边 BC 上, 作线段 BE 的垂直平分线, 交 AB 于点 F , 交 EB 于点 G , 连接 FE 并延长到点 M , 使得 $FM = DC$, 连接 CM .



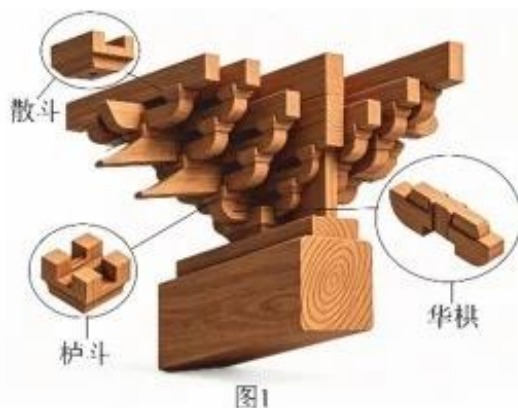
- (1) 求证: 四边形 $CMFD$ 为平行四边形;
 (2) 若 $\sin B = \frac{2}{3}$, $AC = 4$, $CM = 1$, 求 FG 的长.

21. 《营造法式》是北宋官方颁布的建筑设计与施工规范, 其创立的“材份制”规定所有建筑构件的尺寸均以“份”为基本单位, 不同材等对应的 1 份的实际长度(单位: 寸)不同, 具体如下表:

材等	一等	二等	三等	四等	五等	六等
1 份实际长度(寸)	0.6	0.55	0.5	0.48	0.44	0.4

书中记载: 栌斗的长度为 32 份, 高度为 20 份; 华栱的长度为 72 份, 高度为 21 份; 散斗的长度为 16 份, 高度为 10 份. 图 1 为斗拱结构示意图, 标注了栌斗、散斗、华栱等构件在整体斗拱结构中的具体位置与形态.

某考古队在一处建筑群遗址中, 发现了两座采用不同材等建造的建筑遗存, 出土了栌斗、华栱、散斗三种构件的完整标本. 经精密测量, 采用第一种材等制作的栌斗实际长度与采用第二种材等制作的华栱实际高度之和为 24.4 寸; 采用第一种材等制作的散斗实际高度与采用第二种材等制作的散斗实际高度之比为 5:4. 判断该建筑群所用的两种材等分别对应几等材, 并说明理由.



22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = kx + 1$ ($k \neq 0$) 与 $y = x + b$ 的图象交于点 $(2, 4)$.
- (1) 求 k, b 的值;
 (2) 当 $x \leq 2$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = mx - 1$ ($m \neq 0$) 的值既小于函数 $y = kx + 1$ 的值, 又小于函数 $y = x + b$ 的值, 直接写出 m 的取值范围.

23. AI的发展使人们的生活更加便利和高效. 某科技公司正在研制 AI 作业批改系统, 为测试三款不同系统 A, B, C 的响应时间, 分别记录它们批改同一批 20 份作业的响应时长 (单位: 秒), 数据如下:

a. A 系统的响应时长: 20, 21, 22, 23, 23, 24, 24, 25, 25, 26, 26, 26, 27, 27, 28, 29, 29, 30, 32, 33

b. B 系统的响应时长: 23, 24, 24, 25, 25, 25, 26, 26, 26, 26, 26, 26, 27, 27, 27, 28, 28, 28, 29, 29

c. 三款系统响应时间的平均数、众数、方差:

系统	平均数	众数	方差
A	26	n	11.5
B	m	26	s^2
C	27.05	25.5	15.25

- (1) 表中 m 的值为 _____, n 的值为 _____;
- (2) 已知系统响应时间的方差越小时, 系统的响应时间越稳定. 结合数据分布特点, 可判断 _____ 款系统的响应时间更稳定 (填 “A” 或 “B” 或 “C”);
- (3) 为评估 AI 批改系统的准确性, 工作人员测试 10 篇作业, 记录以上三款系统 A, B, C 的评分与人工评分的误差绝对值 (单位: 分, 且为非负整数), 数据如下:

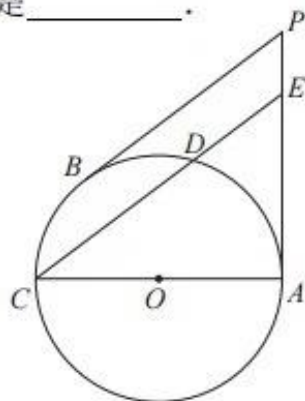
系统	评分
A	0, 0, 0, 0, 2, 2, 2, 2, 2, q
B	0, 2, 1, 3, 1, 1, 0, 2, 3, 1
C	0, 1, 1, 0, 1, 1, 2, 2, q , p

根据公司制定的 AI 批改系统的准确性标准, 误差数据需同时满足以下两个条件:

- ① 误差绝对值的平均数不超过 1.2 分; ② 误差绝对值的中位数不超过 1 分.

已知只有两套系统的准确性达标, 则 p 的最大整数值是 _____.

24. 如图, 过点 P 作 $\odot O$ 的两条切线, 切点分别为 A, B , 延长 AO 交 $\odot O$ 于点 C , 过点 C 作 PB 的平行线, 交 $\odot O$ 于点 D , 交 PA 于点 E .



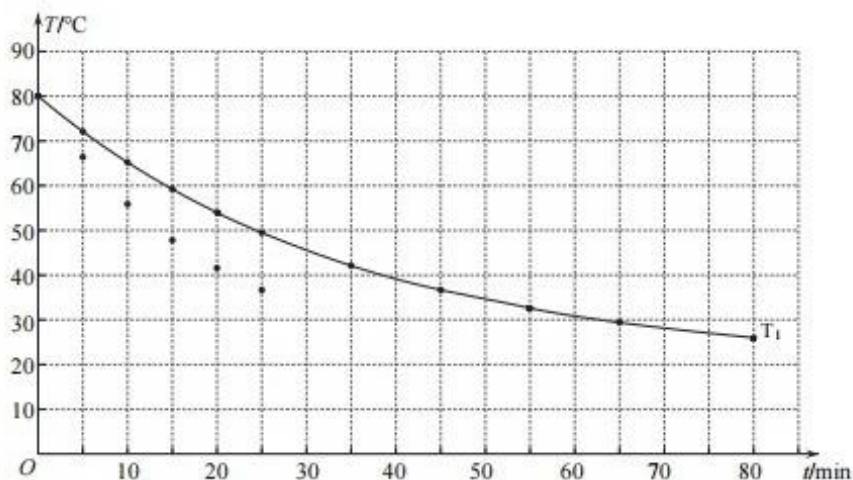
- (1) 求证: $\widehat{BC} = \widehat{BD}$;
- (2) 若 $\frac{PE}{EA} = \frac{1}{3}$, $CD=8$, 求 PB 的长.

25. 为探究不同材质保温材料的保温性能, 某物理兴趣小组选取甲、乙两种保温材料, 制作了除保温层材质外, 其余结构、容量均完全相同的两个保温杯进行实验. 他们向两个保温杯中装入质量相同的水, 用电加热器同时将两杯水加热至相同的初始温度后停止加热, 并立即盖紧杯盖. 记以甲材料为保温层的为 1 号杯, 以乙材料为保温层的为 2 号杯, 将两个保温杯置于恒定的相同室温环境中. 在实验的第 t min (从停止加热开始计时), 记录 1 号、2 号杯中水的温度分别为 T_1 , T_2 (单位: $^{\circ}\text{C}$), 实验所得部分数据如下:

t/min	0	5	10	15	20	25	35	45	55	65	80
$T_1/^{\circ}\text{C}$	80.0	72.1	65.2	59.2	54.0	49.5	42.1	36.7	32.6	29.4	26.0
$T_2/^{\circ}\text{C}$	80.0	66.4	55.9	47.8	41.6	36.7	30.0	26.0	23.6	22.1	20.9

通过分析数据, 发现可以用函数刻画 T_1 与 t , T_2 与 t 之间的关系.

- (1) 在同一平面直角坐标系 xOy 中, 已画出 T_1 与 t 的函数图象, 且已描出 T_2 与 t 的部分对应点. 请根据表格中的数据, 补全表格中未描出的其余对应点, 并用平滑的曲线画出 T_2 与 t 的完整函数图象.



- (2) 根据以上数据与函数图象, 解决以下问题:

- ①当 $t = 40$ min 时, 1 号杯和 2 号杯的水温相差_____ $^{\circ}\text{C}$ (精确到个位);
- ②某种茶叶用 80°C 的水冲泡, 待茶水温度降至 55°C 时饮用口感最佳. 小石直接向 1 号杯和 2 号杯中分别倒入 80°C 的水冲泡该茶叶 (忽略冲泡过程中的热量损失). 从盖紧杯盖开始计时, 1 号杯茶水经过约_____min (精确到个位) 后饮用口感最佳, 此时 2 号杯中茶水的温度为_____ $^{\circ}\text{C}$ (精确到个位).

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx (a > 0)$ 经过点 $A(5, 5a)$.

(1) 求该抛物线的对称轴;

(2) $B(t, y_1)$, $C(a+2, y_2)$ 是抛物线 $y = ax^2 + bx (a > 0)$ 上两点. 过点 B 作 y 轴的垂线, 交直线 $y = ax$ 于点 D .

① 当 $a = 3$, $t = -1$ 时, 比较 y_1 , y_2 的大小;

② 当 $y_1 < y_2$ 时, 线段 BD 的长随 t 的增大而增大, 求 a 的取值范围.

27. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$, D 为直线 BC 上一点, 连接 AD , 将线段 DA 绕点 D 顺时针旋转 60° , 得到线段 DE , 连接 BE .

(1) 如图 1, 当点 D 在 BC 的延长线上且 $DC = BC$ 时, 记 BE , AD 的交点为 M , 连接 CM . 求证: $DE = 2CM$;

(2) 如图 2, 当点 D 在 CB 的延长线上时, 取 BE 的中点 F , 连接 CF . 用等式表示线段 BD 与 CF 的数量关系, 并证明.

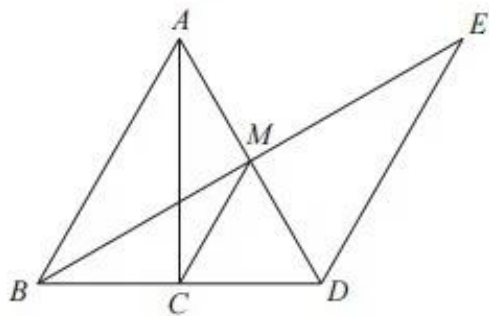


图 1

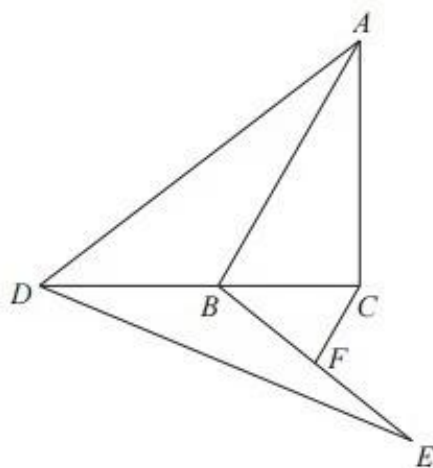


图 2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 给定图形 W 和两点 P, Q . 若图形 W 上存在两个不重合的点 M, N , 使得将点 P 沿 OM 方向平移线段 OM 的长度后得到的点与将点 Q 沿 ON 方向平移线段 ON 的长度后得到的点重合, 则称点 P 与点 Q 关于图形 W 双向合.

已知点 $A(-3, 3), B(2, 3), C(2, -2)$.

(1) 在点 $D(-4, 0), E(3, 2), F(5, 1)$ 中, 与原点 O 关于线段 AB 双向合的点是_____;

(2) 若点 T 是 $\triangle ABC$ 的边上一点, 且点 T 与点 $H(1, 0)$ 关于线段 BC 双向合, 求点 T 的坐标;

(3) 点 K 是直线 $y=x+2$ 上一动点, 以 K 为圆心作半径为 1 的 $\odot K$. 当点 K 运动时, 对于 $\odot K$ 上任意一点 P , 都能在 $\triangle ABC$ 的边上找到一点 Q , 使得 P, Q 两点关于 $\odot K$ 双向合, 直接写出点 K 的纵坐标 k 的取值范围.

