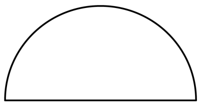
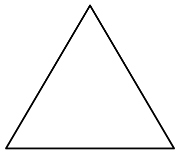
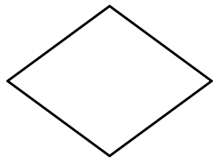
第五中学分校2025-2026学年下学期初三中考二模

数学试题

一、选择题（共16分，每题2分）第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A. 　B. 　C. 　D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的定义对各选项图形进行判断即可.

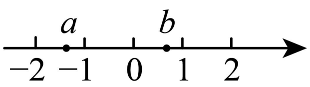
【详解】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，故不符合题意；

B、是轴对称图形，不是中心对称图形，故不符合题意；

C、不是轴对称图形，是中心对称图形，故不符合题意；

D、既是轴对称图形，又是中心对称图形，故符合题意.

2. 实数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是（　　）



A. $a>-1$　　B. $a+b=0$　　C. $a-b>0$　　D. $|a|>|b|$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了根据点在数轴的位置判断式子的正负，绝对值的意义，利用数轴表示有理数的大小，正确掌握相关性质内容是解题的关键.

先由数轴得，$-2<a<-1<0<b<1$，且$|b|<|a|$，再逐项分析即可.

【详解】解：由数轴得，$-2<a<-1<0<b<1$，且$|b|<|a|$

$\therefore a+b<0$，$a-b<0$，

故A，B，C均错误，不符合题意，D正确，符合题意，

故选：D.

3. 若一个六边形的每个内角都是 $x°$，则 x 的值为（　　）

A. 60　　B. 90　　C. 120　　D. 150

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了多边形内角和公式，即$(n-2)\times180^{\circ}$，其中n为边数，利用多边形内角和公式求解即可．

【详解】解：∵一个六边形的每个内角都是x°，

∴每个内角的度数为：$x^{\circ}=(6-2)\times180^{\circ}\div6=120^{\circ}$，

故选：C．

4. 一个不透明的袋子中仅有 3 个红球、2 个黄球和 1 个白球，这些球除颜色外无其他差别．从袋子中随机摸出一个球，摸出的球是白球的概率是（　　）

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{5}{6}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查概率公式，解题的关键是掌握随机事件A的概率$P(A)$=事件A可能出现的结果数÷所有可能出现的结果数．

【详解】解：∵袋子中仅有 3 个红球、2 个黄球和 1 个白球，从袋子中随机摸出一个球，

∴摸出的球是白球的概率是$\frac{1}{3+2+1}=\frac{1}{6}$．

故选：A．

5. 若关于x的一元二次方程$ax^2+2x+1=0$有两个相等的实数根，则实数a的值为（　　）

A. -4　　B. -1　　C. 1　　D. 4

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查根的判别式，根据方程有两个相等的实数根，得到$\Delta=0$，进行求解即可．

【详解】解：由题意，得：$\Delta=2^2-4a=0$，

解得：$a=1$；

故选 C．

6. 2025 年 5 月 29 日，行星探测工程天问二号探测器在西昌卫星发射中心成功发射，开启对近地小行星 2016HO3 的探测与采样返回之旅．已知该小行星与地球的最近距离约为月球远地点距离的 45 倍，月球远地

点距离约为$4\times10^5\text{km}$，则该小行星与地球的最近距离约为（　　）

A. $1.8\times10^5\text{km}$　　B. $1.8\times10^6\text{km}$　　C. $1.8\times10^7\text{km}$　　D. $1.8\times10^{10}\text{km}$

【答案】C

【解析】

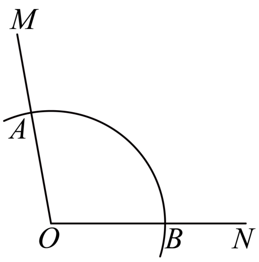
【分析】此题考查了科学记数法表示较大的数．根据题意，小行星与地球的最近距离为月球远地点距离的45倍，月球远地点距离已知为$4\times10^5\text{km}$，直接计算两者的乘积并用科学记数法表示即可．

【详解】解：月球远地点距离为$4\times10^5\text{km}$，小行星的距离是该值的45倍，即：

$45\times4\times10^5=180\times10^5=1.8\times10^7\text{km}$．

故选：C

7. 如图，$\angle MON=100^\circ$，点A在射线OM上，以点O为圆心，OA长为半径画弧，交射线ON于点B．若分别以点A，B为圆心，AB长为半径画弧，两弧在$\angle MON$内部交于点C，连接AC，则$\angle OAC$的大小为（　　）



A. 80°　　B. 100°　　C. 110°　　D. 120°

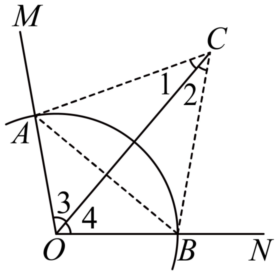
【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了全等三角形的判定与性质，等边三角形的判定与性质，三角形内角和定理等知识点，熟练掌握各知识点并灵活运用是解题的关键．

连接AB,AC,BC，则由作图可得$OA=OB,AC=BC=AB$，那么$\triangle ABC$为等边三角形，可证明$\triangle OAC\cong\triangle OBC(\text{SSS})$，再根据全等三角形性质以及三角形内角和定理即可求解$\angle OAC$．

【详解】解：如图，连接AB,AC,BC，



由作图可得，$OA = OB, AC = BC = AB$，

∴ $\triangle ABC$ 为等边三角形，

∴ $\angle ACB = 60°$，

∵ $OC = OC$，

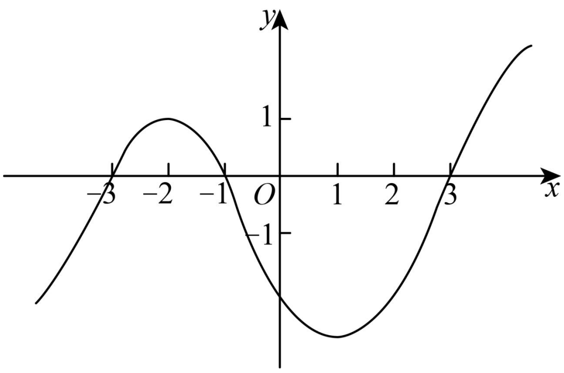
∴ $\triangle OAC \cong \triangle OBC(\text{SSS})$，

∴ $\angle 1 = \angle 2 = \frac{1}{2}\angle ACB = \frac{1}{2} \times 60° = 30°$，$\angle 3 = \angle 4 = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 100° = 50°$，

∴ $\angle OAC = 180° - \angle 1 - \angle 3 = 180° - 30° - 50° = 100°$，

故选：B．

8．如图，在平面直角坐标系 xOy 中 ，已知 y 关于 x 的函数图象与 x 轴有且只有三个公共点，坐标分别为 $(-3,0)$，$(-1,0)$，$(3,0)$．关于该函数的四个结论如下：①当 $y > 0$ 时，$-3 < x < -1$；②当 $x > -3$ 时，y 有最小值；③将该函数图象向右平移 1 个或 3 个单位长度后得到的函数图象经过原点；④点 $P(m, -m-1)$ 是该函数图象上一点，则符合要求的点 P 只有两个．其中正确的结论有（　　）



A. 1 个　　　　B. 2 个　　　　C. 3 个　　　　D. 4 个

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了函数的图象，根据函数图象分析其上坐标的特点是解题的关键．

通过观察可判断①②③，通过 P 点得到 P 所在的直线表达式，作出图象后可判断 P．

【详解】解：①：当 $y>0$ 时，$-3<x<-1$ 或 $x>3$，故①错误；

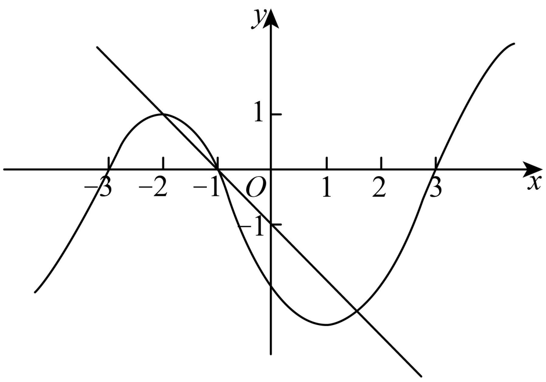
②：由图象可知，当 $x>-3$ 时，y 有最小值，故②正确；

③：将该函数图象向右平移 1 个单位后，原图象上坐标为 $\left(-1,0\right)$ 的点会过原点，将该函数图象向右平移 3 个单位后，原图象上坐标为 $\left(-3,0\right)$ 的点会过原点，故③正确；

④：令 $x=m$，$y=-m-1$，

$\therefore y=-x-1$，

$\therefore$ 点 $P\left(m,-m-1\right)$ 在直线 $y=-x-1$ 的函数图象上，如图所示：



由图象可得，它们有三个交点，故④错误；

$\therefore$ 正确的有②③，

故选：B．

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 若 $\sqrt{3x-3}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是_______．

【答案】 $x\geq 1$

【解析】

【分析】本题主要考查二次根式有意义的条件以及解一元一次不等式，熟练掌握二次根式有意义的条件是解题的关键．

此题可根据二次根式有意义的条件“被开方数要为非负数”得到不等式求解．

【详解】解：$\because \sqrt{3x-3}$ 在实数范围内有意义，

$\therefore 3x-3\geq 0$，

解得：$x\geq 1$，

故答案为：$x\geq 1$．

10. 分解因式：$7m^2-28=$_______.

【答案】$7(m+2)(m-2)$

【解析】

【分析】此题考查了提公因式法与公式法的综合运用，熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键．

原式提取 7，再利用平方差公式分解即可．

【详解】解：$7m^2-28$

$=7(m^2-4)$

$=7(m+2)(m-2)$，

故答案为：$7(m+2)(m-2)$．

11. 方程 $\dfrac{2}{x-6}+\dfrac{1}{x}=0$ 的解为_______.

【答案】$x=2$

【解析】

【分析】本题主要考查了解分式方程，先把原方程去分母化为整式方程，再解方程并检验即可得到答案．

【详解】解：$\dfrac{2}{x-6}+\dfrac{1}{x}=0$

去分母得：$2x+x-6=0$，

移项，合并同类项得：$3x=6$，

系数化为 1 得：$x=2$，

检验，当 $x=2$ 时，$x(x-6)=2\times(2-6)=-8\neq0$，

$\therefore x=2$ 是原方程的解，

故答案为：$x=2$．

12. 某地区七年级共有 2000 名男生．为了解这些男生的体重指数（BMI）分布情况，从中随机抽取了 100 名男生，测得他们的 BMI 数据（单位：$\mathrm{kg/m^2}$），并根据七年级男生体质健康标准整理如下：

等级	低体重	正常	超重	肥胖
BMI	$\leqslant 15.4$	$15.5\sim22.1$	$22.2\sim24.9$	$\geqslant 25.0$
人数	6	75	15	4

根据以上信息，估计该地区七年级 2000 名男生中 BMI 等级为正常的人数是_______.

【答案】1500

【解析】

【分析】本题考查了由样本估计总体，用2000乘以样本中BMI等级为正常的人数所占的比例即可得解，熟练掌握以上知识点并灵活运用解此题的关键.

【详解】解：由题意可得：该地区七年级2000名男生中BMI等级为正常的人数是$2000\times\dfrac{75}{100}=1500$人，

故答案为：1500.

13. 能说明命题"若$a^2>4b^2$，则$a>2b$"是假命题的一组实数a，b的值为$a=$______，$b=$______.

【答案】　①. -3（答案不唯一）　②. 1（答案不唯一）

【解析】

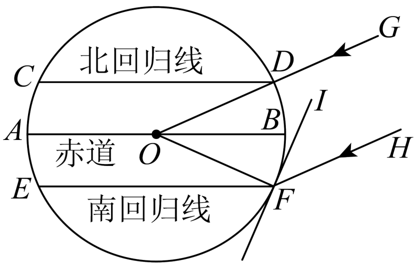
【分析】本题主要考查了命题与定理、反证法等知识点，掌握判断一个命题是假命题的时候可以举出反例是解题的关键.

根据举反例的方法找到a，b满足$a^2>4b^2$，但是不满足$a>2b$即可解答.

【详解】解：当$a=-3$，$b=1$时，$a^2>4b^2$，但是$a<2b$.

故答案为：-3，1（答案不唯一）.

14. 如图，$\odot O$是地球的示意图，其中AB表示赤道，CD，EF分别表示北回归线和南回归线，$\angle DOB=\angle FOB=23.5°$．夏至日正午时，太阳光线$GD$所在直线经过地心$O$，此时点$F$处的太阳高度角$\angle IFH$（即平行于$GD$的光线$HF$与$\odot O$的切线$FI$所成的锐角）的大小为______°.

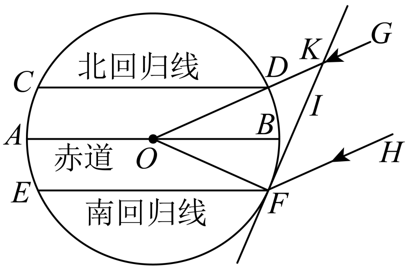


【答案】43

【解析】

【分析】本题考查了三角形内角和定理，平行线的性质，读懂题意并熟练掌握知识点是解题的关键．设FI与OG交于点K，先由三角形内角和定理求出$\angle OKF=43°$，再根据平行线的性质求解即可.

【详解】解：如图，设FI与OG交于点K，



$\because \angle DOB=\angle FOB=23.5^\circ$，

$\therefore \angle KOF=\angle DOB+\angle FOB=23.5^\circ+23.5^\circ=47^\circ$，

在$\triangle OFK$中，$\angle FOK+\angle OFK+\angle OKF=180^\circ$，$\angle OFK=90^\circ$，

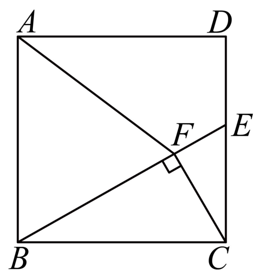
$\therefore \angle OKF=43^\circ$，

$\because FH \parallel OG$，

$\therefore \angle IFH=\angle OKF=43^\circ$，

故答案为：43．

15. 如图，在正方形$ABCD$中，点E在边CD上，$CF\perp BE$，垂足为F. 若$AB=1$，$\angle EBC=30^\circ$，则$\triangle ABF$的面积为______.

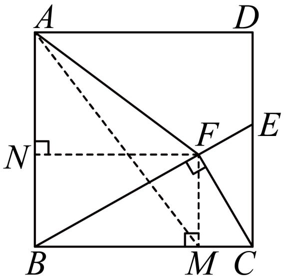


【答案】$\frac{3}{8}$##0.375

【解析】

【分析】本题考查了正方形的性质，平行线的性质，解直角三角形，直角三角形的性质，熟练掌握知识点是解题的关键．过点F分别作$FM\perp BC, FN\perp AB$，垂足为M，N，连接AM，则$\angle FMC=90^\circ$，先根据平行线间的距离处处相等得出$FN=BM$，继而得出$S_{\triangle ABF}=S_{\triangle ABM}$，通过解直角三角形得出$BM=BC-CM=\frac{3}{4}$，即可求解．

【详解】解：过点F分别作$FM\perp BC, FN\perp AB$，垂足为M，N，连接AM，则$\angle FMC=90^\circ$，



$\because$四边形$ABCD$为正方形，

$\therefore \angle ABC=90°$，

$\therefore \angle ABC=\angle FMC$，

$\therefore AB \parallel FM$，

$\therefore FN=BM$，

$\because S_{\triangle ABF}=\dfrac{1}{2}AB\cdot FN, S_{\triangle ABM}=\dfrac{1}{2}AB\cdot BM$，

$\therefore S_{\triangle ABF}=S_{\triangle ABM}$，

$\because CF\perp BE$，垂足为F，$AB=1=BC$，$\angle EBC=30°$，

$\therefore \angle BFC=90°, \angle BCF=60°, CF=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore \angle CFM=90°-\angle BCF=30°$，

$\therefore CM=\dfrac{1}{2}CF=\dfrac{1}{4}$，

$\therefore BM=BC-CM=\dfrac{3}{4}$，

$\therefore S_{\triangle ABF}=S_{\triangle ABM}=\dfrac{1}{2}\times 1\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{3}{8}$，

故答案为：$\dfrac{3}{8}$.

16. 某企业研发并生产了一种新设备，计划分配给A，B，C，D四家经销商销售，当一家经销商将分配到的n台设备全部售出后，企业从该经销商处获得的利润（单位：万元）与n的对应关系如表：

	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$	…
A	40	60					
B	30	55	75	90	100	105	

C	20	40	60	70	80	90	…
D	14	38	62	86	110	134	…

（1）如果企业将 5 台设备分配给这四家经销商销售，且每家经销商至少分配到 1 台设备，为使 5 台设备都售出后企业获得的总利润最大，应向经销商__________分配 2 台设备（填“A”“B”“C”或“D”）；

（2）如果企业将 7 台设备分配给这四家经销商中的一家或多家销售，那么 7 台设备都售出后，企业可获得的总利润的最大值为__________万元．

【答案】　①.

B　②.

181

【解析】

【分析】根据表格得到每增加一台设备的利润增量，分类讨论所有分配情况，计算总利润后比较即可得到最大值．

(1) 5 台设备分给四家经销商，每家至少 1 台，因此仅有一家分得 2 台，其余三家各分得 1 台，只需比较各经销商分得第二台时的利润增量即可得到结果；

(2) 将 7 台设备按分配的经销商数量分类讨论，分别计算不同分配情况下的最大总利润，比较后得到最大值．

【详解】(1) 解：5 台设备分给四家经销商，每家至少 1 台，因此一家分得 2 台，其余三家各分得 1 台．

计算各经销商第二台设备的利润增量：

A 的增量：$60-40=20$（万元），

B 的增量：$55-30=25$（万元），

C 的增量：$40-20=20$（万元），

D 的增量：$38-14=24$（万元），

$\because 25>24>20=20$，

$\therefore$ 应向经销商 B 分配 2 台设备．

(2) 解：按分配经销商的数量分类讨论：

① 分配给 1 家经销商：最大利润为 D 经销商 7 台的利润，即 $134+24=158$（万元）；

② 分配给 2 家经销商：最大总利润为 A 1 台加 D 6 台，即 $40+134=174$（万元）；

③ 分配给 3 家经销商：最大总利润为 A 1 台，B 2 台，D 4 台，即 $40+55+86=181$（万元）；

④ 分配给 4 家经销商：四家各分 1 台，剩余 3 台选择增量最大的 3 台，总利润为

$(40+30+20+14)+25+24+24=177$（万元）；

比较所有情况的总利润：$181>177>174>158$，

因此总利润最大值为181万元．

三、解答题（共 68 分，第 17-19 题每题 5 分，第 20 题 6 分，第 21 题 5 分，第 22 题 6 分，第 23 题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$|-3|+\sqrt{27}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-2\sin30^{\circ}$．

【答案】$4+3\sqrt{3}$

【解析】

【分析】本题考查了含特殊角的三角函数值的混合运算，熟练掌握运算法则是解题的关键．

分别计算绝对值，化简二次根式，计算负整数指数幂，代入特殊角的三角函数值并进行乘法计算，再进行加减计算即可．

【详解】解：$|-3|+\sqrt{27}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-2\sin30^{\circ}$

$=3+3\sqrt{3}+2-2\times\frac{1}{2}$

$=4+3\sqrt{3}$．

18. 解不等式组：$\begin{cases}2(x+1)>x-1\\ \frac{x+5}{2}>3x\end{cases}$

【答案】$-3<x<1$

【解析】

【分析】本题主要考查了解一元一次不等式组，先求出每个不等式的解集，再根据 “同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）”求出不等式组的解集即可．

【详解】解：$\begin{cases}2(x+1)>x-1① \\ \frac{x+5}{2}>3x②\end{cases}$

解不等式①得：$x>-3$，

解不等式②得：$x<1$，

∴原不等式组的解集为$-3<x<1$.

19. 已知$a+b-3=0$，求代数式$\frac{4(a-b)+8b}{a^2+2ab+b^2}$的值.

【答案】$\frac{4}{3}$

【解析】

【分析】本题主要考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解题的关键.

先对分式的分子分母进行因式分解，化至最简分式，再将$a+b-3=0$变形，进行整体代入求值.

【详解】解：原式$=\frac{4a-4b+8b}{(a+b)^2}$

$=\frac{4(a+b)}{(a+b)^2}$

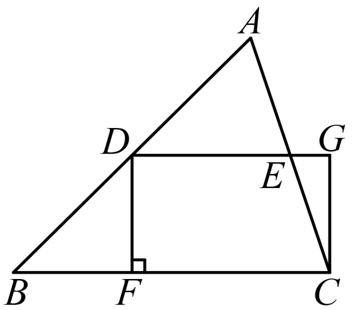
$=\frac{4}{a+b}$，

∵$a+b-3=0$，

∴$a+b=3$，

∴原式$=\frac{4}{3}$.

20. 如图，在$\triangle ABC$中，D，E分别为AB，AC的中点，$DF\perp BC$，垂足为F，点G在DE的延长线上，$DG=FC$.



（1）求证：四边形$DFCG$是矩形；

（2）若$\angle B=45°$，$DF=3$，$DG=5$，求BC和AC的长.

【答案】（1）见解析　　（2）$BC=8$，$AC=2\sqrt{10}$

【解析】

【分析】本题主要考查了矩形的判定，三角形中位线定理，勾股定理，解直角三角形，熟知相关知识是解题的关键.

（1）由三角形中位线定理可得$DE\parallel CF$，即$DG\parallel CF$，则可证明四边形$DFCG$是平行四边形，再由

$DF \perp BC$，即可证明平行四边形$DFCG$是矩形；

（2）求出$CF=5$，解$\mathrm{Rt}\triangle BDF$得到$BD=3\sqrt{2}$，$BF=3$，则$BC=BF+CF=8$；由线段中点的定义可得$AB=2BD=6\sqrt{2}$；过点A作$AH\perp BC$于H，解$\mathrm{Rt}\triangle ABH$得到$AH=6$，$BH=6$，则$CH=BC-BH=2$，再利用勾股定即可求出AC的长．

【小问1详解】

证明：∵D，E分别为AB，AC的中点，

∴DE是$\triangle ABC$的中位线，

∴$DE \parallel CF$，即$DG \parallel CF$，

∵$DG=FC$，

∴四边形$DFCG$是平行四边形，

又∵$DF \perp BC$，

∴平行四边形$DFCG$是矩形；

【小问2详解】

解：∵$DG=5$，

∴$CF=DG=5$；

∵$DF \perp BC$，

∴$\angle DFB=90°$，

在$\mathrm{Rt}\triangle BDF$中，$\angle B=45°$，$DF=3$，

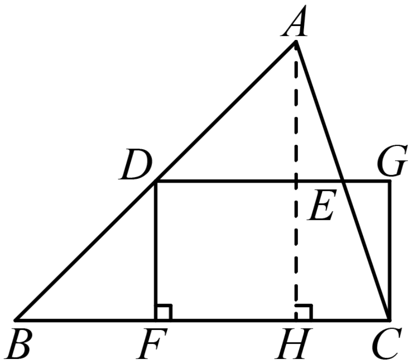
∴$BD=\dfrac{DF}{\sin B}=\dfrac{3}{\sin 45°}=3\sqrt{2}$，$BF=\dfrac{DF}{\tan B}=\dfrac{3}{\tan 45°}=3$，

∴$BC=BF+CF=8$；

∵点D为AB的中点，

∴$AB=2BD=6\sqrt{2}$；

如图所示，过点A作$AH\perp BC$于H，



在Rt△ABH中，$AH=AB\cdot\sin B=6\sqrt{2}\cdot\sin 45°=6$，$BH=AB\cdot\cos B=6\sqrt{2}\cdot\cos 45°=6$，

$\therefore CH=BC-BH=2$，

在Rt△AHC中，由勾股定理得$AC=\sqrt{AH^2+CH^2}=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$．

21. 在平面直角坐标系xOy中，函数$y=kx+b\left(k\neq 0\right)$的图象经过点$\left(1,3\right)$和$\left(2,5\right)$．

（1）求k，b的值；

（2）当$x<1$时，对于x的每一个值，函数$y=mx\left(m\neq 0\right)$的值既小于函数$y=kx+b$的值，也小于函数$y=x+k$的值，直接写出m的取值范围．

【答案】（1）$\begin{cases}k=2\\b=1\end{cases}$

（2）$2\leq m\leq 3$

【解析】

【分析】本题主要考查了待定系数法求一次函数解析式，一次函数与不等式之间的关系，熟知一次函数的相关知识是解题的关键．

（1）直接利用待定系数法求解即可；

（2）由（1）可得函数$y=kx+b\left(k\neq 0\right)$的解析式为$y=2x+1$，函数$y=x+k$的解析式为$y=x+2$，当$mx<2x+1$时，则$\left(m-2\right)x<1$，当$mx<x+2$时，则$\left(m-1\right)x<2$，根据当$x<1$时，两个不等式都成立可得$m\geqslant 2$；当$m=2$，$x<1$时，$2x<2x+1$和$x<2$恒成立；当$m>2$时，则$x<\frac{1}{m-2}$且$x<\frac{2}{m-1}$，再分当$\frac{1}{m-2}\geq\frac{2}{m-1}$时，则$\frac{2}{m-1}\geq 1$，当$\frac{1}{m-2}<\frac{2}{m-1}$时，则$\frac{1}{m-2}\geq 1$，两种情况分别解不等式即可得到答案．

【小问1详解】

解：$\because$在平面直角坐标系xOy中，函数$y=kx+b\left(k\neq 0\right)$的图象经过点$\left(1,3\right)$和$\left(2,5\right)$，

$\therefore \begin{cases} k+b=3 \\ 2k+b=5 \end{cases}$,

解得$\begin{cases} k=2 \\ b=1 \end{cases}$；

【小问 2 详解】

解：由（1）可得函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的解析式为 $y=2x+1$，函数 $y=x+k$ 的解析式为 $y=x+2$，

当 $mx<2x+1$ 时，则 $\left(m-2\right)x<1$，

当 $mx<x+2$ 时，则 $\left(m-1\right)x<2$，

$\because$ 当 $x<1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=mx\left(m\neq 0\right)$ 的值既小于函数 $y=kx+b$ 的值，也小于函数 $y=x+k$ 的值，

$\therefore m-2\geq 0$，且 $m-1\geq 0$，

$\therefore m\geqslant 2$，

当 $m=2$，$x<1$ 时，$2x<2x+1$ 和 $x<2$ 恒成立，故 $m=2$ 符合题意；

当 $m>2$ 时，则 $x<\dfrac{1}{m-2}$ 且 $x<\dfrac{2}{m-1}$，

当 $\dfrac{1}{m-2}\geq \dfrac{2}{m-1}$ 时，则 $\dfrac{2}{m-1}\geq 1$，

解不等式 $\dfrac{1}{m-2}\geq \dfrac{2}{m-1}$ 得 $m\leq 3$，解不等式 $m\leq 3$，

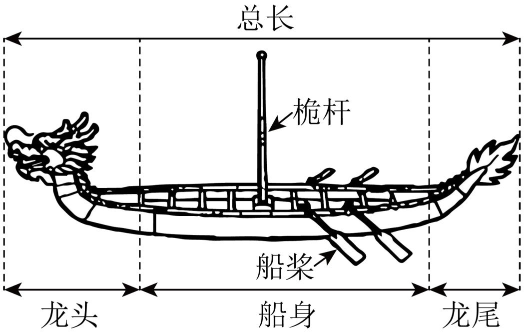
$\therefore 2<m\leq 3$；

当 $\dfrac{1}{m-2}<\dfrac{2}{m-1}$ 时，则 $\dfrac{1}{m-2}\geq 1$，

解不等式 $\dfrac{1}{m-2}<\dfrac{2}{m-1}$ 得 $m>3$，解不等式 $\dfrac{1}{m-2}\geq 1$ 得 $m\leq 3$，此时不符合题意；

综上所述，$2\leq m\leq 3$．

22. 赛龙舟是中国端午节的传统习俗，也是国家级非物质文化遗产．某校手工社团准备制作一件木制龙舟模型（如图所示），该模型由“龙头”、“船身”、“龙尾”三部分整体排成一条直线组成．已知龙头的长度与龙尾的长度之比是 $2:1$，船身的长度比龙尾长度的 4 倍还多 2cm．为了还原真实感，模型还配备了一根主桅杆和若干船桨．已知单根船桨的长度比龙尾的 2 倍少 6cm．在拼装时同学们发现，这艘龙舟模型的总长（龙头、船身与龙尾的长度之和．恰好比单根船桨长度的 4 倍多 20cm．则该龙舟模型的总长度是多少？



【答案】44cm

【解析】

【分析】根据题意设龙尾的长度为x cm，则龙头的长度为$2x$ cm，船身的长度为$(4x+2)$cm，船桨的长度为$(2x-6)$cm，列出方程求解x的值，再代入x的值到原方程即可求得龙舟模型的总长度.

【详解】解：设龙尾的长度为x cm，则龙头的长度为$2x$ cm，船身的长度为$(4x+2)$cm，船桨的长度为$(2x-6)$cm，

根据题意，可列出方程：$2x+(4x+2)+x=4(2x-6)+20$，

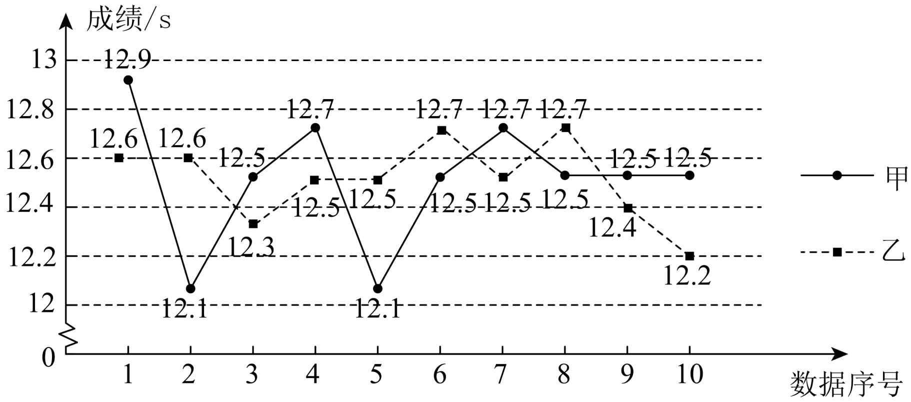
解得$x=6$，

将$x=6$代入$2x+(4x+2)+x$可得：$2\times6+(4\times6+2)+6=12+26+6=44\,(\text{cm})$，

∴该龙舟模型的总长度是44cm .

23. 校田径队教练选出甲、乙、丙、丁四名运动员参加100米比赛．对这四名运动员最近10次100米跑测试成绩（单位：s）的数据进行整理、描述和分析．下面给出了部分信息．

a．甲、乙两名运动员10次测试成绩的折线图：



b．丙运动员10次测试成绩：12.4　12.4　12.5　12.7　12.8　12.8　12.8　12.8　12.9　12.9

c．四名运动员10次测试成绩的平均数、中位数、方差：

	甲	乙	丙	丁

平均数	12.5	12.5	p	12.5
中位数	m	12.5	12.8	12.45
方差	0.056	n	0.034	0.056

（1）表中 m 的值为_______；

（2）表中 n_______0.056（填“>”“=”或“<”）；

（3）根据这 10 次测试成绩，教练按如下方式评估这四名运动员的实力强弱：首先比较平均数，平均数较小者实力更强；若平均数相等，则比较方差，方差较小者实力更强；若平均数、方差分别相等，则测试成绩小于平均数的次数较多者实力更强．

评估结果：这四名运动员按实力由强到弱依次为_______．

【答案】（1）12.5

（2）<

（3）乙、丁、甲、丙

【解析】

【分析】本题考查了折线统计图，计算方差，中位数，平均数等知识点，正确理解题意是解题的关键．

（1）根据中位数定义即可求解 m；

（2）根据方差计算公式求解，再比较即可；

（3）根据中位数、方差、平均数，结合题意分析即可．

【小问 1 详解】

解：甲的 10 次测试成绩排列为：$12.1,12.1,12.5,12.5,12.5,12.5,12.5,12.7,12.7,12.9$，

$\therefore$ 中位数 $m=\dfrac{12.5+12.5}{2}=12.5$，

故答案为：12.5；

【小问 2 详解】

解：乙的 10 次测试成绩平均数为：$\dfrac{12.6+12.6+12.3+12.5+12.5+12.7+12.5+12.7+12.4+12.2}{10}=12.5$，

∴方差为：

$$n=\frac{1}{10}\left[\left(12.6-12.5\right)^2\times 2+\left(12.3-12.5\right)^2+\left(12.5-12.5\right)^2\times 3+\left(12.7-12.5\right)^2\times 2+\left(12.4-12.5\right)^2+\left(12.2-12.5\right)^2\right]=0$$

∴ $n<0.056$，

故答案为：<；

【小问 3 详解】

解：丙的平均数 $p=\dfrac{12.4+12.4+12.5+12.7+12.8+12.8+12.8+12.8+12.9+12.9}{10}=12.7$，

∴丙的平均数最大，则实力最弱，

∵方差 $0.024<0.034<0.056$，

∴乙实力最强，

∵丁的测试成绩中位数为 12.45，

∴第 $5,6$ 次成绩和为 24.9，

∴前 5 次测试成绩小于平均数，

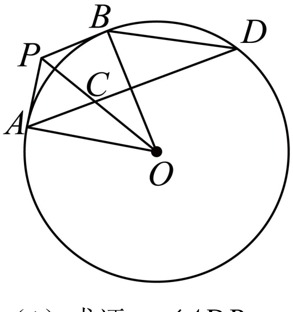
∵甲测试成绩小于平均数 12.5 的次数有 2 次，

∴丁比甲强，

∴这四名运动员按实力由强到弱依次为：乙、丁、甲、丙，

故答案为：乙、丁、甲、丙.

24. 如图，过点 P 作 $\odot O$ 的两条切线，切点分别为 A，B，连接 OA，OB，OP，取 OP 的中点 C，连接 AC 并延长，交 $\odot O$ 于点 D，连接 BD.



（1）求证：$\angle ADB=\angle AOP$；

（2）延长 OP 交 DB 的延长线于点 E．若 $AP=8$， $\tan\angle AOP=\frac{1}{2}\sqrt{2}$，求 DE 的长．

【答案】（1）见解析　　（2） $\frac{40\sqrt{2}}{3}$

【解析】

【分析】（1）利用切线长定理得 OP 平分 $\angle AOB$，利用圆周角定理得 $\angle ADB=\frac{1}{2}\angle AOB$，等量代换即可证明；

（2）延长 AO 交 $\odot O$ 于点 F，连接 DF，利用条件求出线段长，再利用角度转换证明三角形相似，最后根据相似求得 DE 长．

【小问 1 详解】

证明：$\because$ AP， BP 分别切 $\odot O$ 于 A 点，B 点，

$\therefore OP$ 平分 $\angle AOB$，

$\therefore \angle AOP=\frac{1}{2}\angle AOB$，

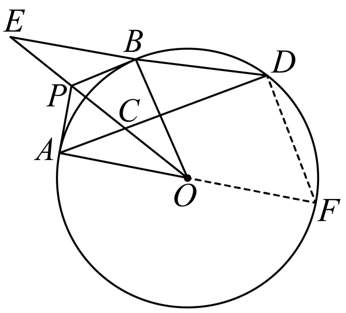
又 $\because \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AB}$，

$\therefore \angle ADB=\frac{1}{2}\angle AOB$，

$\therefore \angle ADB=\angle AOP$．

【小问 2 详解】

解：延长 AO 交 $\odot O$ 于点 F，连接 DF，则 $\angle ADF=90^\circ$，



$\because$ AP， BP 分别切 $\odot O$ 于 A 点，B 点，

$\therefore PA\perp OA$,

$\because C$ 为 OP 的中点，

$\therefore PC=OC$，

$\therefore AC=OC=\frac{1}{2}OP$，

又 $\because$ $AP=8$， $\tan\angle AOP=\frac{1}{2}\sqrt{2}$，

$\therefore AO=\dfrac{AP}{\tan\angle AOP}=8\sqrt{2}$，

$\therefore OP=\sqrt{AO^2+AP^2}=\sqrt{\left(8\sqrt{2}\right)^2+8^2}=8\sqrt{3}$，

$\therefore AC=OC=\dfrac{1}{2}OP=4\sqrt{3}$，$AF=2AO=16\sqrt{2}$，

$\because AC=OC$，

$\therefore \angle CAO=\angle AOC$，

又$\because \angle PAO=\angle ADF=90°$，

$\therefore \triangle PAO\backsim\triangle FDA$，

$\therefore \dfrac{PO}{FA}=\dfrac{OA}{DA}$，

$\therefore DA=\dfrac{16\sqrt{2}}{8\sqrt{3}}\times 8\sqrt{2}=\dfrac{32\sqrt{3}}{3}$，$CD=DA-AC=\dfrac{20\sqrt{3}}{3}$，

$\because \angle AOP=\angle ADB$，$\angle ACO=\angle ECD$，

$\therefore \triangle ACO\backsim\triangle ECD$，

$\therefore \dfrac{AO}{ED}=\dfrac{CO}{CD}$，

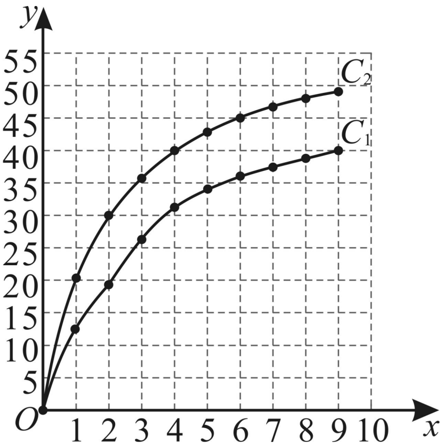
$\therefore DE=\dfrac{\frac{20\sqrt{3}}{3}}{4\sqrt{3}}\times 8\sqrt{2}=\dfrac{40\sqrt{2}}{3}$．

25. 工厂对新员工进行某种工艺品制作的培训．在完成理论学习后，新员工接下来先使用智能辅助训练系统进行一次为期T日（T可取0，1，2或3）的模拟练习，然后开始试制．记一名新员工在试制阶段的第x日单日制成的合格品的个数为y，根据以往的培训经验，对于给定的T，可以认为y是x的函数．当$T=0$和$T=3$时，部分数据如下：

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$T=0$时y的值	0	7	8	10	12	16	20	23	25	26
$T=3$时y的值	0	26	37	43	m	48	50	51	52	53

$T=3$时，从试制阶段的第2日起，一名新员工每一日比前一日多制成的合格品的个数逐渐减少或保持不变．

对于给定的 T，在平面直角坐标系 xOy 中描出该 T 值下各数对 (x,y) 所对应的点，并根据变化趋势用平滑曲线连接，得到曲线 C_T．当 $T=1$ 和 $T=2$ 时，曲线 C_1，C_2 如图所示．



（1）观察曲线 C_1，当整数 x 的值为_______时，y 的值首次超过 35；

（2）写出表中 m 的值，并在给出的平面直角坐标系中画出 $T=3$ 时的曲线 C_3；

（3）新员工小云和小腾刚刚完成理论学习，接下来进行模拟练习和试制．

①若新员工单日制成不少于 45 个合格品即可获得“优秀学员”证书，根据上述函数关系，小云最早在完成理论学习后的第_______日可获得“优秀学员”证书；

②若工厂希望小腾在完成理论学习后的 4 日内制成的合格品的总数最多，根据上述函数关系，在这 4 日中应安排小腾先进行_______日的模拟练习．

【答案】（1）6　　（2）$m=46$；画图见解析

（3）①7；②1

【解析】

【分析】（1）找 C_1 图象上 y 的值首次超过 35 时的 x 值；

（2）根据第 2 日起，一名新员工每一日比前一日多制成的合格品的个数逐渐减少或保持不变，第 5 日比第 3 日多试制 5 个合格产品，可知第 4 日比第 3 日多 3 个合格产品，即得；运用表格数据在平面直角坐标系描点画出函数图象；

（3）①根据单日制成不少于 45 个合格品的只有 C_2 与 C_3，C_3：$T=3$　$x=4$ 时 $y=46$，得 $T+x=7$；C_2：$T=2$，当 $x=6$ 时 $y=45$，得 $T+x=8$，比较即得小云最早在完成理论学习后的第 7 日可获得“优秀学员”证书；②分模拟练习 $T=0$ 日，$T=1$ 日，$T=2$ 日，$T=3$ 日，求出对应的 4 日内的试制日数，试制的合格产品数，比较即得应安排小腾先进行的模拟练习日数．

【小问 1 详解】

解：由曲线 C_1 看出，当整数 x 的值为 6 时，y 的值首次超过 35

故答案为：6

【小问 2 详解】

解：$\because T=3$日的模拟练习时，从试制阶段的第 2 日起，一名新员工每一日比前一日多制成的合格品的个数逐渐减少或保持不变，在试制阶段的第 3 日单日制成的合格品 43 个，第 5 日单日制成的合格品 48 个

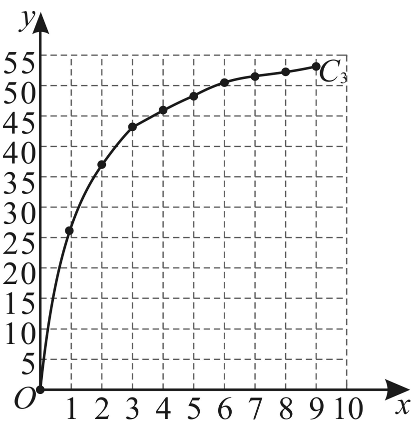
$\therefore$相差$48-43=5$（个），

把 5 分成两个接近的数，$5=3+2$，

$\therefore$第 4 日增加 3 个，第 5 日增加 2 个，

$\therefore m=43+3=46$，

画出$T=3$时的曲线C_3：



【小问 3 详解】

解：①单日制成不少于 45 个合格品的只有 C_2 与 C_3，

C_3：$T=3$日的模拟练习，然后试制阶段第 $x=4$ 日制成的合格品达到 $y=46$ 个，

$\therefore T+x=7$；

C_2：$T=2$日的模拟练习，然后试制阶段第 $x=6$ 日制成的合格品达到 $y=45$个，

$\therefore T+x=8$，

$\because 7<8$，

故小云最早在完成理论学习后的第 7 日可获得“优秀学员”证书；

故答案为：7；

②当模拟练习$T=0$日时，

4 日内的试制时间$x=4-0=4$日，

4 日的合格产品分别是 7，8，10，12，

$\therefore$合格产品共有$7+8+10+12=37$；

当模拟练习$T=1$日时，

4日内的试制时间$x=4-1=3$日，

3日的合格产品分别是12，19，26，

∴合格产品共有$12+19+26=57$；

当模拟练习$T=2$日时，

4日内的试制时间$x=4-2=2$日，

2日的合格产品分别是20，30，

∴合格产品共有$20+30=50$；

当模拟练习$T=3$日时，

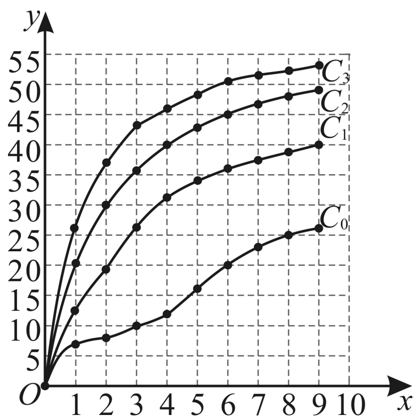
4日内的试制时间$x=4-3=1$日，

1日的合格产品是26；

∵$26<37<50<57$，

∴希望小腾在完成理论学习后的4日内制成的合格品的总数最多，根据上述函数关系，在这4日中应安排小腾先进行1日的模拟练习．

故答案为：1．



【点睛】本题考查了表格法与图象法表示函数．熟练掌握函数表示的表格法与图象法，根据表格信息画函数图象，函数的图象和性质，函数的增减性质，求函数值或自变量的值，是解题的关键．

26. 在平面直角坐标系xOy中，抛物线$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$经过点O和点$A\left(3,3a\right)$．

（1）c的值为__________，并用含a的式子表示b，结果为___________；

（2）过点$P(t,0)$作x轴的垂线，交抛物线于点M，交直线$y=ax$于点N．

①若$a=1$，$t=4$，MN的长为__________．

②已知在点P从点$B\left(2a,0\right)$运动到坐标轴上另一个点$C\left(3a+2,0\right)$的过程中，MN的长随OP的长的增大而增大，a的取值范围是__________．

【答案】（1） $c=0$； $b=-2a$

（2）①4；② $a\geq\frac{3}{2}$ 或 $a<-2$

【解析】

【分析】（1）分别将 $O(0,0)$， $A(3,3a)$ 代入抛物线解析式，即可获得答案；

（2）①结合题意，分别确定点 M、N 的坐标，即可获得答案；

②首先确定 $MN=\left|at^2-3at\right|$，再分 $a>0$ 和 $a<0$ 两种情况分析求解即可．

【小问 1 详解】

解：将点 $O(0,0)$ 代入，抛物线 $y=ax^2+bx+c$，

可得 $c=0$，

$\therefore$ 该抛物线解析式为 $y=ax^2+bx$，

将点 $A(3,3a)$ 代入，抛物线 $y=ax^2+bx$，

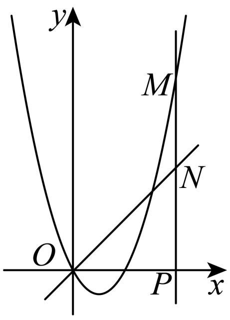
可得 $3a=9a+3b$，

解得 $b=-2a$；

【小问 2 详解】

解：①若 $a=1$，则该抛物线及直线解析分别为 $y=x^2-2x$， $y=x$，

当 $t=4$ 时，得点 $P(4,0)$，如图，



$\because$ $PM\perp x$ 轴，

$\therefore$ $x_M=x_N=4$，

将 $x=4$ 代入 $y=x^2-2x$，可得 $y=4^2-2\times4=8$，即 $M(4,8)$，

将 $x=4$ 代入 $y=x$，可得 $y=4$，即 $N(4,4)$，

$\therefore$ $MN=8-4=4$；

②由（1）可得 $y=ax^2+bx+c=ax^2-2ax$，与 x 轴交于点 $(0,0)$，$(2,0)$，

$\because PM\perp x$ 轴，$P(t,0)$，

$\therefore x_M=x_N=t$，$OP=|t|$，

将 $x=t$ 代入 $y=ax^2-2ax$，可得 $y=at^2-2at$，即 $M(t,at^2-2at)$，

将 $x=t$ 代入 $y=ax$，可得 $y=at$，即 $N(t,at)$，

$\therefore MN=\left|at^2-2at-at\right|=\left|at^2-3at\right|=\left|a\left(t-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}a\right|$，

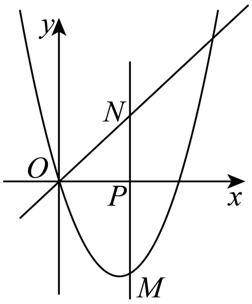
令 $MN=0$，即 $at^2-3at=0$，

解得 $t=0$ 或 $t=3$，

当 $a>0$ 时，$3a+2>3a>2a>0$，

$\because$ 在点 P 从点 $B(2a,0)$ 运动到坐标轴上另一个点 $C(3a+2,0)$ 的过程中，MN 的长随 OP 的长的增大而增大，

$\therefore 0<2a\le t\le 3a+2$，点 P 在 y 轴右侧，如图，



若 $0<t\le 3$，$MN=\left|at^2-3at\right|=-at^2+3at$，其图象开口向下，对称轴为直线 $t=\frac{3}{2}$，

$\because$ 在点 P 从点 $B(2a,0)$ 运动到坐标轴上另一个点 $C(3a+2,0)$ 的过程中，MN 的长随 OP 的长的增大而增大，

$\therefore$ 点 P 在直线 $t=\frac{3}{2}$ 左边移动，

$\therefore 0<2a\le t\le 3a+2\le\frac{3}{2}$，

解得 $a\le-\frac{1}{6}$（不符合），

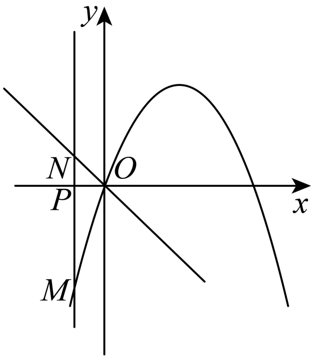
当 $t>3$ 时，$MN=\left|at^2-3at\right|=at^2-3at$，其图象开口向上，对称轴为直线 $t=\frac{3}{2}<3$，当 $t>3$ 时，MN 的长随 $OP=t$ 的长的增大而增大，

∵在点 P 从点 $B\left(2a,0\right)$ 运动到坐标轴上另一个点 $C\left(3a+2,0\right)$ 的过程中，MN 的长随 OP 的长的增大而增大，

∴ $3\le 2a\le t\le 3a+2$，

解得 $a\ge \frac{3}{2}$；

当 $a<0$，可有 $2a<0$，点 P 从 y 轴的左侧开始运动，如图，



∵在点 P 从点 $B\left(2a,0\right)$ 运动到坐标轴上另一个点 $C\left(3a+2,0\right)$ 的过程中，MN 的长随 OP 的长的增大而增大，

∴点 P 只能从点 $B\left(2a,0\right)$ 向左边运动才能满足 MN 的长随 OP 的长的增大而增大，

∴ $3a+2<2a$，

解得 $a<-2$，

综上所述，a 的取值范围为 $a\ge \frac{3}{2}$ 或 $a<-2$．

27. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$\angle ABC=\alpha$，点 D 在射线 BC 上，连接 AD，将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 $180°-2\alpha$ 得到线段 AE（点 E 不在直线 AB 上），过点 E 作 $EF\parallel AB$，交直线 BC 于点 F．

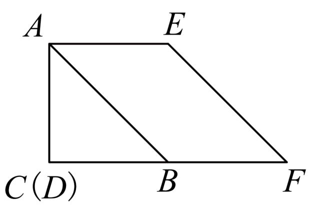


图1

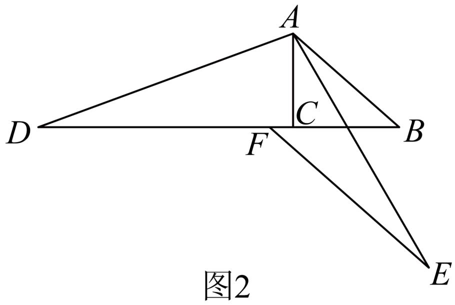


图2

（1）如图 1，$\alpha=45°$，点 D 与点 C 重合，求证：$BF=AC$；

（2）如图 2，点 D，F 都在 BC 的延长线上，用等式表示 DF 与 BC 的数量关系，并证明．

【答案】（1）见解析　　（2）$DF=2BC$

【解析】

【分析】本题考查了旋转的性质，全等三角形的性质与判定，等腰三角形的性质，三角形内角和定理的应

用，平行四边形的性质与判定，熟练掌握旋转的性质是解题的关键；

（1）根据 $\alpha=45^\circ$，得出 $\angle BAC=\angle ABC=45^\circ$，根据旋转可得 $AE=AD=AC$，$\angle EAB=90^\circ-\angle BAC=45^\circ$，进而证明四边形 $ABFE$ 是平行四边形，得出 $BF=AE$，$BF=AC$；即可得证；

（2）在 DB 上取一点 G，使得 $AG=AB$，证明 $\triangle DAG\cong\triangle EAB(\text{SAS})$ 得出 $DG=BE$，$\angle AGD=\angle ABE=180^\circ-\angle AGC=180^\circ-\alpha$，进而根据三角形内角和定理得出 $\angle FBE=180^\circ-2\alpha$，根据平行线的性质得出 $\angle BFE=\angle ABF=\alpha$，进而得出 $\angle BEF=\alpha$，根据等角对等边可得 $BE=BF$，则 $DG=BF$，根据三线合一可得 $GC=BC$，进而根据 $DF=BD-BF=BD-DG=BG=2BC$，即可得证．

【小问 1 详解】

证明：$\because \angle ACB=90^\circ$，$\angle ABC=45^\circ$

$\therefore \angle BAC=\angle ABC=45^\circ$

$\because$线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 $180^\circ-2\times45^\circ=90^\circ$ 得到线段 AE，点 D 与点 C 重合

$\therefore AE=AD=AC$，$\angle EAB=90^\circ-\angle BAC=45^\circ$，

$\therefore \angle EAB=\angle ABC$，

$\therefore BC\parallel AE$

$\because EF\parallel AB$，

$\therefore$四边形 $ABFE$ 是平行四边形，

$\therefore BF=AE$，

$\therefore BF=AC$；

【小问 2 详解】

$DF=2BC$，

证明：如图，在 CD 上取一点 G，使得 $CG=CB$

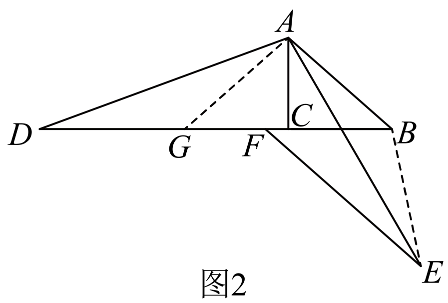


图2

$\because \angle ACB=90^\circ$

$\therefore AG=AB$

$\therefore \angle AGB = \angle ABG = \alpha$，

$\therefore \angle BAG = 180° - 2\alpha$

$\because$将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 $180° - 2\alpha$ 得到线段 AE，

$\therefore DA = EA$

$\therefore \angle DAE = \angle GAB = 180° - 2\alpha$

$\therefore \angle DAG = \angle EAB$

$\therefore \triangle DAG \cong \triangle EAB(\text{SAS})$

$\therefore DG = BE$，$\angle AGD = \angle ABE = 180° - \angle AGC = 180° - \alpha$

又$\because \angle ABC = \alpha$

$\therefore \angle FBE = \angle ABE - \angle ABC = 180° - \alpha - \alpha = 180° - 2\alpha$

$\because EF \parallel AB$，

$\therefore \angle BFE = \angle ABF = \alpha$

$\therefore \angle BEF = 180° - \angle FBE - \angle BFE = \alpha$

$\therefore BE = BF$

$\therefore DG = BF$

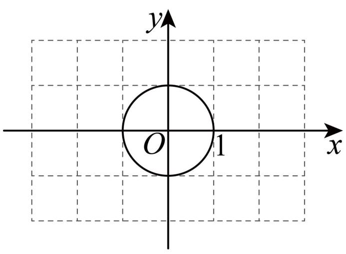
$\because AG = AB$，$AC \perp BC$

$\therefore GC = BC$

$\therefore DF = BD - BF = BD - DG = BG = 2BC$

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 A 和 $\odot C$ 给出如下定义：若 $\odot C$ 上存在两个不同的点 M，N，对于 $\odot C$ 上任意满足 $AP = AQ$ 的两个不同的点 P，Q，都有 $\angle PAQ \le \angle MAN$，则称点 A 是 $\odot C$ 的关联点，称 $\angle MAN$ 的大小为点 A 与 $\odot C$ 的关联角度.（本定义中的角均指锐角、直角、钝角或平角）

（1）如图，$\odot O$ 的半径为1.



①在点 $A_1\left(\frac{1}{2},0\right)$，$A_2\left(\frac{4}{3},0\right)$，$A_3(2,0)$ 中，点_______是 $\odot O$ 的关联点且其与 $\odot O$ 的关联角度小于 $90°$，该点与 $\odot O$ 的关联角度为________°；

②点 $B(1,m)$ 在第一象限，若对于任意长度小于1的线段 BD， BD 上所有的点都是 $\odot O$ 的关联点，则 m 的最小值为_______；

（2）已知点 $E(1,3),F(4,3),T(t,0)$， $\odot T$ 经过原点，线段 EF 上所有的点都是 $\odot T$ 的关联点，记这些点与 $\odot T$ 的关联角度的最大值为 α ．若 $90°\le\alpha\le180°$，直接写出 t 的取值范围．

【答案】（1）① A_3， 60；② $\sqrt{3}$

（2） $\frac{3\sqrt{2}}{2}\le t<3$ 或 $t>5$ 或 $t\le-1-\sqrt{11}$

【解析】

【分析】本题考查了新定义，直线与圆的位置关系，点与圆的位置关系，理解新定义是解题的关键；

（1）①根据新定义可得 A_3 的是 $\odot O$ 的关联点且其与 $\odot O$ 的关联角度小于 $90°$，进而根据切线的性质，解 $\mathrm{Rt}\triangle MA_3O$，即可求得 $\angle MA_3O=30°$，即可求解．

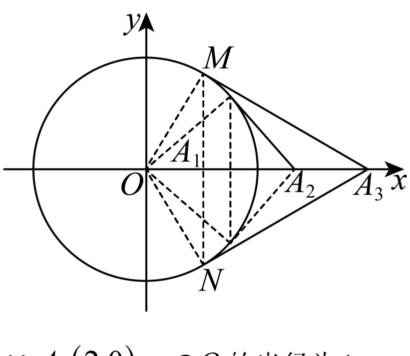
②根据定义可得 B 为 $\odot O$ 外一点，由 $BD<1$， $\odot O$ 的半径为1，得出 $BO\ge2$，进而当 $OB=2$ 时，勾股定理求得 m 的值，即可求解；

（3）由（1）可得，当 A 在圆的外部时，且 AM,AN 为圆的切线时， $\angle MAN$ 最大，且 A 距离圆心越近，根据 $90°\le\alpha\le180°$，得出 $r<TA\le\sqrt{2}r$，根据已知可得， EF 上距离 T 最近的点在 $t<TA\le\sqrt{2}t$ 的圆环内，根据 EF 是固定线段，让 $\odot T$ 移动，分四种情况讨论，求得 t 的临界值，即可求解．

【小问 1 详解】

解：①根据定义可得：当 A 在 $\odot O$ 上时，不存在都有 $\angle PAQ\le\angle MAN$，当 A 在 $\odot O$ 内部时，过 A 的直径 MN 使得 $\odot O$ 的关联角度为 $180°$，当 A 在 $\odot O$ 的外部时，且 AM,AN 为 $\odot O$ 的切线时， $\angle MAN$ 最大；

如图， A_3 是 $\odot O$ 的关联点且其与 $\odot O$ 的关联角度小于 $90°$， A_1 与 $\odot O$ 的关联角度为 $180°$， A_2 与 $\odot O$ 的关联角度大于 $90°$，



$\because A_3(2,0)$， $\odot O$ 的半径为1，

$\therefore OM = 1, OA_3 = 2$，且 MA_3 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore \sin \angle MA_3O = \dfrac{OM}{OA_3} = \dfrac{1}{2}$，

$\therefore \angle MA_3O = 30^\circ$

$\therefore \angle MA_3N = 60^\circ$，即与 $\odot O$ 的关联角度为 60°

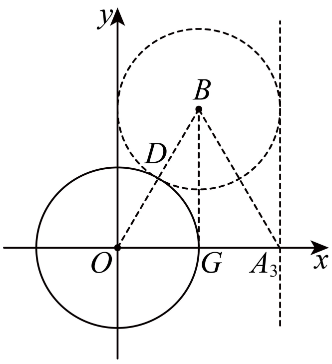
故答案为：A_3，60．

②根据定义可得 B 为 $\odot O$ 外一点，

$\because BD < 1$，$\odot O$ 的半径为 1，

$\therefore BO \geq 2$，当 $OB = 2$ 时，

如图，取点 $G(1,0)$，则 $\angle OGB = 90^\circ$，



$\therefore m \geq BG = \sqrt{OB^2 - OG^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$，

$\therefore m$ 的最小值为 $\sqrt{3}$，

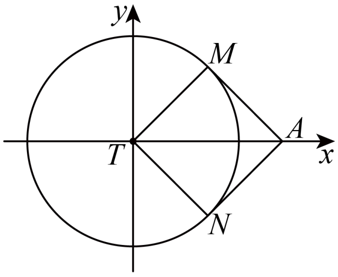
故答案为：$\sqrt{3}$．

【小问 2 详解】

解：由（1）可得，当 A 在圆的外部时，且 AM, AN 为圆的切线时，$\angle MAN$ 最大，且 A 距离圆心越近，

$\because 90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$，

$\therefore$ 当 $\angle MAN = 90^\circ$ 时，由 $\angle TMA = \angle TNA = 90^\circ$，如图，



$\therefore$ 四边形 $TMAN$ 是矩形，

由 $\because TM = TN$

$\therefore$ 四边形 $TMAN$ 是正方形，

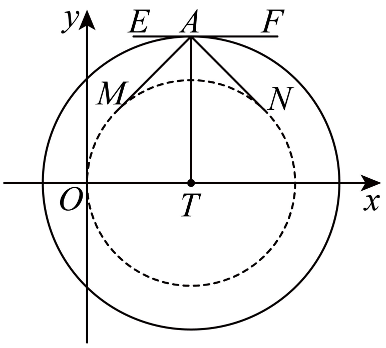
$\therefore TA = \sqrt{2}TM = \sqrt{2}r$

当 $\angle MAN \geq 90°$ 时，$r < TA \leq \sqrt{2}r$

$\because$ 点 $E(1,3), F(4,3), T(t,0)$，$\odot T$ 经过原点，线段 EF 上所有的点都是 $\odot T$ 的关联点，则 $r = |t|$，

$\therefore EF$ 上距离 T 最近的点在 $t < TA \leq \sqrt{2}t$ 的圆环内，

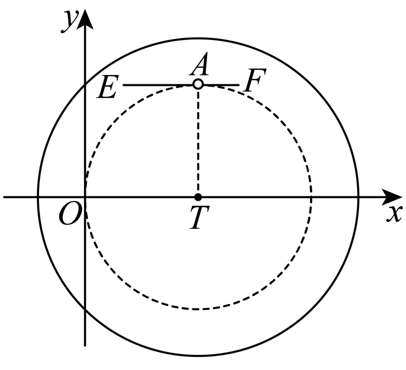
① EF 和 $\sqrt{2}t$ 的圆相切，如图，



$\therefore TA = 3 = \sqrt{2}t$

解得：$t = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

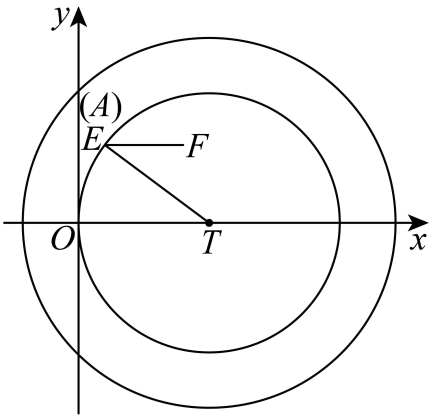
② EF 和半径为 t 的圆相切时，如图，



$\therefore t = 3$（不包含临界值）

$\therefore \dfrac{3\sqrt{2}}{2} \leq t < 3$

③当 E 在半径为 t 的圆，如图

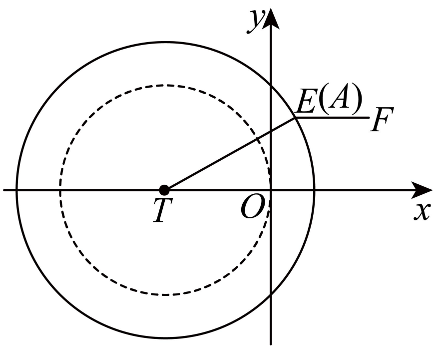


$t^2=(t-1)^2+3^2$

解得：$t=5$（不包含临界值）

∴$t>5$时，E,F 都在$\odot T$ 内部，此时$\alpha=180°$

④当E 在半径为$\sqrt{2}t$ 的圆，如图



设$\odot T$ 的半径为r，则$t=-r$，

∵$3^2+(r+1)^2=(\sqrt{2}r)^2$，

解得：$r=1+\sqrt{11}$，

∴$t\le-1-\sqrt{11}$时，此时$90°\le\alpha\le180°$，

综上所述，$\frac{3\sqrt{2}}{2}\le t<3$或$t>5$或$t\le-1-\sqrt{11}$．