

2025-2026 学年北京市朝阳区陈经纶中学分校七年级（上）期中数学试卷

一、选择题（本题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1.（3 分）下列各对数中，互为相反数的是（ ）

- A. 2 和 $\frac{1}{2}$ B. -0.5 和 $\frac{1}{2}$ C. 3 和 $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$ 和 -2

2.（3 分）某品牌酸奶外包装上标明“净含量： $300 \pm 5\text{mL}$ ”；随机抽取四种口味的这种酸奶分别称重如下表，其中，净含量不合格的是（ ）

种类	原味	草莓味	香草味	巧克力味
净含量/mL	295	300	304	292

- A. 原味 B. 草莓味 C. 香草味 D. 巧克力味

3.（3 分）2025 年 9 月 3 日上午，纪念中国人民抗日战争暨世界反法西斯战争胜利 80 周年大会在北京天安门广场隆重举行．此次阅兵有 45 个方（梯）队，总规模约 15000 人．将 15000 用科学记数法表示应为（ ）

- A. 1.5×10^3 B. 15×10^3 C. 1.5×10^4 D. 15×10^4

4.（3 分）下列计算正确的是（ ）

- A. $5a+6b=11ab$ B. $9a-a=9$
C. $a+3a=4a^2$ D. $3ab+4ab=7ab$

5.（3 分）某种商品每件进价为 a 元，按进价增加 50% 出售，现“双十一”打折促销按售价的八折出售，这时每件商品的售价为（ ）

- A. $0.2a$ 元 B. $0.5a$ 元 C. $1.2a$ 元 D. $1.5a$ 元

6.（3 分）下列说法中不正确的是（ ）

- A. 若 $ab=1$ ，则 a, b 互为倒数
B. 若 $ab<0$ ，则 $\frac{a}{b}<0$
C. 若 $|a|=a$ ，则 a 一定为正数
D. 若 $\frac{a}{b}>0$ ，则 $ab>0$

7.（3 分）我国古代《易经》一书中记载，远古时期，人们通过在绳子上打结来记录数量，即“结绳计数”．一位母亲在从右到左依次排列的绳子上打结，采取满七进一的方式，用来记录孩子自出生后的天数，如图

1，孩子出生后的天数是 $4 \times 7^1 + 2 \times 7^0 = 30$ （天），那么图 2 所表示孩子出生后的天数是（ ）

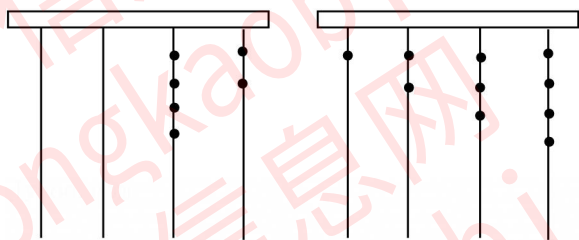


图1

图2

- A. 1234 天 B. 466 天 C. 396 天 D. 284 天

8. (3 分) 若 $a+b+c=0$, 且 $a>b>c$, 以下结论: ① $ac<0$; ② 关于 x 的方程 $ax-b-c=0$ 的解为 $x=-1$;

③ $a^2=(b+c)^2$; ④ $\frac{a}{|a|}-\frac{b}{|b|}-\frac{c}{|c|}-\frac{abc}{|abc|}$ 的所有可能取值为 0 或 2; ⑤ 在数轴上点 A 、 B 、 C 表示数 a ,

b , c , 且 $b<0$, 则线段 AB 与线段 BC 的大小关系是 $AB>BC$, 其中正确结论的个数是 ()

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

二、填空题 (本题共有 8 小题, 每空 2 分, 共 20 分)

9. (2 分) 比较大小: $-\frac{44}{7}$ _____ -6 (填 “ $>$ ” “ $<$ ” 或 “ $=$ ”).

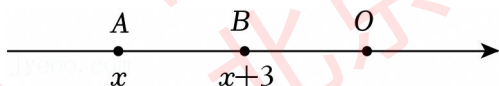
10. (2 分) 若单项式 $2x^m y^3$ 与单项式 $-3x^2 y^n$ 是同类项, 则 $m-n=$ _____.

11. (2 分) 用四舍五入法将 1.3682 精确到 0.01, 所得到的近似数是 _____.

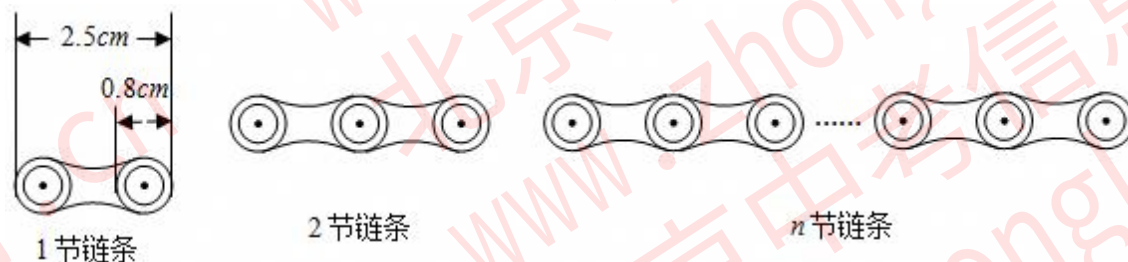
12. (2 分) 把 “比 a 的 3 倍大 5 的数等于 α 的 4 倍用等式表示为 _____.

13. (4 分) 多项式 $-2ab^k+ab-1$ 的次数为 5, 则 $k=$ _____, 常数项为 _____.

14. (2 分) 如图, 点 A , B 为数轴上的两点, O 为原点, A , B 表示的数分别是 x , $x+3$, B , O 两点之间的距离等于 A , B 两点间的距离, 则 x 的值是 _____.



15. (2 分) 如图, 自行车每节链条的长度为 2.5cm , 交叉重叠部分的圆的直径为 0.8cm , n 节链条长 cm .



16. (4 分) 观察下列两个等式:

$$1-\frac{2}{3}=2\times 1\times \frac{2}{3}-1, \quad 2-\frac{3}{5}=2\times 2\times \frac{3}{5}-1$$

我们称使等式 $a - b = 2ab - 1$ 成立的一对有理数 a, b 为“同心有理数对”，记为 (a, b) 。

如：数对 $(1, \frac{2}{3})$, $(2, \frac{3}{5})$ ，都是“同心有理数对”

(1) 数对 $(-2, 1)$, $(3, \frac{4}{7})$ 是“同心有理数对”的有 _____。

(2) 若 (m, n) 是“同心有理数对”，则 $(-n, -m)$ _____ “同心有理数对” (填“是”或“不是”)。

三、解答题 (第 17-20 题每小题 4 分，第 21-23 题每小题 4 分，第 24-26 题每小题 4 分，第 27 题 7 分，共 56 分)

17. (4 分) 计算： $-6\frac{3}{5} - 2 + \frac{1}{2} + 6.6$ 。

18. (4 分) 计算： $(1\frac{3}{4} - \frac{7}{8} - \frac{7}{12}) \times (-\frac{8}{7})$ 。

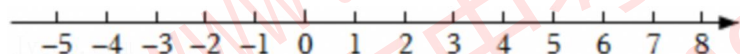
19. (4 分) 计算： $-3 \times (-2)^2 - 1 \div (-\frac{1}{2})^3$ 。

20. (4 分) 计算： $-1^2 + 16 \div (-8) \times |-3 - 1|$ 。

21. (5 分) 解方程： $5x - 2(x - 1) = x - 2$

22. (5 分) 先化简，再求值： $6y^3 + 4(x^3 - 2xy) - 2(3y^3 - xy)$ ，其中 $x = -2$, $y = 3$ 。

23. (5 分) 元旦放假时，小辰一家三口一起驾驶小轿车去探望爷爷奶奶和外公外婆。早上从家里出发，向东走了 6 千米到超市买东西，然后又向东走了 1.5 千米到爷爷家，中午从爷爷家出发向西走了 12 千米到外公家，晚上返回家里。



(1) 若以家为原点，向东为正方向，用 1 个单位长度表示 1 千米，请将超市、爷爷家和外公家的位置在数轴上分别用点 A , B , C 表示出来；

(2) 若小轿车每千米耗油 0.06 升，求小辰一家从出发到返回家时小轿车的耗油量。

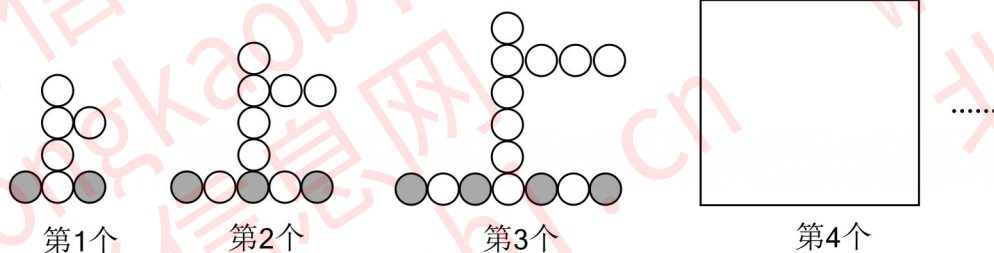
24. (6 分) 如图是用棋子摆成的“上”字。

(1) 依照此规律，请在方框中画出第 4 个图形；

(2) 按照这样的规律摆下去，摆成第 n 个“上”字需要黑子 _____ 枚，白子 _____ 枚

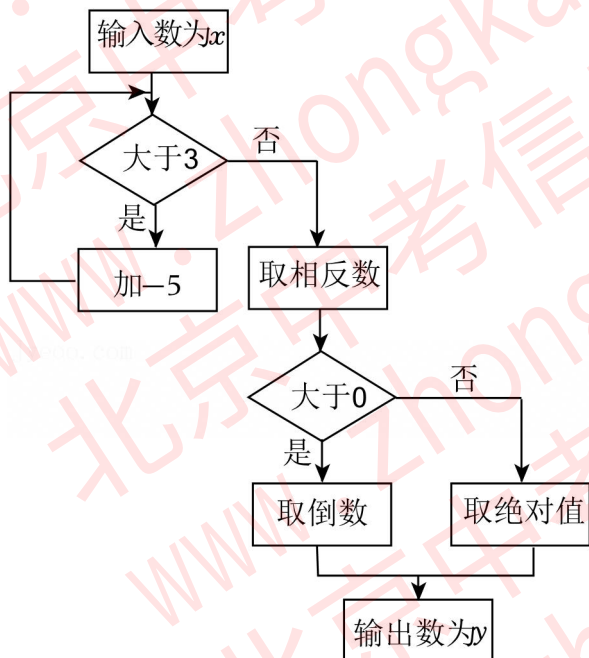
(用含 n 的式子表示)；

(3) 第 _____ 个“上”字图形白子总数比黑子总数多 17 枚。



25. (6分) 如图是一个数字传输器，箭头代表传输路径，方框代表传输方式，菱形代表决策. 了解这个数字传输器的工作原理，回答下列问题：

- (1) 当 $x=3$ 时， $y=$ _____；当 $x=2024$ 时， $y=$ _____；
- (2) 当输入的 x 为不超过 20 的有理数，此时输出的 y 值为 0，则输入的 x 为_____；
- (3) 若 x 是自然数，请写出 y 的所有可能值_____.



26. (6分) 探究规律，完成相关题目.

定义“*”运算：

$$(+2) * (+4) = (+4) * (+2) = + (4^2 - 2^2); (-7) * (-4) = (-4) * (-7) = + [(-7)^2 - (-4)^2];$$

$$(+4) * (-2) = (-2) * (+4) = - [(+4)^2 - (-2)^2]; (+5) * (-7) = (-7) * (+5) = - [(-7)^2 - (+5)^2];$$

$$(-2) * (+2) = (+2) * (-2) = - [(+2)^2 - (-2)^2]; (+5) * (+5) = + [(+5)^2 - (+5)^2];$$

$$(-5) * (-5) = + [(-5)^2 - (-5)^2] = 0; 0 * (-5) = (-5) * 0 = (-5)^2;$$

$$(+3) * 0 = 0 * (+3) = (+3)^2; 0 * 0 = 0^2 + 0^2 = 0.$$

归纳*运算的法则（用文字语言叙述）

（1）绝对值不同的两数进行*运算时，结果的绝对值如何确定？_____。特别地，0 和任何数进行*运算，或任何数和 0 进行*运算，_____。

（2）计算： $(-5) * [(+1) * (+3)]$ 。

（3）是否存在两个非零有理数 m 、 n ，使得 $m*n=0$ ，若存在，求出 m 、 n 满足的关系，若不存在，说明理由。

27.（7 分）如图是一个 400 米长的圆形跑道，从 O 点出发，沿跑道顺时针跑出 52 米的距离记作+52 米，逆时针跑出 60 米记作 - 60 米。

已知跑道上的两点 A 、 B 对应的有理数分别为 a 、 b ，且满足： $(a+80)^2+|b-40|=0$ ，

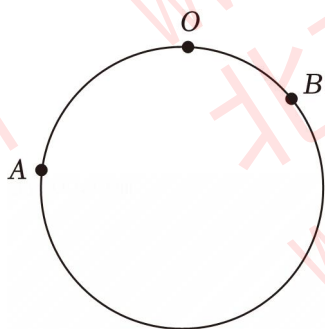
定义 1：跑道上任意两点之间较短圆弧的长度叫做这两点的弧距。

定义 2：若点 M 为跑道上 A 、 B 两点之间较短圆弧上的一点，且到 A 、 B 两点的弧距满足：其中一个弧距是另一个弧距的 3 倍，则称 M 为 A 、 B 两点的“友谊点”。

（1）直接写出 A 、 B 两点的弧距_____；

（2）给出下列跑道上对应的有理数：- 50，- 30，10，350，其中_____所对应的点是 A ， B 两点的“友谊点”；

（3）点 P 以每秒 40 米的速度从点 A 出发，沿跑道逆时针运动，当点 P 第一次经过 A 、 B 两点的“友谊点”时，此时运动的时间为_____秒，若设点 P 从出发到经过 A 、 B 两点的“友谊点”的时间为 t 秒，请直接写出当点 P 第 n 次（ n 为正整数）经过 A 、 B 两点的“友谊点”时， t 与 n 的关系（用含 n 的代数式表示 t ）。



2025-2026 学年北京市朝阳区陈经纶中学分校七年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	C	D	C	C	B	C

一、选择题（本题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. （3 分）下列各对数中，互为相反数的是（ ）

- A. 2 和 $\frac{1}{2}$ B. -0.5 和 $\frac{1}{2}$ C. 3 和 $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$ 和 -2

【分析】根据相反数的定义逐项判断即可.

【解答】解：A、 $2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2} \neq 0$ ，不是相反数，不符合题意；

B、 $-0.5 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$ ，互为相反数，符合题意；

C、 $3 + (-\frac{1}{3}) = 3 - \frac{1}{3} = \frac{8}{3} \neq 0$ ，不是相反数，不符合题意；

D、 $\frac{1}{2} + (-2) = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2} \neq 0$ ，不是相反数，不符合题意，

故选：B.

【点评】本题主要考查了相反数，熟知只有符号不同的两个数叫做互为相反数是解题的关键.

2. （3 分）某品牌酸奶外包装上标明“净含量： $300 \pm 5\text{mL}$ ”；随机抽取四种口味的这种酸奶分别称重如下表. 其中，净含量不合格的是（ ）

种类	原味	草莓味	香草味	巧克力味
净含量/mL	295	300	304	292

- A. 原味 B. 草莓味 C. 香草味 D. 巧克力味

【分析】先计算净含量范围，比较即可求解.

【解答】解： $\because$ 酸奶外包装上标明“净含量： $300 \pm 5\text{mL}$ ”，

$\therefore 300 + 5 = 305\text{mL}$ ， $300 - 5 = 295\text{mL}$ ，

$\therefore$ 合格净含量范围为： $295\text{mL} \sim 305\text{mL}$ ，

$\therefore$ 净含量不合格的是巧克力味，选项 D 符合题意.

故选：D.

【点评】本题考查了正数和负数，掌握正数和负数是一对相反意义的量是关键.

3. (3分) 2025年9月3日上午，纪念中国人民抗日战争暨世界反法西斯战争胜利80周年大会在北京天安门广场隆重举行. 此次阅兵有45个方(梯)队，总规模约15000人. 将15000用科学记数法表示应为()

A. 1.5×10^3 B. 15×10^3 C. 1.5×10^4 D. 15×10^4

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解： $15000 = 1.5 \times 10^4$.

故选：C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (3分) 下列计算正确的是()

A. $5a+6b=11ab$ B. $9a-a=9$
C. $a+3a=4a^2$ D. $3ab+4ab=7ab$

【分析】根据整式的加减运算法则即可求出答案.

【解答】解：A、 $5a+6b \neq 11ab$ ，故A错误；

B、 $9a-a=8a \neq 9$ ，故B错误；

C、 $a+3a=4a \neq 4a^2$ ，故C错误；

D、 $3ab+4ab=7ab$ ，故D正确.

故选：D.

【点评】本题考查整式的运算法则，解题的关键是熟练运用整式的运算，本题属于基础题型.

5. (3分) 某种商品每件进价为 a 元，按进价增加 50% 出售，现“双十一”打折促销按售价的八折出售，这时每件商品的售价为()

A. $0.2a$ 元 B. $0.5a$ 元 C. $1.2a$ 元 D. $1.5a$ 元

【分析】依题意列式求解即可.

【解答】解：商品每件进价为 a 元，按进价增加 50% 出售，现“双十一”打折促销按售价的八折出售则：

每件商品的售价为 $(1+50\%)a \times 0.8 = 1.2a$.

故选：C.

【点评】本题考查了列代数式，解决问题的关键是读懂题意，找到所求的量的等量关系.

6. (3分) 下列说法中不正确的是 ()

A. 若 $ab=1$, 则 a, b 互为倒数

B. 若 $ab<0$, 则 $\frac{a}{b}<0$

C. 若 $|a|=a$, 则 a 一定为正数

D. 若 $\frac{a}{b}>0$, 则 $ab>0$

【分析】根据倒数的定义, 有理数的乘除法法则即可得出答案,

【解答】解: A、说法正确, 故选项不符合题意;

B、根据在理数的除法法则可得 $\frac{a}{b}<0$, 说法正确, 故选项不符合题意;

C、 $|a|=a$, 则 a 为正数或零, 故选项不符合题意;

D、由 $\frac{a}{b}>0$, 可得 a, b 同号且都不为 0, 根据在理数的乘法法则可得 $ab>0$, 说法正确, 故选项不符合题意;

故选: C.

【点评】本题考查了倒数的定义, 有理数的乘除法, 掌握相关知识是解题的关键.

7. (3分) 我国古代《易经》一书中记载, 远古时期, 人们通过在绳子上打结来记录数量, 即“结绳计数”. 一位母亲在从右到左依次排列的绳子上打结, 采取满七进一的方式, 用来记录孩子自出生后的天数. 如图 1, 孩子出生后的天数是 $4 \times 7^1 + 2 \times 7^0 = 30$ (天), 那么图 2 所表示孩子出生后的天数是 ()

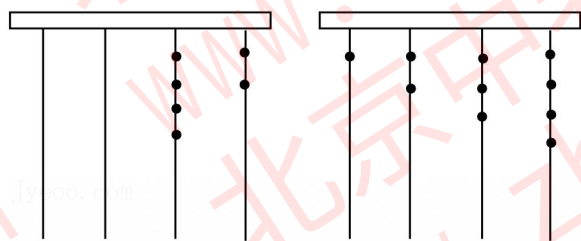


图1

图2

A. 1234 天

B. 466 天

C. 396 天

D. 284 天

【分析】根据图 1 的计算方法, 表示出图 2 中的天数, 计算即可得到结果.

【解答】解: 根据图 1 的方法得:

图 2 中孩子出生后的天数是 $1 \times 7^3 + 2 \times 7^2 + 3 \times 7^1 + 4 \times 7^0 = 343 + 98 + 21 + 4 = 466$ (天).

故选: B.

【点评】此题考查了用数字表示事件, 以及有理数的乘方, 弄清题中的新定义是解本题的关键.

8. (3分) 若 $a+b+c=0$, 且 $a>b>c$, 以下结论: ① $ac<0$; ② 关于 x 的方程 $ax-b-c=0$ 的解为 $x=-1$;

③ $a^2=(b+c)^2$; ④ $\frac{a}{|a|}-\frac{b}{|b|}-\frac{c}{|c|}-\frac{abc}{|abc|}$ 的所有可能取值为 0 或 2; ⑤ 在数轴上点 A 、 B 、 C 表示数 a ,

b , c , 且 $b<0$, 则线段 AB 与线段 BC 的大小关系是 $AB>BC$, 其中正确结论的个数是 ()

A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

【分析】根据有理数的乘法法则判断①; 根据方程的解得定义判断②; 根据 $a^2=(-a)^2$ 判断③; 分两种情况, 根据绝对值的性质判断④; 根据绝对值的几何意义判断⑤.

【解答】解: $\because a+b+c=0$, 且 $a>b>c$,

$\therefore a>0$, $c<0$,

$\therefore ac<0$, 故①符合题意;

将 $x=-1$ 代入 $ax-b-c=0$ 得: $-a-b-c=0$,

$\therefore a+b+c=0$,

$\therefore -a-b-c=0$, 故②符合题意;

$\therefore a+b+c=0$,

$\therefore b+c=-a$,

$\therefore a^2=(-a)^2$,

$\therefore a^2=(b+c)^2$, 故③符合题意;

若 $b>0$, 原式 $=1-1+1+1=2$;

若 $b<0$, 原式 $=1+1+1-1=2$;

$\therefore$ 原式的值为 2, 故④不符合题意;

$\therefore a+b+c=0$, $a>0$, $b<0$, $c<0$,

$\therefore a=-(b+c)$,

$\therefore |a|=|b+c|=|b|+|c|$,

$\therefore AB>|a|$, $BC<|c|$,

$\therefore AB>BC$, 故⑤符合题意;

综上所述, 符合题意的有 4 个,

故选: C.

【点评】本题考查了数轴, 绝对值, 一元一次方程的解, 体现了数形结合思想, 掌握正数的绝对值等于它本身, 负数的绝对值等于它的相反数, 0 的绝对值等于 0 是解题的关键.

二、填空题 (本题共有 8 小题, 每空 2 分, 共 20 分)

9. (2分) 比较大小: $-\frac{44}{7}$ < -6 (填“>”“<”或“=”).

【分析】利用有理数大小的比较方法: 1、在数轴上表示的两个数, 右边的总比左边的数大. 2、正数都大于零, 负数都小于零, 正数大于负数. 3、两个正数比较大小, 绝对值大的数大; 两个负数比较大小, 绝对值大的数反而小.

【解答】解: $\because |-\frac{44}{7}| = \frac{44}{7}$, $|-6| = 6$,

$$\frac{44}{7} > 6,$$

$$\therefore -\frac{44}{7} < -6.$$

故答案为: <.

【点评】本题考查了有理数的大小比较, 掌握正数都大于零; 负数都小于零; 正数大于负数; 两个正数比较大小, 绝对值大的数大; 两个负数比较大小, 绝对值大的数反而小是解答本题的关键.

10. (2分) 若单项式 $2x^m y^3$ 与单项式 $-3x^2 y^n$ 是同类项, 则 $m - n =$ -1

【分析】根据同类项的定义: 所含字母相同, 并且相同字母的指数也相同, 结合选项进行判断.

【解答】解: $\because$ 单项式 $2x^m y^3$ 与单项式 $-3x^2 y^n$ 是同类项,

$$\therefore m = 2, n = 3,$$

$$\therefore m - n = 2 - 3 = -1.$$

故答案为: -1.

【点评】本题考查了同类项的定义, 解答本题的关键是掌握同类项定义中的两个“相同”: 相同字母的指数相同.

11. (2分) 用四舍五入法将 1.3682 精确到 0.01, 所得到的近似数是 1.37.

【分析】把千分位上的数字 8 进行“四舍五入”即可.

【解答】解: 把千分位上的数字 8 进行“四舍五入”可得:

$$1.3682 \approx 1.37 \text{ (精确到 0.01)},$$

故答案为: 1.37.

【点评】本题考查了近似数与精确度, 熟练掌握精确度的定义是解答本题的关键.

12. (2分) 把“比 a 的 3 倍大 5 的数等于 a 的 4 倍用等式表示为 $3a+5=4a$.

【分析】根据题意 a 的 3 倍表示为 $3a$, 即得出 $3a+5$, 同理 a 的 4 倍表示为 $4a$, 再用等号连接即可.

【解答】解: 把“比 a 的 3 倍大 5 的数等于 a 的 4 倍用等式表示为: $3a+5=4a$.

故答案为: $3a+5=4a$.

【点评】 本题考查了代数式和等式的性质等知识点，关键是能列代数式表示题意所反映的数量关系.

13. (4分) 多项式 $-2ab^k+ab-1$ 的次数为 5, 则 $k=$ 4 , 常数项为 -1 .

【分析】 根据多项式次数的定义, 最高次项的次数为 5, 由此确定 k 的值, 再根据常数项是不含字母的项, 即可得出答案.

【解答】 解: 根据题意可知, $1+k=5$,

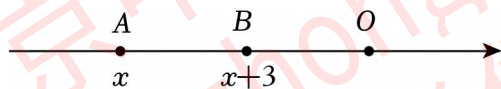
解得: $k=4$,

$\therefore$ 多项式为 $-2ab^4+ab-1$, 常数项为 -1 .

故答案为: 4; -1 .

【点评】 本题考查了多项式, 掌握多项式的概念是关键.

14. (2分) 如图, 点 A, B 为数轴上的两点, O 为原点, A, B 表示的数分别是 $x, x+3$, B, O 两点之间的距离等于 A, B 两点间的距离, 则 x 的值是 -6 .



【分析】 依题意得 $0-(x+3)=x+3-x$, 求解即可.

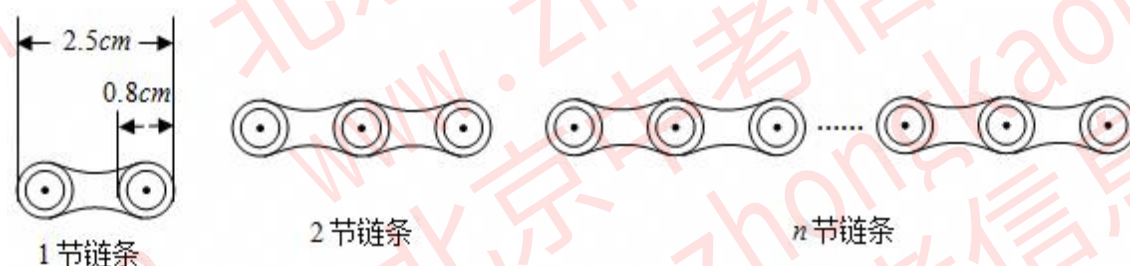
【解答】 解: 根据数轴上的两点之间距离计算可得: $0-(x+3)=x+3-x$,

解得: $x=-6$,

故答案为: -6 .

【点评】 本题主要考查数轴上两点间的距离, 解一元一次方程, 熟练掌握数轴上的两点之间距离的求解是解题的关键.

15. (2分) 如图, 自行车每节链条的长度为 2.5cm , 交叉重叠部分的圆的直径为 0.8cm , n 节链条长 $(1.7n+0.8)$ cm .



【分析】 根据图形找出规律写出表示链条节数的一般式.

【解答】 解: 根据图形可得出:

2 节链条的长度为: $2.5 \times 2 - 0.8 (\text{cm})$,

3 节链条的长度为: $2.5 \times 3 - 0.8 \times 2 (\text{cm})$,

4 节链条的长度为: $2.5 \times 4 - 0.8 \times 3 (\text{cm})$,

5 节链条的长度为: $2.5 \times 5 - 0.8 \times 4 = 9.3$ (cm).

...

可得 n 节链条长为: $2.5n - 0.8(n - 1) = (1.7n + 0.8)$ cm.

故答案为: $(1.7n + 0.8)$.

【点评】此题主要考查了图形的变化类, 根据题意得出 n 节链条的长度与每节长度之间的关系是解决问题的关键.

16. (4 分) 观察下列两个等式:

$$1 - \frac{2}{3} = 2 \times 1 \times \frac{2}{3} - 1, \quad 2 - \frac{3}{5} = 2 \times 2 \times \frac{3}{5} - 1$$
 给出定义如下:

我们称使等式 $a - b = 2ab - 1$ 成立的一对有理数 a, b 为“同心有理数对”, 记为 (a, b) .

如: 数对 $(1, \frac{2}{3})$, $(2, \frac{3}{5})$, 都是“同心有理数对”

(1) 数对 $(-2, 1)$, $(3, \frac{4}{7})$ 是“同心有理数对”的有 $(3, \frac{4}{7})$.

(2) 若 (m, n) 是“同心有理数对”, 则 $(-n, -m)$ 是 “同心有理数对”(填“是”或“不是”).

【分析】(1) 根据: 使等式 $a - b = 2ab - 1$ 成立的一对有理数 a, b 为“同心有理数对”, 判断出数对 $(-2, 1)$, $(3, \frac{4}{7})$ 是“同心有理数对”的是哪个即可; (2) 根据 (m, n) 是“同心有理数对”, 可得: $m - n = 2mn - 1$, 据此判断出 $(-n, -m)$ 是不是同心有理数对即可.

【解答】解: (1) $\because -2 - 1 = -3, 2 \times (-2) \times 1 - 1 = -5, -3 \neq -5,$
 $\therefore$ 数对 $(-2, 1)$ 不是“同心有理数对”;

$$\because 3 - \frac{4}{7} = \frac{17}{7}, 2 \times 3 \times \frac{4}{7} - 1 = \frac{17}{7},$$

$$\therefore 3 - \frac{4}{7} = 2 \times 3 \times \frac{4}{7} - 1,$$

$\therefore (3, \frac{4}{7})$ 是“同心有理数对”;

故答案为: $(3, \frac{4}{7})$;

(2) $\because (m, n)$ 是“同心有理数对”,

$$\therefore m - n = 2mn - 1,$$

$$\therefore -n - (-m) = -n + m = m - n = 2mn - 1,$$

$\therefore (-n, -m)$ 是“同心有理数对”.

故答案为: 是.

【点评】此题主要考查了同心有理数对的含义和判断, 掌握有理数的运算法则是解答本题的关键.

三、解答题（第 17-20 题每小题 4 分，第 21-23 题每小题 4 分，第 24-26 题每小题 4 分，第 27 题 7 分，共 56 分）

17.（4 分）计算： $-6\frac{3}{5}-2+\frac{1}{2}+6.6$.

【分析】根据有理数的加减运算法则计算即可.

$$\begin{aligned}\text{【解答】解：原式} &= -6\frac{3}{5}-2+\frac{1}{2}+6\frac{3}{5} \\ &= -6\frac{3}{5}+6\frac{3}{5}-2+\frac{1}{2} \\ &= 0-2+\frac{1}{2} \\ &= -\frac{3}{2}.\end{aligned}$$

【点评】本题考查了有理数的加减混合运算，掌握有理数的加减运算法则是关键.

18.（4 分）计算： $(1\frac{3}{4}-\frac{7}{8}-\frac{7}{12})\times(-\frac{8}{7})$.

【分析】根据乘法分配律计算即可.

$$\begin{aligned}\text{【解答】解：} &(1\frac{3}{4}-\frac{7}{8}-\frac{7}{12})\times(-\frac{8}{7}) \\ &= \frac{7}{4}\times(-\frac{8}{7})-\frac{7}{8}\times(-\frac{8}{7})-\frac{7}{12}\times(-\frac{8}{7}) \\ &= -2+1+\frac{2}{3} \\ &= -1+\frac{2}{3} \\ &= -\frac{1}{3}.\end{aligned}$$

【点评】本题考查了有理数的混合运算，掌握相关运算律和运算法则是解答本题的关键.

19.（4 分）计算： $-3\times(-2)^2-1\div(-\frac{1}{2})^3$.

【分析】先计算括号，再按先乘方、再乘除、后加减的运算顺序计算即可.

$$\begin{aligned}\text{【解答】解：原式} &= -3\times 4-1\div(-\frac{1}{8}) \\ &= -12-1\times(-8) \\ &= -12+8 \\ &= -4.\end{aligned}$$

【点评】本题考查了有理数的混合运算，熟知有理数混合运算的法则是解题的关键.

20.（4 分）计算： $-1^2+16\div(-8)\times|-3-1|$.

【分析】先计算括号和绝对值，再按先乘方、再乘除、后加减的运算顺序计算即可.

【解答】解：原式 $=-1+16\times(-\frac{1}{8})\times 4$
 $=-1-8$
 $=-9.$

【点评】本题考查了有理数的混合运算，熟练掌握有理数的混合运算是解题的关键.

21. (5分) 解方程： $5x-2(x-1)=x-2$

【分析】根据解一元一次方程的基本步骤，进行计算即可.

【解答】解： $5x-2(x-1)=x-2$ ，
 $5x-2x+2=x-2$ ，
 $2x=-4$ ，
解得： $x=-2$.

【点评】本题主要考查了解一元一次方程，掌握解一元一次方程的基本步骤是关键.

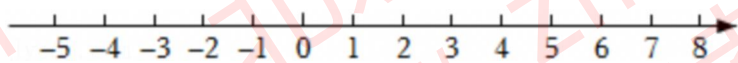
22. (5分) 先化简，再求值： $6y^3+4(x^3-2xy)-2(3y^3-xy)$ ，其中 $x=-2$ ， $y=3$.

【分析】原式去括号合并得到最简结果，把 x 与 y 的值代入计算即可求出值.

【解答】解：原式 $=6y^3+4x^3-8xy-6y^3+2xy=4x^3-6xy$ ，
当 $x=-2$ ， $y=3$ 时，原式 $=-32+36=4$.

【点评】此题考查了整式的加减-化简求值，熟练掌握运算是解本题的关键.

23. (5分) 元旦放假时，小辰一家三口一起驾驶小轿车去探望爷爷奶奶和外公外婆。早上从家里出发，向东走了6千米到超市买东西，然后又向东走了1.5千米到爷爷家，中午从爷爷家出发向西走了12千米到外公家，晚上返回家里。



(1) 若以家为原点，向东为正方向，用1个单位长度表示1千米，请将超市、爷爷家和外公家的位置在数轴上分别用点 A ， B ， C 表示出来；

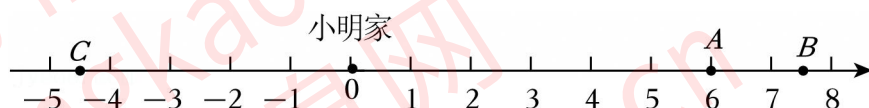
(2) 若小轿车每千米耗油0.06升，求小辰一家从出发到返回家时小轿车的耗油量.

【分析】(1) 由已知得：从家向东走了6千米到超市，则超市 A 表示6，又向东走了1.5，则爷爷家 B 表示的数为7.5，从爷爷家出发向西走了12千米到外公家，所以外公家 C 表示的数为 $7.5-12=-4.5$ ，据此画出数轴标出即可；

(2) 计算总路程，根据耗油量=总路程 $\times 0.06$ 求解即可.

【解答】解：(1) 由题意知 $7.5-12=-4.5$ ，

画数轴如下：



(2) 计算总路程，根据耗油量=总路程 $\times$ 0.06 可得：

$$6+1.5+12+4.5=24,$$

$$24 \times 0.06 = 1.44 \text{ (升)},$$

答：小明一家从出发到返回家时小车的耗油量为 1.44 升。

【点评】 本题考查了数轴的问题，有理数的混合运算的实际应用，熟练掌握以上知识点是关键。

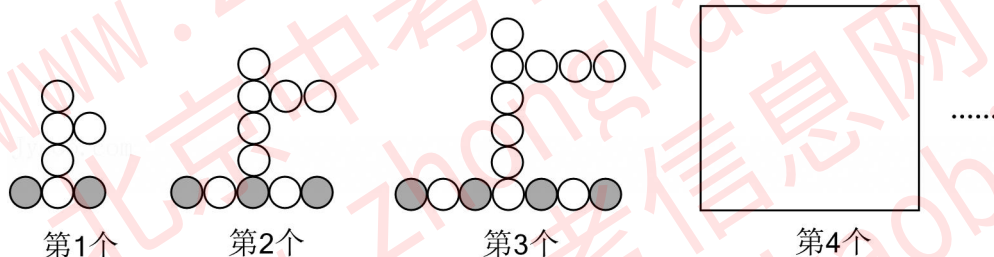
24. (6 分) 如图是用棋子摆成的“上”字。

(1) 依照此规律，请在方框中画出第 4 个图形；

(2) 按照这样的规律摆下去，摆成第 n 个“上”字需要黑子 $(n+1)$ 枚，白子 $(3n+2)$ 枚

(用含 n 的式子表示)；

(3) 第 8 个“上”字图形白子总数比黑子总数多 17 枚。



【分析】 (1) 观察图形的变化即可得结果；

(2) 结合 (1) 即可发现规律：摆成第 n 个“上”字需要黑子 $(n+1)$ 枚，白子 $(3n+2)$ 枚；

(3) 结合 (2) 设第 m 个“上”字图形白子总数比黑子总数多 17 枚，列出方程即可得结果。

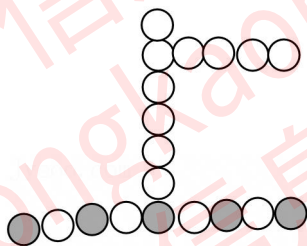
【解答】 解：(1) 第 1 个“上”字需要黑子 2 枚，白子 5 枚；

第 2 个“上”字需要黑子 3 枚，白子 8 枚；

第 3 个“上”字需要黑子 4 枚，白子 11 枚；

云依照此规律，第 4 个“上”字需要黑子 $5=4+1$ 枚，白子 $14=3 \times 4+2$ 枚；

如图所示，



第四个

(2) 按照这样的规律摆下去, 摆成第 n 个“上”字需要黑子 $(n+1)$ 枚, 白子 $(3n+2)$ 枚;
故答案为: $(n+1)$; $(3n+2)$;

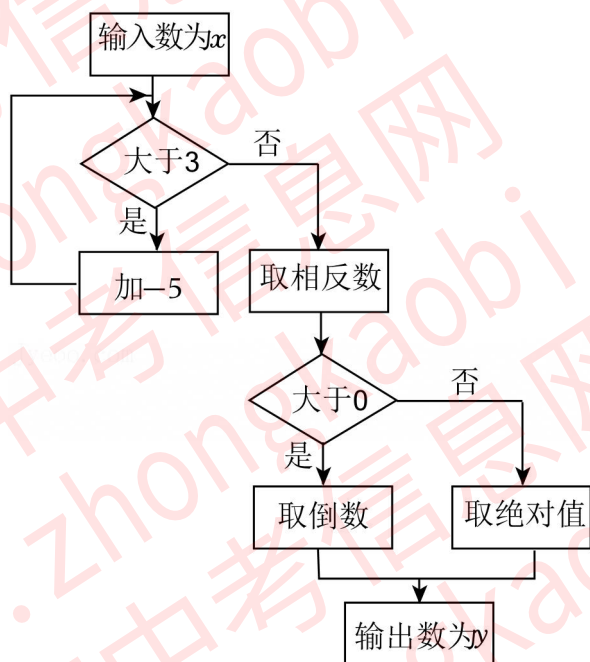
(3) 设第 m 个“上”字图形白子总数比黑子总数多 17 枚,
则 $3m+2=m+1+17$,
解得 $m=8$.

所以第 8 个“上”字图形白子总数比黑子总数多 15 枚.
故答案为: 8.

【点评】 本题考查了规律型: 图形的变化类, 解决本题的关键是根据图形的变化寻找规律.

25. (6 分) 如图是一个数字传输器, 箭头代表传输路径, 方框代表传输方式, 菱形代表决策. 了解这个数字传输器的工作原理, 回答下列问题:

- (1) 当 $x=3$ 时, $y=$ 3 ; 当 $x=2024$ 时, $y=$ 1 ;
- (2) 当输入的 x 为不超过 20 的有理数, 此时输出的 y 值为 0, 则输入的 x 为 0 或 5 或 10 或 15 或 20 ;
- (3) 若 x 是自然数, 请写出 y 的所有可能值 0, 1, 2, 3 .



【分析】（1）根据这个数字传输器的工作原理和操作步骤正向推导即可得出答案；

（2）根据这个数字传输器的工作原理和操作步骤反向推导即可得出答案；

（3）将自然数逐个输入求得输出，通过观察、分析，即可总结出规律.

【解答】解：（1）根据这个数字传输器的工作原理，可知：

当 $x=3$ 时，

$\because 3$ 不大于 3 ，

$\therefore$ 取相反数，得 -3 ，

$\because -3$ 不大于 0 ，

$\therefore$ 取绝对值，得 3 ，

$\therefore$ 当 $x=3$ 时， $y=3$ ；

当 $x=2024$ 时，

$\because 2024$ 大于 3 ，

$\therefore$ 加 -5 ，得 $2024+(-5)=2019$ ，

$\because 2019$ 大于 3 ，

$\therefore$ 加 -5 ，得 $2019+(-5)=2014$ ，

$\because 2014$ 大于 3 ，

$\therefore$ 加 -5 ，得 $2014+(-5)=2009$ ，

.....，

$\therefore$ 加 -5 ，得 $9+(-5)=4$ ，

$\because 4$ 大于 3 ,

$\therefore$ 加 -5 得 $4+(-5)=-1$,

$\because -1$ 不大于 3 ,

$\therefore$ 取相反数得 1 ,

$\because 1$ 大于 0 ,

$\therefore$ 取倒数得 1 ,

$\therefore$ 当 $x=2024$ 时, $y=1$;

故答案为: $3; 1$;

(2) 若输出的 y 值为 0 ,

$\because 0$ 没有倒数,

$\therefore 0$ 是取绝对值而来,

$\therefore$ 取绝对值之前的值是 0 ,

又 $\because 0$ 是取相反数而来,

$\therefore$ 取相反数之前的值是 0 ,

当 $x \leq 3$ 时, 则 $x=0$;

当 $3 < x \leq 20$ 时,

由条件可知 $x-5k=0$ (k 是正整数),

$\therefore x=5, 10, 15, 20$,

$\therefore$ 输入的 x 为 0 或 5 或 10 或 15 或 20 ;

故答案为: 0 或 5 或 10 或 15 或 20 ;

(3) 当 $x=0$ 时, $y=0$,

当 $x=1$ 时, $y=1$,

当 $x=2$ 时, $y=2$,

当 $x=3$ 时, $y=3$,

当 $x=4$ 时, $y=1$,

当 $x=5$ 时, $y=0$,

当 $x=6$ 时, $y=1$,

当 $x=7$ 时, $y=2$,

当 $x=8$ 时, $y=3$,

当 $x=9$ 时, $y=1$,

当 $x=10$ 时, $y=0$,

……,

当 $x=5k$ ($k=0, 1, 2, 3, \dots$) 时, $y=0$,

当 $x=5k+1$ ($k=0, 1, 2, 3, \dots$) 时, $y=1$,

当 $x=5k+2$ ($k=0, 1, 2, 3, \dots$) 时, $y=2$,

当 $x=5k+3$ ($k=0, 1, 2, 3, \dots$) 时, $y=3$,

当 $x=5k+4$ ($k=0, 1, 2, 3, \dots$) 时, $y=1$,

$\therefore$ 若 x 是自然数, 则 y 的所有可能值为 $0, 1, 2, 3$,

故答案为: $0, 1, 2, 3$.

【点评】 本题主要考查了程序流程图与有理数计算, 数字类规律探索等知识点, 读懂题意并熟练掌握有理数的运算法则是解题的关键.

26. (6分) 探究规律, 完成相关题目.

定义 “ $*$ ” 运算:

$(+2) * (+4) = (+4) * (+2) = + (4^2 - 2^2)$; $(-7) * (-4) = (-4) * (-7) = + [(-7)^2 - (-4)^2]$;

$(+4) * (-2) = (-2) * (+4) = - [(+4)^2 - (-2)^2]$; $(+5) * (-7) = (-7) * (+5) = - [(-7)^2 - (+5)^2]$;

$(-2) * (+2) = (+2) * (-2) = - [(+2)^2 - (-2)^2]$; $(+5) * (+5) = + [(+5)^2 - (+5)^2]$;

$(-5) * (-5) = + [(-5)^2 - (-5)^2] = 0$; $0 * (-5) = (-5) * 0 = (-5)^2$;

$(+3) * 0 = 0 * (+3) = (+3)^2$; $0 * 0 = 0^2 + 0^2 = 0$.

归纳 $*$ 运算的法则 (用文字语言叙述)

(1) 绝对值不同的两数进行 $*$ 运算时, 结果的绝对值如何确定? 绝对值较大数的平方减去绝对值较小数的平方, 绝对值为正. 特别地, 0 和任何数进行 $*$ 运算, 或任何数和 0 进行 $*$ 运算, 结果都等于这个数的平方.

(2) 计算: $(-5) * [(+1) * (+3)]$.

(3) 是否存在两个非零有理数 m, n , 使得 $m * n = 0$, 若存在, 求出 m, n 满足的关系, 若不存在, 说明理由.

【分析】 (1) 阅读材料, 根据材料提示, 总结归纳即可求解;

(2) 运用材料提示的运算法则进行计算即可;

(3) 根据材料提示得到 $\pm[m^2 - n^2] = 0$, 由此计算即可求解.

【解答】解：（1）由题意得：绝对值不同的两数进行*运算时，结果的绝对值的确定方法是：绝对值较大数的平方减去绝对值较小数的平方，绝对值为正；0 和任何数进行*运算，或任何数和 0 进行*运算，结果都等于这个数的平方；

故答案为：绝对值较大数的平方减去绝对值较小数的平方，绝对值为正；结果都等于这个数的平方；

$$(2) (-5) * [(+1) * (+3)]$$

$$= (-5) * [(3^2 - 1^2)]$$

$$= (-5) * (+8)$$

$$= -[(+8)^2 - (-5)^2]$$

$$= -39;$$

（3）存在，理由如下，

$$\because m * n = 0,$$

$$\therefore \pm[m^2 - n^2] = 0,$$

$$\therefore m^2 - n^2 = 0,$$

$$\therefore m = n \text{ 或 } m = -n, \text{ 即 } |m| = |n|,$$

$\therefore$ 存在两个非零有理数 m 、 n ，使得 $m * n = 0$.

【点评】本题主要考查含有乘方的有理数的混合运算，绝对值的性质，理解材料中关于“*”运算方法，掌握绝对值的性质，含有乘方的有理数的混合运算是解题的关键.

27. (7 分) 如图是一个 400 米长的圆形跑道，从 O 点出发，沿跑道顺时针跑出 52 米的距离记作 +52 米，逆时针跑出 60 米记作 - 60 米.

已知跑道上的两点 A ， B 对应的有理数分别为 a ， b ，且满足： $(a+80)^2 + |b-40| = 0$,

定义 1：跑道上任意两点之间较短圆弧的长度叫做这两点的弧距.

定义 2：若点 M 为跑道上 A ， B 两点之间较短圆弧上的一点，且到 A ， B 两点的弧距满足：其中一个弧距是另一个弧距的 3 倍，则称 M 为 A ， B 两点的“友谊点”.

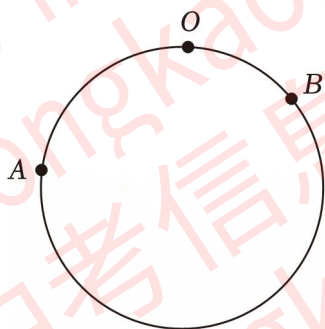
（1）直接写出 A ， B 两点的弧距 120 米；

（2）给出下列跑道上对应的有理数：- 50，- 30，10，350，其中 - 50，10，350 所对应的点是 A ， B 两点的“友谊点”；

（3）点 P 以每秒 40 米的速度从点 A 出发，沿跑道逆时针运动，当点 P 第一次经过 A ， B 两点的“友谊点”时，此时运动的时间为 $\frac{31}{4}$ 秒，若设点 P 从出发到经过 A ， B 两点的“友谊点”的时间为 t 秒，

请直接写出当点 P 第 n 次（ n 为正整数）经过 A ， B 两点的“友谊点”时， t 与 n 的关系（用含 n 的代

数式表示 t).



【分析】(1) 利用绝对值和平方的非负性进行求解即可；

(2) 根据“友谊点”的定义，逐个分析判断给出的有理数即可得出答案；

(3) 设 A, B 两点的“友谊点”对应的数为 x ，其中 $-80 < x < 40$ ，根据题意列出方程，求出 $x=10$ 或 $x=-50$ ，记 10 在跑道上对应的点为 M_1 ， -50 在跑道上对应的点为 M_2 ，结合点 P 的运动方向和速度求出点 P 第一次经过 M_1 的运动时间；根据题意分别求出前 6 次经过 A, B 两点的“友谊点”时 t 的值，归纳总结出规律即可解答.

【解答】解：(1) 由题意可得： $a+80=0$ ， $b-40=0$ ，

$$\therefore a=-80, b=40,$$

$$\therefore A, B \text{ 两点的弧距为 } 40 - (-80) = 120 \text{ (米)};$$

故答案为：120 米；

(2) 当点 M 在跑道上对应的有理数为 -50 时，

$$\text{则 } AM = -50 - (-80) = 30, BM = 40 - (-50) = 90,$$

$$\therefore BM = 3AM,$$

$\therefore -50$ 所对应的点是两点的“友谊点”；

当点 M 对应的有理数为 -30 ，

$$\text{则 } AM = -30 - (-80) = 50, BM = 40 - (-30) = 70,$$

$$\therefore BM \neq 3AM,$$

$\therefore -30$ 所对应的点不是两点的“友谊点”；

当点 M 对应的有理数为 10 ，

$$\text{则 } AM = 10 - (-80) = 90, BM = 40 - 10 = 30,$$

$$\therefore AM = 3BM,$$

$\therefore 10$ 所对应的点是两点的“友谊点”；

当点 M 对应的有理数为 350 ，

则 $AM=350 - (-80) - 400=30$, $BM=40+400 - 350=90$,

$\therefore BM=3AM$,

$\therefore 350$ 所对应的点是两点的“友谊点”;

故答案为: $-50, 10, 350$;

(3) 设 A, B 两点的“友谊点”对应的数为 x , 其中 $-80 < x < 40$,

$x - (-80) = 3(40 - x)$ 或 $40 - x = 3[x - (-80)]$,

$\therefore x=10$ 或 $x=-50$,

记 10 在跑道上对应的点为 M_1 , -50 在跑道上对应的点为 M_2 ,

点 P 从点 A 出发, 沿跑道逆时针运动, 第一次经过 A, B 两点的“友谊点”为点 M_1 ,

此时运动的路程为 $400 - [10 - (-80)] = 310$ (米),

$\therefore$ 运动的时间为 $310 \div 40 = \frac{31}{4}$ (秒);

点 P 从点 M_1 逆时针运动到 M_2 所需时间为 $[10 - (-50)] \div 40 = \frac{3}{2}$ (秒),

点 P 从点 M_2 逆时针运动到 M_1 所需时间为 $400 \div 40 - \frac{3}{2} = \frac{17}{2}$ (秒),

当 $n=1$ 时, $t = \frac{31}{4} = 5 \times 1 + \frac{11}{4}$,

当 $n=2$ 时, $t = \frac{31}{4} + \frac{3}{2} = \frac{37}{4} = 5 \times 2 - \frac{3}{4}$,

当 $n=3$ 时, $t = \frac{37}{4} + \frac{17}{2} = \frac{71}{4} = 5 \times 3 + \frac{11}{4}$,

当 $n=4$ 时, $t = \frac{71}{4} + \frac{3}{2} = \frac{77}{4} = 5 \times 4 - \frac{3}{4}$,

当 $n=5$ 时, $t = \frac{77}{4} + \frac{17}{2} = \frac{111}{4} = 5 \times 5 + \frac{11}{4}$,

当 $n=6$ 时, $t = \frac{111}{4} + \frac{3}{2} = \frac{117}{4} = 5 \times 6 - \frac{3}{4}$,

.....

当 n 为奇数时, $t = 5n + \frac{11}{4}$; 当 n 为偶数时, $t = 5n - \frac{3}{4}$;

$\therefore$ 当 n 为奇数时, $t = 5n + \frac{11}{4}$; 当 n 为偶数时, $t = 5n - \frac{3}{4}$.

故答案为: $\frac{31}{4}$.

【点评】 本题主要考查了绝对值和平方的非负性, 一元一次方程的应用, 列代数式, 解题的关键是掌握分类讨论和数形结合的数学思想.