

2025-2026 学年北京市昌平区回龙观东西学区七年级（上）期中数学试卷

一、选择题（每小题 2 分，共 16 分）下面各题均有四个选项，只有一个是符合题意的。

- 1.（2 分）《九章算术》是我国重要的数学典籍．书中记载：“今两算得失相反，要令正负以名之”．译文：今有两数，若意义相反，则分别叫作正数和负数．如果向东走 50 米，记作+50 米，则 - 30 米表示（ ）
- A. 向东走 20 米 B. 向西走 20 米
C. 向东走 30 米 D. 向西走 30 米
- 2.（2 分）实数 - 3 的倒数是（ ）
- A. - 3 B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 3
- 3.（2 分）在 - 1, +3.5, 0, $-\frac{1}{3}$, $|-0.8|$ 中，非负有理数有（ ）
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- 4.（2 分）下列运用等式的基本性质，变形不正确的是（ ）
- A. 若 $a=b$ ，则 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ B. 若 $a=b$ ，则 $ac=bc$
C. 若 $a=b$ ，则 $a-c=b-c$ D. 若 $\frac{a}{c^2}=\frac{b}{c^2}$ ，则 $a=b$
- 5.（2 分）2025 年 5 月 29 日，行星探测工程天问二号探测器在西昌卫星发射中心成功发射，开启对近地小行星 2016H03 的探测与采样返回之旅．已知该小行星与地球的最近距离约为月球远地点距离的 45 倍，月球远地点距离约为 $4 \times 10^5 km$ ，则该小行星与地球的最近距离约为（ ）
- A. $1.8 \times 10^5 km$ B. $1.8 \times 10^6 km$
C. $1.8 \times 10^7 km$ D. $1.8 \times 10^{10} km$
- 6.（2 分）下列说法正确的是（ ）
- A. 3.14 不是单项式
B. - a 表示负数
C. $-\frac{2\pi ab}{3}$ 的系数是 $-\frac{2}{3}$
D. $3xy^2 - 2x + 1$ 是三次三项式
- 7.（2 分）下列各组中，是同类项的是（ ）
- ① $2x^2y^3$ 与 x^3y^2 ； ② $-x^2yz$ 与 $-x^2y$ ； ③ $10mn$ 与 $\frac{2}{5}mn$ ； ④ $(-a)^5$ 与 $(-3)^5$ ； ⑤ $-3x^2y$ 与 $0.5yx^2$ ．
- A. ①②③ B. ①③④ C. ③⑤ D. 只有⑤
- 8.（2 分）若 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{2024} \cdot x_{2025} \neq 0$ ，且 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{2024}, x_{2025}$ 这 2025 个数中有 n 个正数，

则 $\frac{|x_1|}{x_1} + \frac{|x_2|}{x_2} + \frac{|x_3|}{x_3} + \dots + \frac{|x_{2024}|}{x_{2024}} + \frac{|x_{2025}|}{x_{2025}}$ 的值为 ()

- A. $2025 - n$ B. $2025 - 2n$ C. $2n - 2025$ D. $n - 2025$

二、填空题 (每小题 2 分, 共 16 分)

9. (2 分) 用代数式表示“比 x 的平方的 2 倍大 1 的数”为_____.

10. (2 分) 比较大小: (用 “>”、“<” 或 “=” 填空)

(1) $-\frac{5}{2}$ _____ -1.5 ;

(2) $(-3)^2$ _____ $-|-9|$.

11. (2 分) 用四舍五入法将 3.1516 精确到 0.01 所得到的近似数为_____.

12. (2 分) 已知 $(a+2)x^{|a|-1} - 3 = 0$ 是关于 x 的一元一次方程, 则 $a =$ _____.

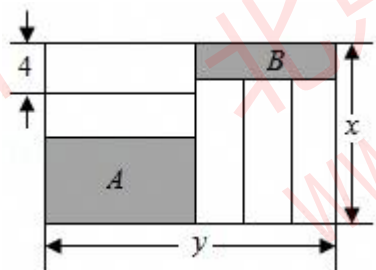
13. (2 分) 若 $(a-3)^2 + |b+2| = 0$, 则 $b^a =$ _____.

14. (2 分) 若 $a^2 + ab = 3$, $ab + b^2 = 5$, 则 $2a^2 + 3ab + b^2 =$ _____.

15. (2 分) 已知多项式 $x^2y^2 + 2xy^m - 3xy$ 是五次三项式, n 是该多项式二次项的系数, 则 $m - 3n$ 的值为_____.

16. (2 分) 如图, 长为 y (cm), 宽为 x (cm) 的大长方形被分割为 7 小块, 除阴影 A , B 外, 其余 5 块是形状、大小完全相同的小长方形, 其较短的边长为 4cm, 下列说法中正确的是_____.

- ①小长方形的较长边为 $y - 12$;
- ②阴影 A 的较短边和阴影 B 的较短边之和为 $x - y + 4$;
- ③若 x 为定值, 则阴影 A 和阴影 B 的周长和为定值;
- ④当 $x = 20$ 时, 阴影 A 和阴影 B 的面积和为定值.



三、解答题 (17-22 小题, 每小题 5 分; 23-26 小题, 每小题 5 分; 27-28 小题, 每小题 5 分, 共 68 分)

17. (5 分) 把下列各数在数轴上表示出来, 并用 “<” 连接.

-3.5 , $\frac{1}{2}$, 0 , $-|-1|$, $+2\frac{1}{3}$

18. (5 分) $-2 + (-6) - (-8) + 3$.

19. (5 分) $(-24) \times (-\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{7}{8})$

20. (5分) $-4^2 + 1\frac{5}{6} \div |-\frac{11}{3}| \times (\frac{1}{2} - 2)^2$.

21. (5分) 解方程: $7x - 8 = 5x + 4$.

22. (5分) 解方程: $2x + 6(3x - 1) = 4$.

23. (6分) 先化简, 再求值: $\frac{1}{2}(4x^2y - 2) + 6xy - 3(4xy - 2) - x^2y + 1$, 其中 $x = 2$, $y = -\frac{1}{2}$.

24. (6分) 小明与小红两位同学解方程 $\frac{3x-1}{4} - \frac{5x-3}{6} = 1$ 的过程如下:

小明:	小红:
$12 \times \frac{3x-1}{4} - 12 \times \frac{5x-3}{6} = 1$ (第一步)	$3(3x-1) - 2(5x-3) = 12$ (第一步)
$3(3x-1) - 2(5x-3) = 1$ (第二步)	$9x - 3 - 10x - 6 = 12$ (第二步)
$9x - 3 - 10x + 6 = 1$ (第三步)	$-x = 12 + 3 + 6$ (第三步)
$-x = -2$ (第四步)	$-x = 21$ (第四步)
$x = 2$ (第五步)	$x = -21$ (第五步)

(1) 小明与小红在解方程中均出现了错误;

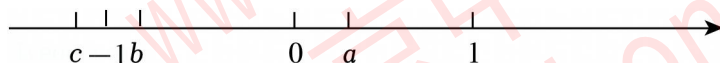
小明出错的步骤是第_____步、小红出错的步骤是第_____步;

(2) 写出正确的解答过程.

25. (6分) 已知有理数 a , b , c 在数轴上的位置如图所示:

(1) 用 “>” “<” 或 “=” 填空: $a+b$ _____0, $a-b$ _____0, $a+b+c$ _____0;

(2) 化简: $|a+c| - |a+b+c| + |a-b|$.



26. (6分) 某无人驾驶出租车服务品牌在北京、武汉等城市开展服务与测试. 某天下午, 该品牌的某辆无人驾驶出租车的营运路线全是在东西走向的大街上进行的. 如果规定向东为正, 向西为负. 这辆车这天下午共营运六次, 载客行驶里程 (单位: 千米) 依次如下: $+3$, $+16$, -5 , $+8$, -9 , $+3$.

(1) 最后一次营运结束时, 这辆无人驾驶出租车距离下午出发时的出发地有多远?

(2) 该品牌的计费标准为: 不超过 1 千米, 收费 15 元; 超过 1 千米的部分, 按 2.7 元/千米收费; 超过 10 千米的部分额外收取远途费 0.9 元/千米, 则这辆车这天下午前两次营运分别收入多少元?

27. (7分) 综合与实践:

【概念学习】定义: 求若干个相同的有理数 (均不等于 0) 的除法运算叫做除方, 如 $2 \div 2 \div 2$, $(-3) \div (-3) \div (-3) \div (-3) \div (-3)$ 等. 类比有理数的乘方, 我们把 $2 \div 2 \div 2$ 记作 2_3 , 读作 “2 的下 3 次方”,

$(-3) \div (-3) \div (-3) \div (-3)$ 记作 $(-3)_4$, 读作“ -3 的下 4 次方”. 一般地, 把 $a \div a \div \cdots \div a \div a$ ($a \neq 0$) 记作 a_n , 读作“ a 的下 n 次方”

(1) 直接写出计算结果: $2_3 =$ _____, $(\frac{1}{2})_3 =$ _____.

【深入探究】我们知道, 有理数的减法运算可以转化为加法运算, 除法运算可以转化为乘法运算, 有理数的除方运算如何转化为乘方运算呢?

例如: $2_4 = 2 \div 2 \div 2 \div 2 = 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = (\frac{1}{2})^3$.

(2) 仿照上面的算式, 将下列运算写成幂的形式: $2_6 =$ _____,

$(-\frac{1}{3})_7 =$ _____;

【结论应用】

(3) 计算: $12^2 \div (-\frac{1}{3})_4 \times (-2)_6 - (-\frac{1}{3})_6 \div 3^3$.

28. (7 分) 对于数轴上三个不同的点 A, B, C , 给出如下定义: 在线段 AB, BC, CA 中, 若其中有两线段相等, 则称 A, B, C 三点是“均衡点”.

(1) 点 A 表示的数是 -2 , 点 B 表示的数是 1 , 点 C 表示的数是 3 ,

① A, B, C 三点 _____ (填“是”或“不是”)“均衡点”;

② 点 M 表示的数是 m , 且 B, C, M 三点是“均衡点”, 则 $m =$ _____;

(2) 点 D 表示的数是 x , 点 E 表示的数是 n , 线段 $EF = a$ (a 为正整数), 线段 $DE = b$, 若 D, E, F 三点是“均衡点”, 且关于 x 的一元一次方程 $ax + x = 4b$ 的解为整数, 求 n 的最小值.

2025-2026 学年北京市昌平区回龙观东西学区七年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	B	C	A	C	D	C	C

一、选择题（每小题 2 分，共 16 分）下面各题均有四个选项，只有一个是符合题意的。

1. （2 分）《九章算术》是我国重要的数学典籍．书中记载：“今两算得失相反，要令正负以名之”．译文：今有两数，若意义相反，则分别叫作正数和负数．如果向东走 50 米，记作+50 米，则 - 30 米表示（ ）

- A. 向东走 20 米 B. 向西走 20 米
C. 向东走 30 米 D. 向西走 30 米

【分析】在一对具有相反意义的量中，先规定其中一个为正，则另一个就用负表示．根据题意作答．

【解答】解：∵向东走 50 米记作+50 米，

∴向东记为正数，向西记为负数，

则 - 30 米表示向西走 30 米，

故选：D．

【点评】本题考查正数和负数，理解“正”和“负”的相对性，明确什么是一对具有相反意义的量是解题的关键．

2. （2 分）实数 - 3 的倒数是（ ）

- A. - 3 B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 3

【分析】根据倒数的意义，可得答案．

【解答】解：- 3 的倒数是 $-\frac{1}{3}$ ，

故选：B．

【点评】本题考查了实数的性质，分子分母交换位置是求一数的倒数的关键．

3. （2 分）在 - 1，+3.5，0， $-\frac{1}{3}$ ，|- 0.8|中，非负有理数有（ ）

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【分析】根据有理数的分类解答．

【解答】解：在 - 1，+3.5，0， $-\frac{1}{3}$ ，|- 0.8|中，非负有理数有+3.5，0，|- 0.8|，共计 3 个．

选项 C 符合题意.

故选: C.

【点评】 本题主要考查了有理数的相关概念, 明确非负有理数是大于或等于零的有理数是正确解答此题的关键.

4. (2 分) 下列运用等式的基本性质, 变形不正确的是 ()

A. 若 $a=b$, 则 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

B. 若 $a=b$, 则 $ac=bc$

C. 若 $a=b$, 则 $a-c=b-c$

D. 若 $\frac{a}{c^2} = \frac{b}{c^2}$, 则 $a=b$

【分析】 根据等式的基本性质求解即可.

【解答】 解: A. 当 $c=0$ 时, 除法无意义, 选项变形错误, 符合题意;

B. 若 $a=b$, 则 $ac=bc$, 选项变形正确, 不符合题意;

C. 若 $a=b$, 则 $a-c=b-c$, 选项变形正确, 不符合题意;

D. 若 $\frac{a}{c^2} = \frac{b}{c^2}$, 则 $a=b$, 选项变形正确, 不符合题意.

故选: A.

【点评】 此题考查了等式的基本性质, 掌握等式的基本性质是关键.

5. (2 分) 2025 年 5 月 29 日, 行星探测工程天问二号探测器在西昌卫星发射中心成功发射, 开启对近地小行星 2016H03 的探测与采样返回之旅. 已知该小行星与地球的最近距离约为月球远地点距离的 45 倍, 月球远地点距离约为 $4 \times 10^5 km$, 则该小行星与地球的最近距离约为 ()

A. $1.8 \times 10^5 km$

B. $1.8 \times 10^6 km$

C. $1.8 \times 10^7 km$

D. $1.8 \times 10^{10} km$

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】 解: $45 \times 4 \times 10^5 km = 18000000 km = 1.8 \times 10^7 km$,

故选: C.

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

6. (2 分) 下列说法正确的是 ()

A. 3.14 不是单项式

B. $-a$ 表示负数

C. $-\frac{2\pi ab}{3}$ 的系数是 $-\frac{2}{3}$

D. $3xy^2 - 2x + 1$ 是三次三项式

【分析】根据定义逐一判断各选项.

【解答】解: A、常数 3.14 是单项式, 故 A 不符合题意;

B、 $-a$ 表示 a 的相反数, a 可以是正数, 0 或负数, $\therefore -a$ 可以是负数, 0 或正数, 故 B 不符合题意;

C、单项式 $-\frac{2\pi ab}{3}$ 的系数是数字因数, $\therefore$ 系数是 $-\frac{2\pi}{3}$, 而不是 $-\frac{2}{3}$, 故 C 不符合题意;

D、多项式 $3xy^2 - 2x + 1$ 的最高次数为 $1+2=3$, 且多项式有三项, $\therefore$ 是三次三项式, 故 D 符合题意;

故选: D.

【点评】本题考查单项式、代数式、系数和多项式的概念, 掌握单项式、系数和多项式的定义是解题关键.

7. (2 分) 下列各组中, 是同类项的是 ()

① $2x^2y^3$ 与 x^3y^2 ; ② $-x^2yz$ 与 $-x^2y$; ③ $10mn$ 与 $\frac{2}{5}mn$; ④ $(-a)^5$ 与 $(-3)^5$; ⑤ $-3x^2y$ 与 $0.5yx^2$.

A. ①②③

B. ①③④

C. ③⑤

D. 只有⑤

【分析】根据同类项的定义, 所含字母相同且相同字母的指数也相同的项是同类项, 常数项也是同类项. 逐一判断各组即可.

【解答】解: ①中 $2x^2y^3$ 与 x^3y^2 字母相同但指数不同, 不是同类项;

②中 $-x^2yz$ 与 $-x^2y$ 字母不同 (前者有 z , 后者无), 不是同类项;

③中 $10mn$ 与 $\frac{2}{5}mn$ 字母相同且指数相同, 是同类项;

④中 $(-a)^5$ 含字母 a , $(-3)^5$ 是常数, 不是同类项;

⑤中 $-3x^2y$ 与 $0.5yx^2$ 字母相同且指数相同, 是同类项.

$\therefore$ ③和⑤是同类项.

故选: C.

【点评】本题考查了同类项, 解题的关键是根据同类项的定义来解答.

8. (2 分) 若 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{2024} \cdot x_{2025} \neq 0$, 且 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{2024}, x_{2025}$ 这 2025 个数中有 n 个正数,

则 $\frac{|x_1|}{x_1} + \frac{|x_2|}{x_2} + \frac{|x_3|}{x_3} + \dots + \frac{|x_{2024}|}{x_{2024}} + \frac{|x_{2025}|}{x_{2025}}$ 的值为 ()

A. $2025 - n$

B. $2025 - 2n$

C. $2n - 2025$

D. $n - 2025$

【分析】每个项 $\frac{|x_i|}{x_i}$ 的值仅取决于 x_i 的符号: 正数为 1, 负数为 -1. 已知有 n 个正数, 则负数的个数为 $2025 - n$. 求和即可得出结果.

【解答】解：∵对于任意非零实数 x_i ，有 $\frac{|x_i|}{x_i} = 1$ ($x_i > 0$)， $\frac{|x_i|}{x_i} = -1$ ($x_i < 0$)，

且正数个数为 n ，负数个数为 $2025 - n$ ，

$$\begin{aligned} & \therefore \frac{|x_1|}{x_1} + \frac{|x_2|}{x_2} + \frac{|x_3|}{x_3} + \dots + \frac{|x_{2024}|}{x_{2024}} + \frac{|x_{2025}|}{x_{2025}} \\ &= n \times 1 + (2025 - n) \times (-1) \\ &= n - 2025 + n \\ &= 2n - 2025. \end{aligned}$$

故选：C.

【点评】本题考查了有理数的加法，绝对值，掌握相应的运算法则是关键.

二、填空题（每小题 2 分，共 16 分）

9. (2 分) 用代数式表示“比 x 的平方的 2 倍大 1 的数”为 $2x^2 + 1$.

【分析】根据题意，可以用含 x 的代数式表示出“比 x 的平方的 2 倍大 1 的数”.

【解答】解：“比 x 的平方的 2 倍大 1 的数”可以表示为 $2x^2 + 1$ ，

故答案为： $2x^2 + 1$.

【点评】本题考查列代数式，解答本题的关键是明确题意，列出相应的代数式.

10. (2 分) 比较大小：(用“ $>$ ”、“ $<$ ”或“ $=$ ”填空)

(1) $-\frac{5}{2}$ $<$ -1.5 ;

(2) $(-3)^2$ $>$ $-|-9|$.

【分析】(1) 两个负数比较大小，绝对值大的反而小；

(2) 先计算有理数的乘方和绝对值，再比较数值大小.

【解答】解：(1) ∵ $|\frac{5}{2}| = \frac{5}{2} = 2.5$ ， $|-1.5| = 1.5$ ，且 $2.5 > 1.5$ ，

$$\therefore \frac{5}{2} > 1.5,$$

$$\therefore -\frac{5}{2} < -1.5.$$

故答案为： $<$;

(2) ∵ $(-3)^2 = 9$ ， $-|-9| = -9$ ，

$$\therefore (-3)^2 > -|-9|.$$

故答案为： $>$.

【点评】本题考查了有理数的大小比较，熟练掌握有理数的大小比较方法是解本题的关键.

11. (2 分) 用四舍五入法将 3.1516 精确到 0.01 所得到的近似数为 3.15 .

【分析】把千分位上的数字 1 进行四舍五入即可.

【解答】解: 将 3.1516 精确到 0.01 所得到的近似数为 3.15.

故答案为: 3.15.

【点评】本题考查了近似数: “精确到第几位” 是精确度的常用的表示形式.

12. (2 分) 已知 $(a+2)x^{|a|-1}-3=0$ 是关于 x 的一元一次方程, 则 $a=$ 2 .

【分析】利用一元一次方程的定义, 可列出关于 a 的一元一次不等式及含绝对值符号的一元一次方程, 解之即可得出结论.

【解答】解: $\because (a+2)x^{|a|-1}-3=0$ 是关于 x 的一元一次方程,

$$\therefore \begin{cases} a+2 \neq 0 \\ |a|-1=1 \end{cases}$$

解得: $a=2$.

故答案为: 2.

【点评】本题考查了一元一次方程的定义, 牢记 “只含有一个未知数 (元), 且未知数的次数是 1, 这样的方程叫一元一次方程” 是解题的关键.

13. (2 分) 若 $(a-3)^2+|b+2|=0$, 则 $b^a=$ -8 .

【分析】直接利用偶次方的性质以及绝对值的性质得出 a, b 的值, 进而代入计算即可.

【解答】解: $\because (a-3)^2+|b+2|=0$,

$$\therefore a-3=0, b+2=0,$$

解得: $a=3, b=-2$,

$$\text{故 } b^a = (-2)^3 = -8.$$

故答案为: -8.

【点评】此题主要考查了非负数的性质, 正确掌握非负数的性质求出 a, b 的值是解题关键.

14. (2 分) 若 $a^2+ab=3, ab+b^2=5$, 则 $2a^2+3ab+b^2=$ 11 .

【分析】首先由 $a^2+ab=3$ 得到 $2a^2+2ab=6$, 然后整体代入求解即可.

【解答】解: $\because a^2+ab=3$,

等式两边乘以 2 得: $2a^2+2ab=6$,

$$\because ab+b^2=5,$$

$$\therefore \text{原式} = 2a^2+2ab+ab+b^2 = 6+5 = 11.$$

故答案为: 11.

【点评】此题考查了代数式求值, 解题的关键是掌握已知条件整体代入.

15. (2分) 已知多项式 $x^2y^2 + 2xy^m - 3xy$ 是五次三项式, n 是该多项式二次项的系数, 则 $m - 3n$ 的值为 13 .

【分析】根据多项式为五次三项式, 确定第二项的次数为 5, 求出 m , 再识别二次项及其系数, 求出 n , 最后代入计算.

【解答】解: 多项式 $x^2y^2 + 2xy^m - 3xy$ 是五次三项式,
因此最高次项的次数为 5,

$$\therefore 1+m=5,$$

解得 $m=4$,

二次项是次数为 2 的项, 即第三项 $-3xy$, 其系数为 -3 ,

故 $n=-3$,

因此, $m - 3n = 4 - 3 \times (-3) = 4 + 9 = 13$.

故答案为: 13.

【点评】本题考查了多项式, 解题的关键是弄清多项式次数是多项式中次数最高的项的次数.

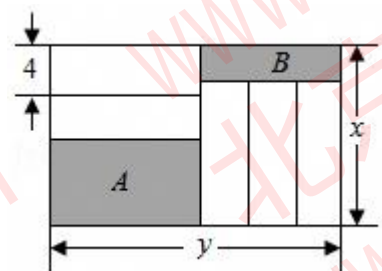
16. (2分) 如图, 长为 y (cm), 宽为 x (cm) 的大长方形被分割为 7 小块, 除阴影 A , B 外, 其余 5 块是形状、大小完全相同的小长方形, 其较短的边长为 4 cm, 下列说法中正确的是 ①③④ .

①小长方形的较长边为 $y - 12$;

②阴影 A 的较短边和阴影 B 的较短边之和为 $x - y + 4$;

③若 x 为定值, 则阴影 A 和阴影 B 的周长和为定值;

④当 $x=20$ 时, 阴影 A 和阴影 B 的面积和为定值.



【分析】利用图形求得阴影 A , B 的长与宽, 利用已知条件对每个结论进行逐一判断即可得出结论.

【解答】解: $\because$ 小长方形的较短的边长为 4 cm,

$\therefore$ 阴影 A 的较长边为 $(y - 12)$ cm, 较短边为 $(x - 8)$ cm;

阴影 B 的较长边为 12 cm.

$\therefore$ 阴影 A 的较长边与小长方形的较长边相等,

$\therefore$ 小长方形的较长边为: $(y - 12)$ cm.

$\therefore$ ①正确;

∵ 阴影 A 的较短边和阴影 B 的较短边之和为:

$$(x-8) + (x+12-y) = 2x-y+4.$$

∴ ② 错误;

∵ 阴影 A 和阴影 B 的周长和为:

$$2 \times (y-12+x-8+12+x-y+12)$$

$$= 2 \times (2x+4)$$

$$= 4x+8,$$

∴ 若 x 为定值, 则阴影 A 和阴影 B 的周长和为定值.

∴ ③ 正确;

∵ 小长方形的较短边为: $x - (y-12) = (x+12-y) \text{ cm}$,

∴ 阴影 A 和阴影 B 的面积和为:

$$(y-12)(x-8) + 12(x+12-y)$$

$$= xy - 8y - 12x + 96 + 12x + 144 - 12y$$

$$= xy - 20y + 240,$$

∴ 当 $x=20$ 时,

$$xy - 20y + 240 = 20y - 20y + 240 = 240,$$

∴ 当 $x=20$ 时, 阴影 A 和阴影 B 的面积和为定值.

∴ ④ 正确.

综上, 正确的结论有: ①③④,

故答案为: ①③④.

【点评】 本题主要考查了列代数式, 求代数式的值, 充分利用图形的特点求得阴影 A , B 的长与宽是解题的关键.

三、解答题 (17-22 小题, 每小题 5 分; 23-26 小题, 每小题 5 分; 27-28 小题, 每小题 5 分, 共 68 分)

17. (5 分) 把下列各数在数轴上表示出来, 并用 “ $<$ ” 连接.

$$-3.5, \frac{1}{2}, 0, -|-1|, +2\frac{1}{3}$$

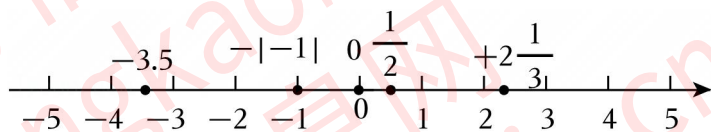
【分析】 先化简各数, 再利用数轴表示出各数, 最后利用数轴比较大小即可.

【解答】 解: 把下列各数在数轴上表示出来,

$$-3.5, \frac{1}{2}, 0, -|-1|, +2\frac{1}{3}.$$

$$-|-1| = -1,$$

把各数在数轴上表示出来为：



用“<”连接： $-3.5 < -|-1| < 0 < \frac{1}{2} < +2\frac{1}{3}$.

【点评】 本题考查了绝对值、在数轴上表示有理数、利用数轴比较有理数的大小等知识，熟练掌握以上知识点是解此题的关键.

18. (5分) $-2 + (-6) - (-8) + 3$.

【分析】 利用有理数的加减运算，计算即可.

【解答】 解： $-2 + (-6) - (-8) + 3$

$$= -2 - 6 + 8 + 3$$

$$= -8 + 8 + 3$$

$$= 3.$$

【点评】 本题考查了有理数的加减运算，解题的关键是掌握有理数的加减运算的法则.

19. (5分) $(-24) \times (-\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{7}{8})$

【分析】 首先运用乘法的分配律把算式展开，然后再利用有理数的混合运算法则计算.

【解答】 解： $(-24) \times (-\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{7}{8})$

$$= (-24) \times (-\frac{3}{4}) + (-24) \times \frac{5}{6} + (-24) \times (-\frac{7}{8})$$

$$= 18 - 20 + 21$$

$$= 39 - 20$$

$$= 19.$$

【点评】 本题主要考查乘法分配律的运用，在计算中，使用运算定律往往使运算更加简便.

20. (5分) $-4^2 + 1\frac{5}{6} \div |-\frac{11}{3}| \times (\frac{1}{2} - 2)^2$.

【分析】 根据幂的乘方、有理数的乘除法和加法可以解答本题.

【解答】 解： $-4^2 + 1\frac{5}{6} \div |-\frac{11}{3}| \times (\frac{1}{2} - 2)^2$

$$= -16 + \frac{11}{6} \times \frac{3}{11} \times (-\frac{3}{2})^2$$

$$= -16 + \frac{1}{2} \times \frac{9}{4}$$

$$= -16 + \frac{9}{8}$$

$$= -14\frac{7}{8}.$$

【点评】本题考查有理数的混合运算，解答本题的关键是明确有理数的混合运算的计算方法.

21. (5分) 解方程: $7x - 8 = 5x + 4$.

【分析】先移项，合并同类项，再系数化为1可求解.

【解答】解：移项，得 $7x - 5x = 4 + 8$,

合并同类项，得 $2x = 12$,

系数化为1，得 $x = 6$.

【点评】本题主要考查解一元一次方程，掌握解一元一次方程的一般步骤是解题的关键.

22. (5分) 解方程: $2x + 6(3x - 1) = 4$.

【分析】方程去括号，移项合并，把系数化为1，即可求出解.

【解答】解：去括号得: $2x + 18x - 6 = 4$,

移项合并得: $20x = 10$,

解得: $x = \frac{1}{2}$.

【点评】本题考查了解一元一次方程，熟练掌握一元一次方程的解法是解题的关键.

23. (6分) 先化简，再求值: $\frac{1}{2}(4x^2y - 2) + 6xy - 3(4xy - 2) - x^2y + 1$ ，其中 $x = 2$ ， $y = -\frac{1}{2}$.

【分析】先利用整式的加减混合运算法则化简整式，再代入求值即可.

【解答】解：原式 $= 2x^2y - 1 + 6xy - 12xy + 6 - x^2y + 1$

$= x^2y - 6xy + 6$,

当 $x = 2$ ， $y = -\frac{1}{2}$ 时，

原式 $= 2^2 \times (-\frac{1}{2}) - 6 \times 2 \times (-\frac{1}{2}) + 6 = 10$.

【点评】本题考查整式的加减混合运算，代数式求值，熟练掌握整式的加减混合运算法则是解题的关键.

24. (6分) 小明与小红两位同学解方程 $\frac{3x-1}{4} - \frac{5x-3}{6} = 1$ 的过程如下:

小明:	小红:
$12 \times \frac{3x-1}{4} - 12 \times \frac{5x-3}{6} = 1$ (第一步)	$3(3x-1) - 2(5x-3) = 12$ (第一步)
$3(3x-1) - 2(5x-3) = 1$ (第二步)	$9x-3-10x-6=12$ (第二步)
$9x-3-10x+6=1$ (第三步)	$-x=12+3+6$ (第三步)
$-x=-2$ (第四步)	$-x=21$ (第四步)

$x=2$ （第五步）	$x=-21$ （第五步）
-------------	---------------

（1）小明与小红在解方程中均出现了错误；

小明出错的步骤是第 一 步、小红出错的步骤是第 二 步；

（2）写出正确的解答过程.

【分析】（1）根据等式的性质和去括号法则即可判断出小明与小红在解方程中出现的错误；

（2）根据解一元一次的步骤即可求解.

【解答】解：（1）小明出错的步骤是第一步，错误的应用了等式的性质二，等式左边乘以 12，右边也应该乘以 12；

小红出错的步骤是第二步，在利用分配律去括号号时符号错误.

故答案为：一，二；

$$(2) \frac{3x-1}{4} - \frac{5x-3}{6} = 1,$$

$$3(3x-1) - 2(5x-3) = 12,$$

$$9x-3-10x+6=12,$$

$$9x-10x=12+3-6,$$

$$-x=9,$$

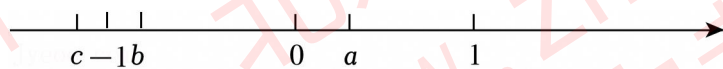
$$x=-9.$$

【点评】 本题考查了一元一次方程的解法，等式的性质等知识，准确熟练地进行计算是解题的关键.

25.（6分）已知有理数 a , b , c 在数轴上的位置如图所示：

（1）用“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”填空： $a+b$ $<$ 0, $a-b$ $>$ 0, $a+b+c$ $<$ 0;

（2）化简： $|a+c| - |a+b+c| + |a-b|$.



【分析】（1）根据数轴上的点所表示数的特征即可解决问题；

（2）结合绝对值的性质进行化简即可.

【解答】解：（1）由所给数轴可知，

$$c < -1 < b < 0 < a < 1, \text{ 且 } |c| > |b| > |a|,$$

$$\text{所以 } a+b < 0, a-b > 0, a+b+c < 0.$$

故答案为： $<$ ， $>$ ， $<$ ；

（2）因为 $a+c < 0$, $a-b > 0$, $a+b+c < 0$,

$$\text{则原式} = -a-c - (-a-b-c) + a-b$$

$$= -a - c + a + b + c + a - b$$

$$= a.$$

【点评】本题主要考查了数轴及绝对值，熟知数轴上的点所表示数的特征及绝对值的性质是解题的关键.

26. (6分) 某无人驾驶出租车服务品牌在北京、武汉等城市开展服务与测试. 某天下午, 该品牌的某辆无人驾驶出租车的营运路线全是在东西走向的大街上进行的. 如果规定向东为正, 向西为负. 这辆车这天下午共营运六次, 载客行车里程 (单位: 千米) 依次如下: +3, +16, -5, +8, -9, +3.

(1) 最后一次营运结束时, 这辆无人驾驶出租车距离下午出发时的出发地有多远?

(2) 该品牌的计费标准为: 不超过 1 千米, 收费 15 元; 超过 1 千米的部分, 按 2.7 元/千米收费; 超过 10 千米的部分额外收取远途费 0.9 元/千米, 则这辆车这天下午前两次营运分别收入多少元?

【分析】(1) 根据正数和负数的实际意义, 将各数相加并计算即可;

(2) 根据题意列式计算即可.

【解答】解: (1) $3+16-5+8-9+3=16$ (千米),

即最后一次营运结束时, 这辆无人驾驶出租车距离下午出发时的出发地有 16 千米;

$$(2) 15 + (3 - 1) \times 2.7$$

$$= 15 + 2 \times 2.7$$

$$= 15 + 5.4$$

$$= 20.4 \text{ (元)}$$

第 1 次营运收入 20.4 元,

$$15 + 2.7 \times (16 - 1) + 0.9 \times (16 - 10)$$

$$= 15 + 2.7 \times 15 + 0.9 \times 6$$

$$= 15 + 40.5 + 5.4$$

$$= 60.9 \text{ (元)},$$

即第 2 次营运收入 60.9 元.

【点评】本题考查有理数的混合运算, 正数和负数, 理解题意并列得正确的算式是解题的关键.

27. (7分) 综合与实践:

【概念学习】定义: 求若干个相同的有理数 (均不等于 0) 的除法运算叫做除方, 如 $2 \div 2 \div 2$, (-3)

$\div (-3) \div (-3) \div (-3)$ 等. 类比有理数的乘方, 我们把 $2 \div 2 \div 2$ 记作 2_3 , 读作“2 的下 3 次方”,

$(-3) \div (-3) \div (-3) \div (-3)$ 记作 $(-3)_4$, 读作“-3 的下 4 次方”. 一般地, 把 $a \div a \div \cdots \div a \div a$ ($a \neq 0$) 记作 a_n , 读作“a 的下 n 次方”

(1) 直接写出计算结果： $2_3 = \frac{1}{2}$ ， $(\frac{1}{2})_3 = 2$ 。

【深入探究】我们知道，有理数的减法运算可以转化为加法运算，除法运算可以转化为乘法运算，有理数的除方运算如何转化为乘方运算呢？

例如： $2_4 = 2 \div 2 \div 2 \div 2 = 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = (\frac{1}{2})^3$ 。

(2) 仿照上面的算式，将下列运算写成幂的形式： $2_6 = (\frac{1}{2})^5$ ， $(-\frac{1}{3})_7 = (-3)^6$ ；

【结论应用】

(3) 计算： $12^2 \div (-\frac{1}{3})_4 \times (-2)_6 - (-\frac{1}{3})_6 \div 3^3$ 。

【分析】(1) 由新定义列出算式计算即可；

(2) 根据新定义列出算式，化为乘方形式即可；

(3) 根据有理数的混合运算顺序和运算法则及除方的运算法则计算即可。

【解答】解：(1) $2_3 = 2 \div 2 \div 2 = \frac{1}{2}$ ，

$(\frac{1}{2})_3 = (\frac{1}{2}) \div (\frac{1}{2}) \div (\frac{1}{2}) = 2$ ，

故答案为： $\frac{1}{2}$ ，2；

(2) $2_6 = 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$
 $= (\frac{1}{2})^5$ ；

$(-\frac{1}{3})_7 = (-\frac{1}{3}) \div (-\frac{1}{3}) \div (-\frac{1}{3}) \div (-\frac{1}{3}) \div (-\frac{1}{3}) \div (-\frac{1}{3}) \div (-\frac{1}{3})$
 $= (-\frac{1}{3}) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$
 $= (-3)^6$ ，

故答案为： $(\frac{1}{2})^5$ ， $(-3)^6$ ；

(3) 原式 $= 144 \div (-3)^2 \times (-\frac{1}{2})^4 - (-3)^4 \div 3^3$
 $= 144 \div 9 \times \frac{1}{16} - 3^4 \div 3^3$
 $= 1 - 3$
 $= -2$ 。

【点评】本题考查了有理数的混合运算，涉及新定义，解题的关键是熟练掌握有理数相关运算法则，能根据新定义列出算式。

28. (7分) 对于数轴上三个不同的点 A, B, C , 给出如下定义: 在线段 AB, BC, CA 中, 若其中有两线段相等, 则称 A, B, C 三点是“均衡点”.

(1) 点 A 表示的数是 -2 , 点 B 表示的数是 1 , 点 C 表示的数是 3 ,

① A, B, C 三点 不是 (填“是”或“不是”)“均衡点”;

② 点 M 表示的数是 m , 且 B, C, M 三点是“均衡点”, 则 $m =$ $-1, 2$ 或 5 ;

(2) 点 D 表示的数是 x , 点 E 表示的数是 n , 线段 $EF = a$ (a 为正整数), 线段 $DE = b$, 若 D, E, F 三点是“均衡点”, 且关于 x 的一元一次方程 $ax + x = 4b$ 的解为整数, 求 n 的最小值.

【分析】(1) 根据题意分别表示出 $AB = 3, BC = 2, AC = 5$, 即可得到本题答案;

(2) 根据题意针对三点的位置分情况讨论, 列关于 m 的一元一次方程并解出即可得到本题答案;

(3) 根据题意针对三点分情况讨论, 可分为 6 种情况, 再分别列出方程正确解答后比较 n 的数值, 即可得到本题答案.

【解答】解: (1) ①解: $\because$ 点 A 表示的数是 -2 , 点 B 表示的数是 1 , 点 C 表示的数是 3 ,

$$\therefore AB = 3, BC = 2, AC = 5,$$

$$\therefore AB \neq BC \neq AC,$$

$\therefore A, B, C$ 三点不是“均衡点”;

故答案为: 不是.

② $\because$ 点 M 表示的数是 m , 且 B, C, M 三点是“均衡点”,

又 $\because$ 点 B 表示的数是 1 , 点 C 表示的数是 3 , 分情况讨论:

I. 当点 B, C, M 顺次时, $BC = 2, CM = m - 3$,

$$\text{即 } BC = CM, 2 = m - 3,$$

$$\text{解得: } m = 5;$$

II. 当点 B, M, C 顺次时, $BM = m - 1, CM = 3 - m$,

$$\text{即 } BM = CM, m - 1 = 3 - m,$$

$$\text{解得: } m = 2;$$

III. 当点 M, B, C 顺次时, $MB = 1 - m, CB = 2$,

$$\text{即 } MB = CB, 1 - m = 2,$$

$$\text{解得: } m = -1;$$

综上所述: m 的值为 5 或 2 或 -1 ;

故答案为: $-1, 2$ 或 5 .

(2) $\because D, E, F$ 三点是“均衡点”, 分情况讨论:

①当点 D, E, F 顺次时, 即 $DE=EF$ 时,

$\because$ 线段 $EF=a$ (a 为正整数), 线段 $DE=b$,

$$\therefore a=b,$$

$\because$ 关于 x 的一元一次方程 $ax+x=4b$ 的解为整数,

$$\therefore x = \frac{4b}{a+1} = \frac{4a}{a+1},$$

$\because a$ 为正整数,

$$\therefore a=1 \text{ 或 } a=3,$$

$$\therefore \text{当 } a=1 \text{ 时, } x = \frac{4}{2} = 2 \text{ 符合题意,}$$

$\because$ 点 E 表示的数是 n , 点 D 表示的数是 x ,

$$\therefore n - x = a, \text{ 即 } n = a + x = 1 + 2 = 3,$$

当 $a=3$ 时, $x=3$ 符合题意,

$$\therefore n - x = a, \text{ 即 } n = a + x = 3 + 3 = 6;$$

②当点 D, F, E 顺次时, 即 $DF=EF$ 时,

$\because$ 线段 $EF=a$ (a 为正整数), 线段 $DE=b$,

$$\therefore a = \frac{b}{2}, \text{ 即 } b = 2a,$$

$\because$ 关于 x 的一元一次方程 $ax+x=4b$ 的解为整数,

$$\therefore x = \frac{4b}{a+1} = \frac{8a}{a+1},$$

$\because a$ 为正整数,

$$\therefore a=1 \text{ 或 } a=3 \text{ 或 } a=7,$$

$$\therefore \text{当 } a=1 \text{ 时, } x = \frac{8}{2} = 4 \text{ 符合题意,}$$

$\because$ 点 E 表示的数是 n , 点 D 表示的数是 x ,

$$\therefore n - 2a = x, \text{ 即 } n = 2a + x = 2 + 4 = 6,$$

$$\text{当 } a=3 \text{ 时, } x = \frac{24}{4} = 6 \text{ 符合题意, 此时 } n=12,$$

$$\text{当 } a=7 \text{ 时, } x = \frac{56}{8} = 7 \text{ 符合题意, 此时 } n=21;$$

③当点 E, D, F 顺次时, 即 $DE=DF$ 时,

$\because$ 线段 $EF=a$ (a 为正整数), 线段 $DE=b$,

$$\therefore a=2b,$$

∵关于 x 的一元一次方程 $ax+x=4b$ 的解为整数,

$$\therefore x = \frac{4b}{a+1} = \frac{2a}{a+1},$$

∵ a 为正整数,

∴当 $a=1$ 时, $x = \frac{2}{2} = 1$ 符合题意,

∵点 E 表示的数是 n , 点 D 表示的数是 x ,

$$\therefore n = x - \frac{a}{2}, \text{ 即 } n = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2};$$

④当点 E, F, D 顺次时, 即 $EF=DF$ 时,

∵线段 $EF=a$ (a 为正整数), 线段 $DE=b$,

$$\therefore 2a=b,$$

∵关于 x 的一元一次方程 $ax+x=4b$ 的解为整数,

$$\therefore x = \frac{4b}{a+1} = \frac{8a}{a+1},$$

∵ a 为正整数,

∴当 $a=1$ 时, $x = \frac{8}{2} = 4$ 符合题意,

∵点 E 表示的数是 n , 点 D 表示的数是 x ,

$$\therefore n = x - 2a, \text{ 即 } n = 4 - 2 = 2,$$

∴当 $a=3$ 时, $x = \frac{24}{4} = 6$ 符合题意, 此时 $n=0$,

当 $a=7$ 时, $x = \frac{56}{8} = 7$ 符合题意, 此时 $n = -7$;

⑤当点 F, D, E 顺次时, 即 $FD=DE$ 时,

∵线段 $EF=a$ (a 为正整数), 线段 $DE=b$,

$$\therefore a=2b,$$

∵关于 x 的一元一次方程 $ax+x=4b$ 的解为整数,

$$\therefore x = \frac{4b}{a+1} = \frac{2a}{a+1},$$

∵ a 为正整数,

当 $a=1$ 时, $x = \frac{2}{2} = 1$ 符合题意,

∵点 E 表示的数是 n , 点 D 表示的数是 x ,

$$n = x + \frac{a}{2}, \text{ 即 } n = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2},$$

当 $a=3$ 时, $x=\frac{6}{3}=2$ 符合题意, 此时 $n=\frac{7}{2}$,

⑥当点 F, E, D 顺次时, 即 $FE=DE$ 时,

$\because$ 线段 $EF=a$ (a 为正整数), 线段 $DE=b$,

$\therefore a=b$,

$\because$ 关于 x 的一元一次方程 $ax+x=4b$ 的解为整数,

$$\therefore x = \frac{4b}{a+1} = \frac{4a}{a+1},$$

$\because a$ 为正整数,

$\therefore$ 当 $a=1$ 时, $x=\frac{4}{2}=2$ 符合题意,

$\because$ 点 E 表示的数是 n , 点 D 表示的数是 x ,

$\therefore n=x-a$, 即 $n=2-1=1$,

当 $a=3$ 时, $x=\frac{12}{4}=3$ 符合题意, 此时 $n=0$,

综上所述: n 的最小值为 -7 .

【点评】 本题考查解一元一次方程, 数轴上两点之间距离关系, 解决本题的关键是熟练掌握并灵活运用这些知识点.