

北京人大附中朝阳学校初三 10 月月考

数 学

(时间: 120 分钟 分值: 100 分)

一、选择题 (共 16 分, 每题 2 分) 第 1-8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个.

1. 下列自然能源图标中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



2. 抛物线 $y = (x-1)^2 + 2$ 的顶点坐标是 ()

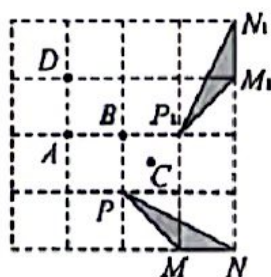
A. (1, 2)

B. (1, -2)

C. (-1, 2)

D. (-1, -2)

3. 如图, 在 4×4 的正方形网格中, $\triangle MNP$ 绕某点旋转一定的角度, 得到 $\triangle M_1N_1P_1$, 则旋转中心是 ()



A. 点 A

B. 点 B

C. 点 C

D. 点 D

4. 要得到抛物线 $y = 2(x-4)^2 - 1$, 可以将抛物线 $y = 2x^2$: ()

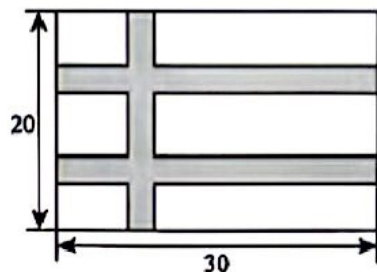
A. 向左平移 4 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度

B. 向左平移 4 个单位长度, 再向下平移 1 个单位长度

C. 向右平移 4 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度

D. 向右平移 4 个单位长度, 再向下平移 1 个单位长度

5. 如图, 在一块长 30m, 宽 20m 的矩形苗圃基地上修建两横一纵三条等宽的道路, 剩余空地种植花苗, 设道路的宽为 x m, 若种植花苗的面积为 522m^2 , 依题意列方程为 ()



A. $20x + 30 \times 2x = 600 - 522$

B. $20x + 30 \times 2x - x^2 = 600 - 522$

C. $(20 - 2x)(30 - x) = 522$

D. $(20 - x)(30 - 2x) = 522$

6. 用配方法解一元二次方程 $x^2 - 8x + 10 = 0$ 配方后得到的方程是 ()



CS 扫描全能王

3 亿人都在用的扫描 App

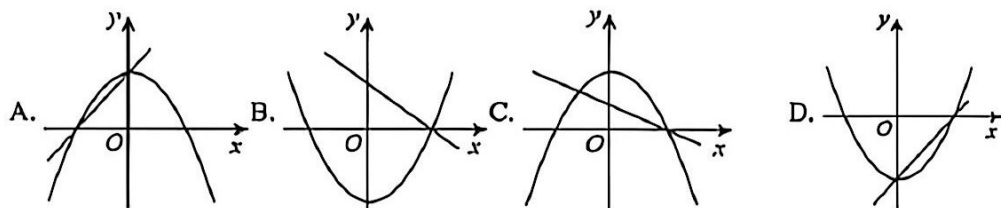
A. $(x+8)^2 = 54$

B. $(x-8)^2 = 54$

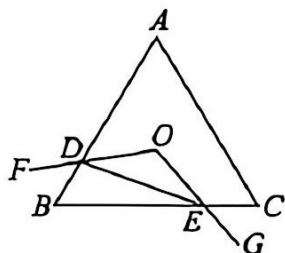
C. $(x+4)^2 = 6$

D. $(x-4)^2 = 6$

7. 在同一平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = ax^2 - a$ 的图象和一次函数 $y = ax - a$ 的图象大致为 ()



8. 如图, 等边 $\triangle ABC$ 的边长为 2. 点 O 是 $\triangle ABC$ 的中心, $\angle FOG = 120^\circ$ 绕点 O 旋转 $\angle FOG$, 分别交线段 AB , BC 于 D , E 两点, 连接 D, E , 给出下列四个结论:



① $OD = OE$;

② $\triangle DOE$ 的面积等于 $\triangle BDE$ 的面积;

③ 四边形 $DBEO$ 的面积始终保持不变;

④ $\triangle BDE$ 的周长的最小值为 3.

上述结论中, 所有正确结论的序号是 ()

A. ①③

B. ①②④

C. ②③④

D. ①③④

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 请写出一个当 $x > 0$ 时, y 随 x 增大而减小的二次函数的表达式_____.

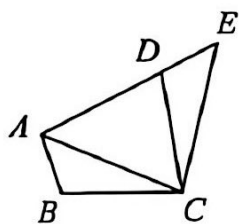
10. 点 $A(-1, 2)$ 关于原点对称的点的坐标是_____.

11. 若函数 $y = (m-1)x^{m^2+1} + 3x - 2$ 是二次函数, 则 $m =$ _____.

12. 已知点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 在二次函数 $y = (x-1)^2 + 1$ 的图象上, 若 $x_1 > x_2 > 1$, 则 y_1 _____ y_2 .

13. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx$ 与直线 $y = mx + n$ 相交于点 $A(-3, -6)$ 和点 $B(1, -2)$, 则关于 x 的方程 $ax^2 + bx = mx + n$ 的解为_____.

14. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转得到 $\triangle CDE$, 若点 A 恰好在 ED 的延长线上, $\angle ABC = 110^\circ$, 则 $\angle ADC$ 的度数为_____.

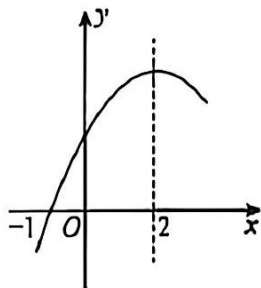


15. 若关于 x 的一元二次方程 $-x^2 + 4x - t = 0$ (t 为实数) 在 $1 < x < 5$ 的范围内有解, 则 t 的取值范围是_____.

16. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的部分图象如图所示, 图象过点 $(-1, 0)$, 对称轴为直线 $x = 2$. 抛物线与 y 轴交点在 $A(0, 1)$ 和 $B(0, 2)$ 之间 (不与 A 、 B 重合). 下列结论: ① $abc > 0$; ② $9a + c > 3b$; ③

$4a + b = 0$; ④当 $y > 0$ 时, $-1 < x < 5$; ⑤ a 的取值范围为 $-\frac{2}{5} < a < -\frac{1}{5}$. 其中正确结论有_____

(填序号)



三、解答题 (共 68 分,) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程

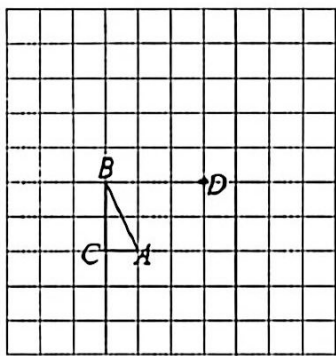
17. 解下列一元二次方程:

(1) $x^2 - 4x - 1 = 0$

(2) $x^2 + 10x + 9 = 0$

18. 已知 $x=1$ 是关于 x 的方程 $x^2 + 2ax + a^2 = 3$ 的一个根, 求代数式 $a(a-1) + a^2 + 5a$ 的值.

19. 如图, 在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中, 给出了 $\triangle ABC$ 和点 D (A 、 B 、 C 、 D 是网格线交点)



(1) 将 $\triangle ABC$ 绕点 D 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C'$, 其中点 A' 与点 A 是对应点, 点 B' 与点 B 是对应点, 点 C' 与点 C 是对应点, 画出旋转后的 $\triangle A'B'C'$

(2) 在 (1) 的条件下, 以点 D 为原点, 以水平向右和竖直向上为正方向, 建立平面直角坐标系, 写出点 C 和点 C' 的坐标.

C 点坐标为_____.

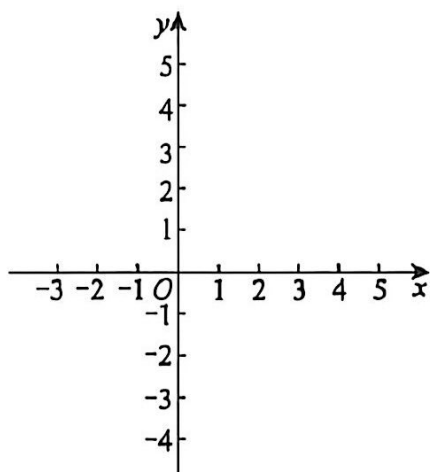
C' 点坐标为_____.

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (m-1)x + m - 2 = 0$



- (1) 求证：该方程总有两个实数根；
 (2) 若该方程有一个根是正整数，求 m 的值。

21. 已知抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$ 。



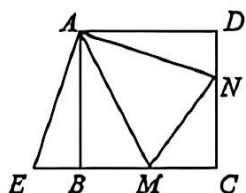
- (1) 在平面直角坐标系中画出这条抛物线；
 (2) 当 x 取什么值时， $y > 0$ ；
 (3) 当 x 取什么值时， y 随 x 的增大而减小？

22. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x = -1$ ，过点 $(-4, 0)$ ， $(0, -2)$ 。

- (1) 求抛物线的解析式和顶点坐标；
 (2) 当 $-4 < x < 4$ 时，求 y 的取值范围。

23. 如图，点 M ， N 分别在正方形 $ABCD$ 的边 BC ， CD 上，且 $\angle MAN = 45^\circ$ ，把 $\triangle ADN$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle ABE$ 。

- (1) 求证： $\triangle AEM \cong \triangle ANM$ 。
 (2) 若 $BM = 3$ ， $DN = 2$ ，求正方形 $ABCD$ 的边长。



24. 某公司以每件 40 元的价格购进一种商品，在销售过程中发现这种商品每天的销售量 y (件) 与每件的销售单价 x (元) 满足一次函数关系： $y = -2x + 140$ ($x > 40$)。

- (1) 若设总利润为 w 元，则 w 与 x 的函数关系式是 _____；
 (2) 若每天的销售量不少于 38 件，则销售单价定为多少元时，此时利润最大，最大利润是多少？

25. 小明对函数 $y = \frac{10}{(x+1)^2 + 1}$ 的图象和性质进行了探究。以下是小明画该函数图象的部分过程。

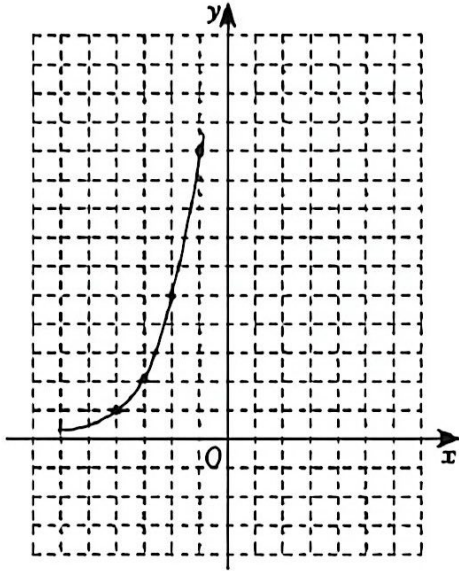
第一步，列表：自变量 x 的取值范围是全体实数， x 与 y 的几组对应值列表如下：



x	$\cdots$	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	$\cdots$
y	$\cdots$	m	n	1	2	5	10	5	2	1	$\frac{10}{17}$	$\frac{5}{13}$	$\cdots$

第二步，描点，

第三步，连线。



请根据以上材料完成下列问题：

(1) 表中 m 的值是 _____， n 的值是 _____。请把小明画该函数图象的过程补充完整：

(2) 观察函数 $y = \frac{10}{(x+1)^2 + 1}$ 图象，小明得出以下结论：

- ①该函数图象是轴对称图形，对称轴是直线 $x = -1$ ；
- ②该函数图象与 x 轴有两个交点，与 y 轴有一个交点；
- ③当 $x > -1$ 时， y 随 x 的增大而减小；
- ④当 $x = -1$ 时， y 有最大值 10。

其中正确的结论序号是 _____：

(3) 若关于 x 的方程 $\frac{10}{(x+1)^2 + 1} = k$ 有实数根，则 k 的取值范围是 _____。

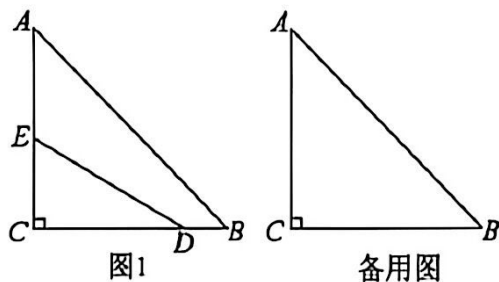
26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 - 2mx - 1$ 经过点 $P(-1, 2m - 2)$ 。

(1) 求 a 的值；

(2) 已知点 $A(-m-1, y_1)$ ， $B(2m+4, y_2)$ 在此抛物线上，当 $-1 < m < 1$ 时，比较 y_1 ， y_2 ， -1 的大小，并说明理由。

27. 在等腰 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ，点 D 在线段 BC 上，点 E 在线段 AC 上，将线段 DE 绕点 D 顺时针旋转 90° 得到线段 DF 。



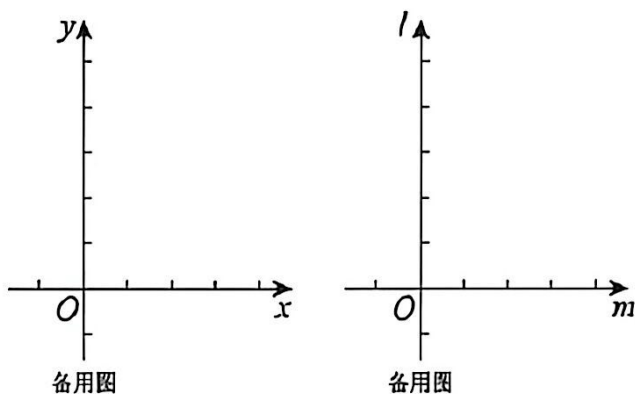


(1) 依题意补全图 1:

(2) 求证: $\angle CED = \angle FDB$;

(3) 点 M 为 AB 中点, 射线 CM 交 EF 于点 N , 探究 EN 与 FN 的数量关系, 并说明理由.

28. 新定义: 在平面直角坐标系中, 对于任意两点 $A(a, b)$, $B(p, q)$, 若点 $T(x, y)$, $T(x, y)$ 满足 $x = a + p$, $y = b + q$, 那么称点 T 是点 A , B 的“合作点”, 例如: $A(-1, 2)$, $B(3, 4)$, 当点 $T(x, y)$ 满足 $x = -1 + 3 = 2$, $y = 2 + 4 = 6$ 时, 则点 $T(2, 6)$ 是点 A , B 的“合作点”.



(1) 已知点 $A(2, -4)$, $B(-2, 8)$, 点 T 是点 A , B 的“合作点”, 求出点 T 的坐标:

(2) 若点 $A(a, b)$ 是抛物线 $y = -x^2$ 上一动点, 点 $B(1, 1)$, 点 $T(x, y)$ 是点 A , B 的“合作点”, 试求出 T 中 y 关于 x 的函数表达式:

(3) 把 (2) 中 y 关于 x 的函数表达式向上平移 3 个单位得到新函数 y' , 设新函数 y' 与平面直角坐标系中的 y 轴交于点 C , 点 P 是新函数 y' 图像上一动点, 它的横坐标为 m . 过点 P 作 $PM \perp y$ 轴于点 M , 当点 P 与点 M 都不与点 C 重合时, 以 PM , CM 为边作矩形 $PMCN$, 设矩形 $PMCN$ 的周长为 l .

①求 l 与 m 的函数解析式:

②若对于 l 的每一个取值, 都有两个 m 的值与它对应, 直接写出 l 的取值范围.

