

2026 年普通高等学校招生全国统一考试 (新高考 II 卷)

数学

一、单项选择题 (本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分)

1. $(1 - 3i)^2 = (\quad)$

- A. $-8 + 6i$ B. $-8 - 6i$ C. $8 + 6i$ D. $8 - 6i$

2. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a} + \vec{b}| = 1, |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{3}$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = (\quad)$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{4}$

3. 已知集合 $A = \{0, 1, 3, 6, 9\}, B = \{x \mid \sqrt{x} = x\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$

- A. $\{0, 1\}$ B. $\{3, 6\}$ C. $\{0, 1, 9\}$ D. $\{0, 3, 9\}$

4. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 过点 $(1, 0)$ 和 $(\frac{\sqrt{5}}{2}, 3)$, 则其渐近线方程为 $(\quad)$

- A. $y = \pm 3\sqrt{2}x$ B. $y = \pm 4\sqrt{3}x$ C. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}x$ D. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{6}x$

5. 棱台上下底面均为有一个内角是 60° 的菱形, 且上下底面边长分别为 2 和 3, 该棱台的高为 $\sqrt{3}$, 则该棱台体积为 $(\quad)$

- A. $\frac{19}{12}$ B. $\frac{19}{6}$ C. $\frac{19}{4}$ D. $\frac{19}{2}$

6. 甲、乙、丙、丁等 8 人分成 A, B 两技术小组, 要求每组 4 人, 且甲乙必须在同一组, 丙丁不能在同一组, 共有多少分配方案 $(\quad)$

- A. 10 B. 12 C. 16 D. 24

7. 已知 α 为第二象限角, 且 $3 \sin 2\alpha \cos \alpha = 8 \sin \alpha \cos 2\alpha$, 则 $\frac{1 + \sin \alpha}{2 - \cos \alpha} = (\quad)$

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{15}{8}$

8. 已知 $f(x)$ 为定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数, 且 $f(x) + f(x-2) = 0$, 当 $x \in [\frac{3}{2}, 3]$ 时, $f(x) = x^2 + ax + b$, 则 $(\quad)$

- A. $a = -2, b = -3$ B. $a = -2, b = 3$ C. $a = -4, b = -3$ D. $a = -4, b = 3$

二、多项选择题 (本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.)

9. 已知 $\odot O: x^2 + y^2 = 1, \odot A: x^2 + y^2 - 6x - 8y + k = 0$, 则 $(\quad)$

- A. 点 A 的坐标为 $(-3, -4)$ B. $k = 9$ 时, $\odot A$ 与 x 轴相切
C. 当 $k = -11$ 时, $\odot A$ 与 $\odot O$ 相切 D. 当 $\odot O$ 与 $\odot A$ 相交时, 两交点所在直线的方程是 $6x + 8y - k - 2 = 0$

10. 等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q \neq 1$, $a_1 > 0$, $2a_3 = a_2 + a_1$, 记前 n 项和为 S_n , 则 ()

A. $q = -\frac{1}{2}$

B. $S_n > \frac{2a_1}{3}$

C. $2S_{n+2} = S_{n+1} + S_n$

D. $\sum_{k=1}^n S_k > \frac{2na_1}{3}$

11. 已知抛物线 $E: y^2 = 8x$, 斜率 k ($k > 0$) 的直线 l 过点 $(1, 0)$, $\triangle ABC$ 为等边三角形, A 在 y 轴上, B, C 在 l 上, 则 ()

A. 抛物线准线方程为 $x = -2$

B. l 与 y 轴交点为 $(0, -k)$

C. 若 l 与 E 相交于唯一点 B , 则抛物线焦点在直线 AB 上

D. $k = 2$ 时, $\triangle ABC$ 面积最小值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

三、填空题 (本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分)

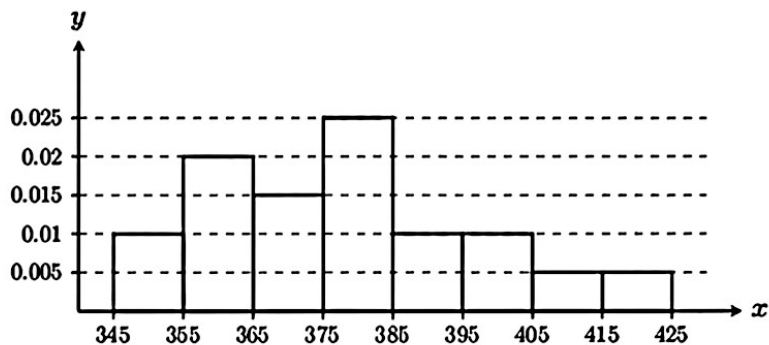
12. S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和. 若 $a_1 = -1, a_4 = 5$, 则 $S_6 =$ _____.

13. 若函数 $f(x) = 2^x + 2^{-x} - m$ 有两个零点, 则 m 的取值范围是 _____.

14. 球 O 的体积为 $4\sqrt{3}\pi$, A, B, C, D 四点均在球 O 的球面上, $\triangle ABC$ 为等边三角形, $DA = DB = DC = \sqrt{2}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____.

四、解答题（本大题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。）

15. (13 分) 某工厂抽取一批电子元件检测，记录第一次出现故障的时间（天），绘制成如下的频率分布直方图：



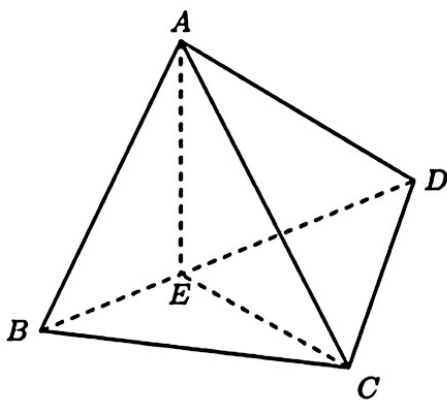
(1) 求第一四分位数和中位数；

(2) $\hat{p}$ 为首次故障时间小于 365 天的概率估计值.

(i) 求 $\hat{p}$;

(ii) 工厂向某用户销售 100 件电子元件， X 为这 100 件产品首次出现故障小于 365 天的件数，则 $X \sim B(100, \hat{p})$ ，求 $E(X), D(X)$.

16. (15 分) 三棱锥 $A-BCD$ 中， E 在 BD 上， $AE \perp CE, AE \perp DE, CD \perp AD$.



(1) 证明: $CD \perp AB$;

(2) 若 $DE = 2, BE = 1, AE = \sqrt{2}, CD = 2\sqrt{3}$ ，求 AD 与平面 ABC 所成角的正弦值.

17. (15 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\cos B = \frac{3}{4}$, $\cos^2(A+C) + \sin A \sin C = 1$.

(1) 证明: $\triangle ABC$ 为钝角三角形;

(2) 若 $\triangle ABC$ 面积为 $\frac{\sqrt{7}}{4}$, 求 $\triangle ABC$ 周长.

18. (17 分) 椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$ ($a > 1$), 过右焦点垂直于 x 轴的直线被 E 所截线段长为 $\sqrt{2}$.

(1) 求 E 的离心率;

(2) O 为坐标原点, 给定点 $G(t_0, 0)$ ($t_0 \neq 0$); $A(x_0, y_0)$ ($y_0 \neq 0$) 在 E 上, 过点 A 作 y 轴的垂线, 交于点 B , AO 与 GB 交于点 P . 当 A 在 E 上运动时, P 的轨迹为 M .

(i) 求 M 的方程;

(ii) M 是否有中心点? 当 t_0 为何值时, M 有中心点? 当 M 有中心点时, 平移 M 到 M' , 使 O 为 M' 的中心点, 说明 M' 为何形状?

19. (17 分) 已知函数 $f(x) = xe^x + ax + b$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 $y = -2x + 1$.

(1) 求 a, b ;

(2) 当 $x > 0$ 时, $f(x+m) - f(x) > m$, 求 m 的取值范围;

(3) 当 $x > 0$ 时, $f(x+k) + f(k-x) > 2f(k)$, 求 k 的最小值.