

2025-2026 学年北京市朝阳区日坛中学七年级（上）期中数学试卷

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）下面 1-8 题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个。

- 1.（3 分）《康熙字典》是中国古代汉字字数最多的字典，共收录汉字 47000 余个．将 47000 用科学记数法表示应为（ ）



- A. 0.47×10^5 B. 4.7×10^4 C. 4.7×10^3 D. 47×10^3
- 2.（3 分）将 8.3954 精确到百分位约是（ ）
- A. 8.4 B. 8.39 C. 8.395 D. 8.40
- 3.（3 分）下列各式结果为负数的是（ ）
- A. $-|-1|$ B. $(-1)^4$ C. $-(-1)$ D. $|1-2|$
- 4.（3 分）下列计算正确的是（ ）
- A. $1-3=-2$ B. $-3+2=-5$
- C. $3 \times (-2)=6$ D. $(-4) \div (-2)=\frac{1}{2}$
- 5.（3 分）绝对值不大于 3 的整数有（ ）个．
- A. 7 B. 5 C. 4 D. 3
- 6.（3 分）用代数式表示“ a 与 b 的差的平方”正确的是（ ）
- A. a^2-b^2 B. $a-b^2$ C. $(a-b)^2$ D. a^2-b
- 7.（3 分）若有理数 $a < b$ ，且 $|a|=3$ ， $|b|=2$ ，则 $a+b$ 的值为（ ）
- A. 5 B. 5 或 -1 C. 5 或 1 D. -5 或 -1
- 8.（3 分）利用如图 1 的二维码可以进行身份识别．某校建立了一个身份识别系统，图 2 是某个学生的识别图案，黑色小正方形表示 1，白色小正方形表示 0．将第一行数字从左到右依次记为 a, b, c, d ，那么可以转换为该生所在班级序号，其序号为 $a \times 2^3 + b \times 2^2 + c \times 2^1 + d \times 2^0$ ．如图 2 第一行数字从左到右依次为 0, 1, 0, 1，序号为 $0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 5$ ，表示该生为 5 班学生．表示 6 班学生的识别图案是（ ）



图 1

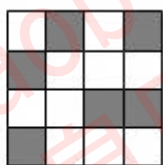
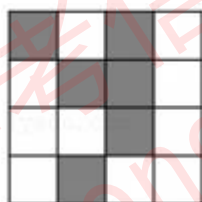
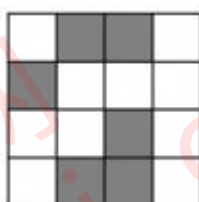


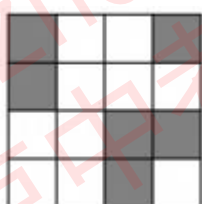
图 2



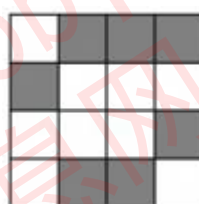
A.



B.



C.



D.

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

9. (3 分) 图片旋转是人们处理图象的日常操作之一. 如果将图片顺时针方向旋转 30° 记为 $+30^\circ$, 那么将图片逆时针方向旋转 45° , 记为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. (3 分) $-1\frac{2}{5}$ 的绝对值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

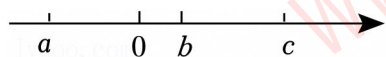
11. (3 分) 比较大小: $-\frac{3}{5}$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $-\frac{3}{4}$ (填 “ $<$ ” 或 “ $>$ ”).

12. (3 分) 若 a 、 b 互为相反数, 则 $a+b-1=\underline{\hspace{2cm}}$.

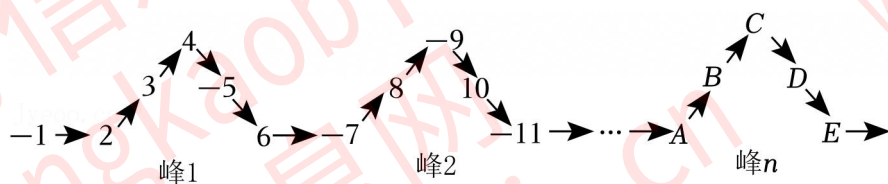
13. (3 分) 若 $(a-2)^2+|b+1|=0$, 则 b^a 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. (3 分) 对代数式 “ $8a$ ” 可以赋予实际意义: 如果一天读书 a 页, 那么 $8a$ 表示 8 天读书的总页数. 请你对代数式 “ $8a$ ” 再赋予一个实际意义: $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. (3 分) 观察有理数 a 、 b 、 c 在数轴上的位置, 用 “ $>$ ” “ $=$ ” 或 “ $<$ ” 号填空: $(c+b)(a-b) \underline{\hspace{1cm}} 0$.



16. (3 分) 将一系列有理数 $-1, 2, -3, 4, -5, 6, \dots$, 如图所示有序排列. 根据图中的排列规律可知 “峰 1” 中峰顶的位置 (C 的位置) 是有理数 4, 那么, “峰 6” 中 C 的位置是有理数 $\underline{\hspace{2cm}}$, -1027 应排在 A 、 B 、 C 、 D 、 E 中 $\underline{\hspace{1cm}}$ 的位置.



三、解答题（本题共 52 分，第 17 题每小题 8 分，18 题每小题 8 分，19 题每小题 8 分，20 题每小题 8 分，21 题 4 分，22-23 题每小题 8 分，24 题 6，25 题 7 分）

17.（8 分）计算：

(1) $-2 - 1 + (-16) - (-13)$;

(2) $-3 \times 5 + 20 \div (-4)$.

18.（8 分）计算：

(1) $(-\frac{1}{3} + \frac{5}{6} - \frac{3}{8}) \times (-24)$;

(2) $-1^4 - (1 + 0.5) \times \frac{1}{3} \div (-4)$.

19.（5 分）请画出数轴，并在数轴上表示下列各数： -3.5 ， 2 ， 1.5 ， -1 ，并按从小到大的顺序用“ $<$ ”号把这些数连接起来.

20.（4 分）求下列代数式的值： $xy + 3y^2$ ，其中 $x = 1$ ， $y = -2$.

21.（4 分）2023 年 9 月 8 日，在杭州亚运会火炬传递启动仪式上，火炬传递路线从“涌金公园广场”开始，最后到达西湖十景之一的“平湖秋月”. 右图为杭州站的火炬传递线路图. 按照图中路线，从“涌金公园广场”到“一公园”共安排 16 名火炬手跑完全程，平均每人传递里程为 48 米. 以 48 米为基准，其中实际里程超过基准的米数记为正数，不足的记为负数，并将其称为里程波动值. 下表记录了 16 名



火炬手中部分人的里程波动值.

棒次	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
里程波动值	2	6	- 5		3	- 2	0	- 6	5	5	- 4	- 5	- 8		4	1

(1) 第 9 棒火炬手的实际里程为 _____ 米;

(2) 若第 4 棒火炬手的实际里程为 49 米.

①第 4 棒火炬手的里程波动值为 _____ ;

②求第 14 棒火炬手的实际里程.

22. (5 分) 糖果厂生产一批水果糖, 把这些水果糖平均分装在若干袋子里, 每袋装的颗数和总袋数如表:

每袋装的颗数	10	12	18	20	24	...
总袋数	360	300	200	180	150	...

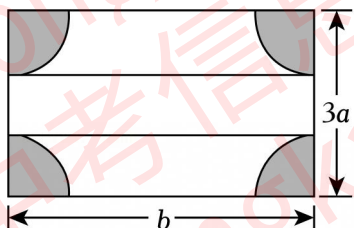
(1) 这批水果糖共有多少颗?

(2) 用 n 表示总袋数, m 表示每袋装的颗数, 用式子表示 n 与 m 的关系, n 与 m 成什么比例关系?

23. (5 分) 如图是某一长方形闲置空地, 宽为 $3a$ 米, 长为 b 米. 为了美化环境, 准备在这个长方形空地的四个顶点处分别修建一个半径 a 米的扇形花圃 (阴影部分), 然后在花圃内种花, 中间修一条长为 b 米的小路, 剩余部分种草.

(1) 小路的面积为_____平方米；种花的面积为_____平方米；种草的面积为_____平方米。（结果保留 π ）

(2) 当 $a=2$ ， $b=10$ 时，请计算该长方形场地上种草的面积。（结果 π 取3）



24. (6分) 小东对有理数 a ， b 定义了一种新的运算，叫做“乘减法”，记作“ $a \otimes b$ ”. 他写出了一些按照“乘减法”运算的算式：

$$\begin{aligned} (+3) \otimes (+2) &= +1, (+11) \otimes (-3) = -8, (-2) \otimes (+5) = -3, (-6) \otimes (-1) = +5, (+\frac{1}{3}) \\ \otimes (+1) &= +\frac{2}{3}, (-4) \otimes (+0.5) = -3.5, (-8) \otimes (-8) = 0, (+2.4) \otimes (-2.4) = 0, (+23) \otimes 0 \\ &= +23, 0 \otimes (-\frac{7}{4}) = +\frac{7}{4}. \end{aligned}$$

小玲看了这些算式后说：“我明白你定义的‘乘减法’法则了.” 她将法则整理出来给小东看，小东说：“你的理解完全正确.”

(1) 请将下面小玲整理的“乘减法”法则补充完整：

绝对值不相等的两数相“乘减”，同号得_____，异号得_____，并_____；绝对值相等的两数相“乘减”，都得0；一个数与0相“乘减”，或0与一个数相“乘减”，都得这个数的绝对值.

(2) 若括号的作用与它在有理数运算中的作用相同，

①用“乘减法”计算： $[(+3) \otimes (-2)] \otimes [(-9) \otimes 0] =$ _____；

②小东发现交换律在有理数的“乘减法”中仍然成立，即 $a \otimes b = b \otimes a$. 但是结合律在有理数的“乘减法”中不一定成立，请你举一个例子说明 $(a \otimes b) \otimes c = a \otimes (b \otimes c)$ 不成立.

25. (7分) 对于数轴上的点 P ， Q ， T 给出如下定义：记点 P 到点 T 的距离为 m ，点 Q 到点 T 的距离为 n ，如果点 P 、 Q 分别在点 T 的两侧且 $m=n$ ，那么称点 P 和点 Q 是数轴上关于点 T 的对称点.

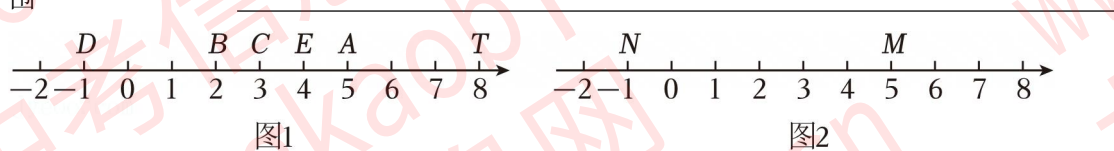
(1) 图1所示点 A ， B ， C ， D 中，关于点 E 对称点的是_____；若点 T 表示的数是8，则点 A 关于点 T 的对称点表示的数是_____；如果图2所示点 M ， N 是关于点 T 的对称点，则点 T 表示的数是_____；

(2) 设点 P 表示的数为 a ，点 Q 表示的数为 $a-2$. 且点 P ， Q 是关于点 T 的对称点，则点 T 表示的数是_____；（用含 a 的代数式表示）

(3) 点 F 表示的数为 $a - 2$, 点 G 表示的数为 $\frac{1}{2}a + 2$.

① 若点 F 和点 G 是数轴上关于原点的对称点, 求 a 的值;

② 若点 F 和点 G 是关于正半轴上某一点的对称点, 直接写出 a 的取值范围.



四、附加题综合与实践: (5 分)

26. (5 分) 对于数轴上的两点 P, Q 给出如下定义: P, Q 两点到原点 O 的距离之差的绝对值称为 P, Q 两点的绝对距离, 记为 $\|POQ\|$.

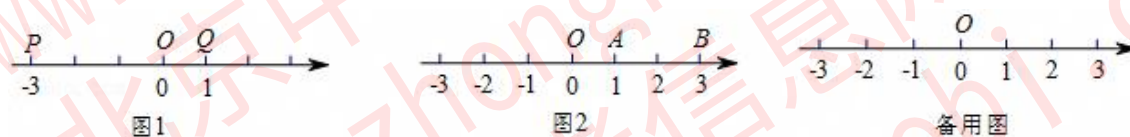
例如: P, Q 两点表示的数如图 1 所示, 则 $\|POQ\| = |PO - QO| = |3 - 1| = 2$.

(1) A, B 两点表示的数如图 2 所示.

① 求 A, B 两点的绝对距离;

② 若 C 为数轴上一点 (不与点 O 重合), 且 $\|AOB\| = 2\|AOC\|$, 求点 C 表示的数;

(2) M, N 为数轴上的两点 (点 M 在点 N 左边), 且 $MN = 2$, 若 $\|MON\| = 1$, 直接写出点 M 表示的数.



2025-2026 学年北京市朝阳区日坛中学七年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	A	A	A	C	D	B

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）下面 1-8 题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个。

1. （3 分）《康熙字典》是中国古代汉字字数最多的字典，共收录汉字 47000 余个。将 47000 用科学记数法表示应为（ ）



- A. 0.47×10^5 B. 4.7×10^4 C. 4.7×10^3 D. 47×10^3

【分析】用科学记数法表示较大的数时，一般形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，且 n 比原来的整数位数少 1，据此判断即可。

【解答】解：47000 = 4.7×10^4 。

故选：B。

【点评】此题主要考查了用科学记数法表示较大的数，一般形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，确定 a 与 n 的值是解题的关键。

2. （3 分）将 8.3954 精确到百分位约是（ ）

- A. 8.4 B. 8.39 C. 8.395 D. 8.40

【分析】精确到百分位，即对千分位上的数字进行四舍五入，据此求解即可。

【解答】解：8.3954 $\approx$ 8.40（精确到百分位），

故选：D。

【点评】本题考查近似数和有效数字，解答本题的关键是明确题意，利用四舍五入法解答。

3. （3 分）下列各式结果为负数的是（ ）

- A. $-|-1|$ B. $(-1)^4$ C. $-(-1)$ D. $|1-2|$

【分析】根据负数、绝对值、相反数、有理数的减法、乘方的定义解决此题.

【解答】解： A . 根据绝对值的定义， $-|-1|=-1<0$ ，那么 $-|-1|$ 是负数，故 A 符合题意.

B . 根据乘方的定义， $(-1)^4=1>0$ ，那么 $(-1)^4$ 是正数，故 B 不符合题意.

C . 根据相反数的定义， $-(-1)=1>0$ ，那么 $-(-1)$ 是正数，故 C 不符合题意.

D . 根据有理数的减法以及绝对值的定义， $|1-2|=-1|=-1>0$ ，那么 $|1-2|$ 是正数，故 D 不符合题意.

故选： A .

【点评】本题主要考查负数、绝对值、相反数、有理数的减法、乘方，熟练掌握负数、绝对值、相反数、有理数的减法、乘方的定义是解决本题的关键.

4. (3分) 下列计算正确的是 ()

$A. 1-3=-2$

$B. -3+2=-5$

$C. 3\times(-2)=6$

$D. (-4)\div(-2)=\frac{1}{2}$

【分析】计算出各个选项中式子的正确结果，即可判断哪个选项符合题意.

【解答】解： $1-3=-2$ ，故选项 A 正确，符合题意；

$-3+2=-1$ ，故选项 B 错误，不符合题意；

$3\times(-2)=-6$ ，故选项 C 错误，不符合题意；

$(-4)\div(-2)=2$ ，故选项 D 错误，不符合题意；

故选： A .

【点评】本题考查有理数的混合运算，熟练掌握运算是解答本题的关键.

5. (3分) 绝对值不大于3的整数有 () 个.

$A. 7$

$B. 5$

$C. 4$

$D. 3$

【分析】绝对值不大于3的整数有 ± 3 ， ± 2 ， ± 1 ，0，然后问题可求解.

【解答】解：绝对值不大于3的整数有3，-3，2，-2，1，-1，0，共7个；

故选： A .

【点评】本题考查了有理数的大小比较和绝对值，解题的关键是根据绝对值的意义来比较.

6. (3分) 用代数式表示“ a 与 b 的差的平方”正确的是 ()

$A. a^2-b^2$

$B. a-b^2$

$C. (a-b)^2$

$D. a^2-b$

【分析】 a 与 b 两数的差的平方则是先分别计算差再计算乘方.

【解答】解： a 与 b 两数的差的平方表示为 $(a-b)^2$ ；

故选： C .

【点评】本题考查了列代数式：掌握题中的已知数量利用代数式表示其他相关的量是关键.

7. (3分) 若有理数 $a < b$ ，且 $|a|=3$ ， $|b|=2$ ，则 $a+b$ 的值为 ()

- A. 5 B. 5 或 -1 C. 5 或 1 D. -5 或 -1

【分析】根据绝对值的定义及 $a < b$ 确定 a ， b 的值，然后将它们相加即可.

【解答】解：∵ $|a|=3$ ， $|b|=2$ ，

$$\therefore a = \pm 3, b = \pm 2,$$

$$\therefore a < b,$$

$$\therefore a = -3, b = 2 \text{ 或 } -2,$$

$$\therefore a+b = -3+2 = -1 \text{ 或 } -3-2 = -5,$$

故选：D.

【点评】本题考查代数式求值，绝对值，熟练掌握相关定义是解题的关键.

8. (3分) 利用如图1的二维码可以进行身份识别. 某校建立了一个身份识别系统，图2是某个学生的识别图案，黑色小正方形表示1，白色小正方形表示0. 将第一行数字从左到右依次记为 a, b, c, d ，那么可以转换为该生所在班级序号，其序号为 $a \times 2^3 + b \times 2^2 + c \times 2^1 + d \times 2^0$. 如图2第一行数字从左到右依次为0, 1, 0, 1，序号为 $0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 5$ ，表示该生为5班学生. 表示6班学生的识别图案是 ()



图1

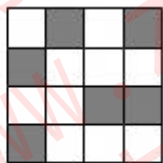
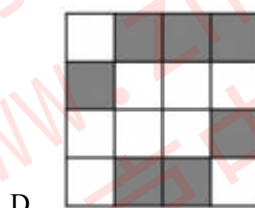
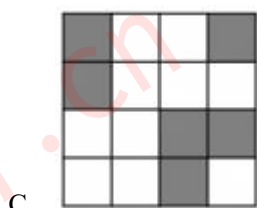
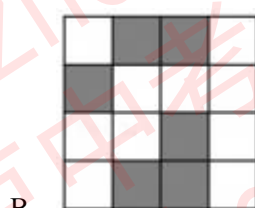
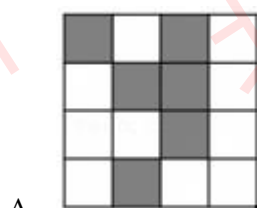


图2



【分析】仿照二维码转换的方法求出所求即可.

【解答】解：根据题意得： $0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 6$,

则表示 6 班学生的识别图案是 B ,

故答案为: B .

【点评】本题考查了用数字表示事件, 弄清题中的转换方法是解本题的关键.

二、填空题(本题共 24 分, 每小题 3 分)

9. (3 分) 图片旋转是人们处理图象的日常操作之一. 如果将图片顺时针方向旋转 30° 记为 $+30^\circ$, 那么将图片逆时针方向旋转 45° , 记为 -45° .

【分析】正数和负数是一组具有相反意义的量, 据此即可求得答案.

【解答】解: 如果将图片顺时针方向旋转 30° 记为 $+30^\circ$, 那么将图片逆时针方向旋转 45° , 记为 -45° ,

故答案为: -45 .

【点评】本题考查正数和负数, 理解具有相反意义的量是解题的关键.

10. (3 分) $-1\frac{2}{5}$ 的绝对值是 $1\frac{2}{5}$.

【分析】负数的绝对值等于它的相反数, 据此即可求得答案.

【解答】解: $-1\frac{2}{5}$ 的绝对值是 $1\frac{2}{5}$,

故答案为: $1\frac{2}{5}$.

【点评】本题考查绝对值, 熟练掌握其定义是解题的关键.

11. (3 分) 比较大小: $-\frac{3}{5}$ $>$ $-\frac{3}{4}$ (填 “ $<$ ” 或 “ $>$ ”).

【分析】根据两负数比较大小绝对值大的反而小, 可得答案.

【解答】解: $|\frac{3}{5}| = \frac{12}{20}$, $|\frac{3}{4}| = \frac{15}{20}$,

$$-\frac{3}{5} > -\frac{3}{4},$$

故答案为: $>$.

【点评】本题考查了有理数比较大小, 两负数比较大小绝对值大的反而小.

12. (3 分) 若 a 、 b 互为相反数, 则 $a+b-1 = -1$.

【分析】根据 a 、 b 互为相反数得到 $a+b=0$, 即可求解.

【解答】解: 由题可知,

$$a+b=0,$$

$$\text{则 } a+b-1 = -1.$$

故答案为: -1 .

【点评】本题主要考查了相反数的定义, 掌握相反数的定义是解题的关键.

13. (3分) 若 $(a-2)^2 + |b+1| = 0$, 则 b^a 的值为 1 .

【分析】根据非负数的性质列出方程求出未知数的值, 再代入所求代数式计算即可.

【解答】解: $\because (a-2)^2 + |b+1| = 0$,

$$\therefore a-2=0, b+1=0,$$

$$\therefore a=2, b=-1,$$

$$\therefore b^a = (-1)^2 = 1.$$

故答案为: 1.

【点评】本题考查了非负数的性质: 掌握几个非负数的和为 0, 则这几个非负数分别等于 0, 并正确得出未知数的值是解题的关键.

14. (3分) 对代数式 “ $8a$ ” 可以赋予实际意义: 如果一天读书 a 页, 那么 $8a$ 表示 8 天读书的总页数. 请你对代数式 “ $8a$ ” 再赋予一个实际意义: 如里每天走 a 公里, $8a$ 表示 8 天走的公里数 (答案不唯一) .

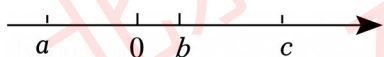
【分析】根据题意, 正确表示出代数式的实际意义即可.

【解答】解: 如里每天走 a 公里, $8a$ 表示 8 天走的公里数 (答案不唯一).

故答案为: 如里每天走 a 公里, $8a$ 表示 8 天走的公里数 (答案不唯一).

【点评】本题考查了代数式的实际意义, 读懂题意是解题的关键.

15. (3分) 观察有理数 a 、 b 、 c 在数轴上的位置, 用 “ $>$ ” “ $=$ ” 或 “ $<$ ” 号填空: $(c+b)(a-b)$ $<$ 0.



【分析】根据数轴可知 $a < 0 < b < c$, 据此根据有理数的加减计算法则求解即可.

【解答】解: 由数轴可知 $a < 0 < b < c$,

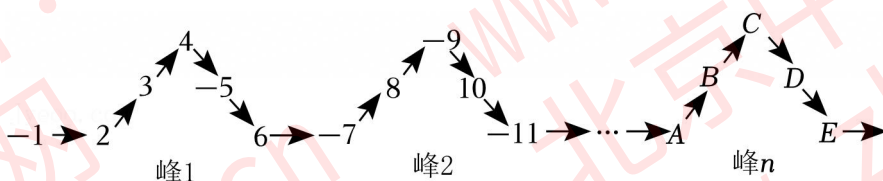
$$\therefore c+b > 0, a-b < 0,$$

$$\therefore (c+b)(a-b) < 0.$$

故答案为: $<$.

【点评】本题主要考查了有理数与数轴, 解题关键是运用数形结合的思想分析问题.

16. (3分) 将一系列有理数 $-1, 2, -3, 4, -5, 6, \dots$, 如图所示有序排列. 根据图中的排列规律可知 “峰 1” 中峰顶的位置 (C 的位置) 是有理数 4, 那么, “峰 6” 中 C 的位置是有理数 -29 , -1027 应排在 A 、 B 、 C 、 D 、 E 中 A 的位置.



【分析】由峰 n 的峰顶的位置 (C 的位置) 是有理数 $4, -9, \dots$, 即 $(-1)^{n+1}(5n-1)$, 即得“峰 6”中 C 的位置是有理数 -29 ;

由 $1027=5 \times 206-3$, $1029=5 \times 206-1$, 即可得 -1029 在 C 的位置, 亦可得 -1027 在 A 的位置.

【解答】解: 由峰 n 的峰顶的位置 (C 的位置) 是有理数 $4, -9, \dots$, 即 $(-1)^{n+1}(5n-1)$, 得“峰 6”中 C 的位置是有理数 -29 ;

由 $1027=5 \times 206-3$, $1029=5 \times 206-1$,
得 -1029 在 C 的位置, -1027 在 A 的位置.

故答案为: $-29, A$.

【点评】本题主要考查了数字变化问题, 解题关键是找到数字变化的规律, 并会应用规律进行判断.

三、解答题 (本题共 52 分, 第 17 题每小题 8 分, 18 题每小题 8 分, 19 题每小题 8 分, 20 题每小题 8 分, 21 题 4 分, 22-23 题每小题 8 分, 24 题 6, 25 题 7 分)

17. (8 分) 计算:

(1) $-2-1+(-16)-(-13)$;

(2) $-3 \times 5 + 20 \div (-4)$.

【分析】(1) 根据加减混合运算顺序和运算法则计算即可;

(2) 先计算乘除, 再计算减法即可.

【解答】解: (1) 原式 $= -2-1-16+13$

$$= -19+13$$

$$= -6;$$

(2) 原式 $= -15-5$

$$= -20.$$

【点评】本题主要考查有理数的混合运算, 解题的关键是掌握有理数的混合运算顺序和运算法则.

18. (8 分) 计算:

(1) $(-\frac{1}{3} + \frac{5}{6} - \frac{3}{8}) \times (-24)$;

(2) $-1^4 - (1+0.5) \times \frac{1}{3} \div (-4)$.

【分析】(1) 利用乘法分配律计算即可;

(2) 先算乘方, 再算括号里面的, 然后算乘除, 最后算加减即可.

【解答】解: (1) 原式 $= -\frac{1}{3} \times (-24) + \frac{5}{6} \times (-24) - \frac{3}{8} \times (-24)$

$$= 8-20+9$$

$$= -3;$$

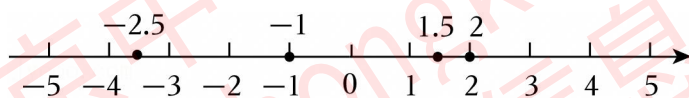
$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= -1 - \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{4}\right) \\ &= -1 + \frac{1}{8} \\ &= -\frac{7}{8}. \end{aligned}$$

【点评】本题考查有理数的混合运算，熟练掌握相关运算法则是解题的关键。

19. (5 分) 请画出数轴，并在数轴上表示下列各数：-3.5，2，1.5，-1，并按从小到大的顺序用“<”号把这些数连接起来。

【分析】根据数轴表示数的方法进行解答即可。

【解答】解：在数轴上表示下列各数：-3.5，2，1.5，-1 如图所示：



$$-2.5 < -1 < 1.5 < 2.$$

【点评】本题考查数轴，掌握数轴表示数的方法以及有理数的大小比较方法是正确解答的关键。

20. (4 分) 求下列代数式的值： $xy+3y^2$ ，其中 $x=1$ ， $y=-2$ 。

【分析】将已知数值代入原式计算即可。

【解答】解：当 $x=1$ ， $y=-2$ 时，

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 1 \times (-2) + 3 \times (-2)^2 \\ &= -2 + 3 \times 4 \\ &= -2 + 12 \\ &= 10. \end{aligned}$$

【点评】本题考查代数式求值，将已知数值代入后进行正确地运算是解题的关键。

21. (4 分) 2023 年 9 月 8 日，在杭州亚运会火炬传递启动仪式上，火炬传递路线从“涌金公园广场”开始，最后到达西湖十景之一的“平湖秋月”。右图为杭州站的火炬传递线路图。按照图中路线，从“涌金公园广场”到“一公园”共安排 16 名火炬手跑完全程，平均每人传递里程为 48 米。以 48 米为基准，其中实际里程超过基准的米数记为正数，不足的记为负数，并将其称为里程波动值。下表记录了 16 名



火炬手中部分人的里程波动值.

棒次	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
里程	2	6	-5		3	-2	0	-6	5	5	-4	-5	-8		4	1
波动值																

(1) 第 9 棒火炬手的实际里程为 53 米;

(2) 若第 4 棒火炬手的实际里程为 49 米.

①第 4 棒火炬手的里程波动值为 1 ;

②求第 14 棒火炬手的实际里程.

【分析】(1) 实际里程为基准值与波动值的和, 据此作答即可;

(2) ①波动值为实际里程与基准值的差, 据此作答即可;

②根据题意, 所有波动值的和应该为 0, 据此可求得第 14 棒火炬手的波动值, 从而求出其实际里程.

【解答】解: (1) 第 9 棒火炬手的实际里程为 $48+5=53$ (米),

故答案为: 53.

(2) ① $49-48=1$ (米),

∴第 4 棒火炬手的里程波动值为 1.

故答案为: 1.

②设第 14 棒火炬手的里程波动值为 x ,

根据题意，得 $2+6-5+1+3-2+0-6+5+5-4-5-8+x+4+1=0$ ，即 $x-3=0$ ，解得 $x=3$ 。

$48+3=51$ （米），

∴第 14 棒火炬手的实际里程为 51 米。

【点评】本题考查正数和负数等，理解正负号在特定数学环境中的意义是本题的关键。

22.（5 分）糖果厂生产一批水果糖，把这些水果糖平均分装在若干袋子里，每袋装的颗数和总袋数如表：

每袋装的颗数	10	12	18	20	24	...
总袋数	360	300	200	180	150	...

（1）这批水果糖共有多少颗？

（2）用 n 表示总袋数， m 表示每袋装的颗数，用式子表示 n 与 m 的关系， n 与 m 成什么比例关系？

【分析】（1）用每袋装的颗数乘总袋数即可得到答案；

（2）根据每袋装的颗数乘总袋数，用式子表示出 n 与 m 的关系，再根据成反比例关系的定义即可解答。

【解答】解：（1）由表格可得，

$$10 \times 360 = 3600 \text{（颗）},$$

答：这批水果糖共有 3600 颗；

（2）由（1）得，这批水果糖共有 3600 颗，

$$\text{故 } n = \frac{3600}{m},$$

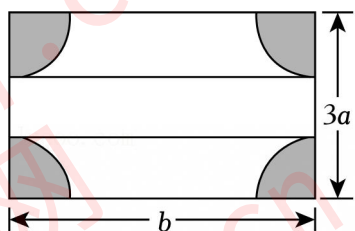
即 n 与 m 成反比例关系。

【点评】本题考查了列代数式、反比例，解题的关键是找出题中的数量关系，写出相应的关系式。

23.（5 分）如图是某一长方形闲置空地，宽为 $3a$ 米，长为 b 米。为了美化环境，准备在这个长方形空地的四个顶点处分别修建一个半径 a 米的扇形花圃（阴影部分），然后在花圃内种花，中间修一条长为 b 米的小路，剩余部分种草。

（1）小路的面积为 ab 平方米；种花的面积为 πa^2 平方米；种草的面积为 $(2ab - \pi a^2)$ 平方米。（结果保留 π ）

（2）当 $a=2$ ， $b=10$ 时，请计算该长方形场地上种草的面积。（结果 π 取 3）



【分析】(1) 利用长方形和扇形面积即可求得小路的面积和种花的面积；整个长方形的面积减去小路面积和扇形花圃面积即可求得种草的面积；

(2) 由此利用已知数据求出种草的面积即可。

【解答】解：(1) 依题意得小路的面积为 ab 平方米，

种花的面积为 $\frac{1}{4}\pi a^2 \times 4 = \pi a^2$ 平方米，

种草的面积为： $3a \cdot b - ab - \pi a^2 = (2ab - \pi a^2)$ 平方米，

故答案为： ab ； πa^2 ； $(2ab - \pi a^2)$ ；

(2) 当 $a=2$ ， $b=10$ 时，

$2ab - \pi a^2 \approx 2 \times 2 \times 10 - 3 \times 2 \times 2 = 28$ 平方米。

答：该长方形场地上种草的面积为 28 平方米。

【点评】本题主要考查了利用长方形和扇形的面积公式列出代数式，然后利用代数式求值解决实际问题，熟练准确的求出结果是本题的关键。

24. (6分) 小东对有理数 a ， b 定义了一种新的运算，叫做“乘减法”，记作“ $a \otimes b$ ”。他写出了一些按照“乘减法”运算的算式：

$(+3) \otimes (+2) = +1$ ， $(+11) \otimes (-3) = -8$ ， $(-2) \otimes (+5) = -3$ ， $(-6) \otimes (-1) = +5$ ， $(+\frac{1}{3}) \otimes (+1) = +\frac{2}{3}$ ， $(-4) \otimes (+0.5) = -3.5$ ， $(-8) \otimes (-8) = 0$ ， $(+2.4) \otimes (-2.4) = 0$ ， $(+23) \otimes 0 = +23$ ， $0 \otimes (-\frac{7}{4}) = +\frac{7}{4}$ 。

小玲看了这些算式后说：“我明白你定义的‘乘减法’法则了。”她将法则整理出来给小东看，小东说：“你的理解完全正确。”

(1) 请将下面小玲整理的“乘减法”法则补充完整：

绝对值不相等的两数相“乘减”，同号得 正，异号得 负，并 把绝对值相减；绝对值相等的两数相“乘减”，都得 0；一个数与 0 相“乘减”，或 0 与一个数相“乘减”，都得这个数的绝对值。

(2) 若括号的作用与它在有理数运算中的作用相同，

①用“乘减法”计算： $[(+3) \otimes (-2)] \otimes [(-9) \otimes 0] = \underline{-8}$ ；

②小东发现交换律在有理数的“乘减法”中仍然成立，即 $a \otimes b = b \otimes a$ 。但是结合律在有理数的“乘减法”中不一定成立，请你举一个例子说明 $(a \otimes b) \otimes c = a \otimes (b \otimes c)$ 不成立。

【分析】(1) 根据题中给出的例子即可得出结论；

(2) ①根据(1)中的“乘减法”进行计算即可；

②设 $a=2$, $b=-3$, $c=4$ 代入式子进行计算, 看结果是否相同即可.

【解答】解: (1) $\because (+3) \otimes (+2) = +1$, $(+11) \otimes (-3) = -8$, $(-2) \otimes (+5) = -3$, $(-6) \otimes (-1) = +5$, $(+\frac{1}{3}) \otimes (+1) = +\frac{2}{3}$, $(-4) \otimes (+0.5) = -3.5$, $(-8) \otimes (-8) = 0$, $(+2.4) \otimes (-2.4) = 0$, $(+23) \otimes 0 = +23$, $0 \otimes (-\frac{7}{4}) = +\frac{7}{4}$.

$\therefore$ 绝对值不相等的两数相“乘减”, 同号得正, 异号得负, 并把绝对值相减; 绝对值相等的两数相“乘减”, 都得 0; 一个数与 0 相“乘减”, 或 0 与一个数相“乘减”, 都得这个数的绝对值.

故答案为: 正, 负, 把绝对值相减;

$$\begin{aligned} (2) \text{ ①} & [(+3) \otimes (-2)] \otimes [(-9) \otimes 0] \\ & = (-1) \otimes 9 \\ & = -8. \end{aligned}$$

故答案为: -8;

②设 $a=2$, $b=-3$, $c=4$,

$$\text{左边} = (a \otimes b) \otimes c = [2 \otimes (-3)] \otimes 4 = (-1) \otimes 4 = -3,$$

$$\text{右边} = a \otimes (b \otimes c) = 2 \otimes [(-3) \otimes 4] = 2 \otimes (-1) = -1,$$

左边 $\neq$ 右边,

$\therefore$ 结合律在有理数的“乘减法”中不一定成立.

【点评】本题考查的是有理数的混合运算, 根据题中给出的例子读懂题意是解题的关键.

25. (7 分) 对于数轴上的点 P , Q , T 给出如下定义: 记点 P 到点 T 的距离为 m , 点 Q 到点 T 的距离为 n , 如果点 P , Q 分别在点 T 的两侧且 $m=n$, 那么称点 P 和点 Q 是数轴上关于点 T 的对称点.

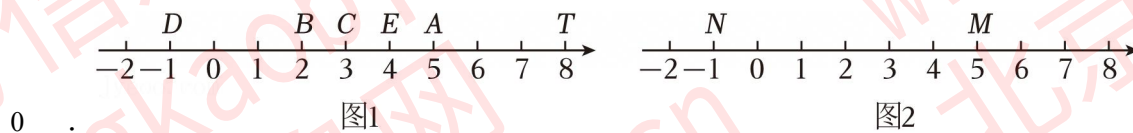
(1) 图 1 所示点 A , B , C , D 中, 关于点 E 对称点的是 点 A 和点 C ; 若点 T 表示的数是 8, 则点 A 关于点 T 的对称点表示的数是 11; 如果图 2 所示点 M , N 是关于点 T 的对称点, 则点 T 表示的数是 2;

(2) 设点 P 表示的数为 a , 点 Q 表示的数为 $a-2$. 且点 P , Q 是关于点 T 的对称点, 则点 T 表示的数是 $a-1$; (用含 a 的代数式表示)

(3) 点 F 表示的数为 $a-2$, 点 G 表示的数为 $\frac{1}{2}a+2$.

①若点 F 和点 G 是数轴上关于原点的对称点, 求 a 的值;

②若点 F 和点 G 是关于正半轴上某一点的对称点, 直接写出 a 的取值范围 $a \geq$



【分析】依题意，读懂题目意思，明白：当点 P 和点 Q 是数轴上关于点 T 的对称点时，它们表示额数满足： $P+Q=2T$ ，用这个关系一一求解即可。

【解答】解：（1）依题意，可得：当点 P 和点 Q 是数轴上关于点 T 的对称点时，它们表示额数满足： $P+Q=2T$ ，

可得，关于点 E 对称点的是：点 C 和点 A ，

点 A 关于点 T 的对称点表示的数是： $8 \times 2 - 5 = 11$ ，

点 M, N 是关于点 T 的对称点，则点 T 表示的数是： $(-1+5) \div 2 = 2$ ，

故答案为：点 C 和点 A ；11；2；

（2）依题意，点 T 表示的数是： $(a+a-2) \div 2 = a-1$ ，

故答案为： $a-1$ ；

（3）①依题意可得： $a-2+\frac{1}{2}a+2=0 \times 2$ ，

解得： $a=0$ ，

$\therefore a$ 的值为：0；

②依题意可得： $(a-2+\frac{1}{2}a+2) \div 2 > 0$ ，

解得： $a > 0$ ，

故答案为： $a > 0$ 。

【点评】本题考查了数轴上两点关于一个点对称的规律，做题的关键是掌握规律做题即可。

四、附加题综合与实践：（5分）

26.（5分）对于数轴上的两点 P, Q 给出如下定义： P, Q 两点到原点 O 的距离之差的绝对值称为 P, Q 两点的绝对距离，记为 $\|POQ\|$ 。

例如： P, Q 两点表示的数如图1所示，则 $\|POQ\| = |PO - QO| = |3 - 1| = 2$ 。

（1） A, B 两点表示的数如图2所示。

①求 A, B 两点的绝对距离；

②若 C 为数轴上一点（不与点 O 重合），且 $\|AOB\| = 2\|AOC\|$ ，求点 C 表示的数；

（2） M, N 为数轴上的两点（点 M 在点 N 左边），且 $MN=2$ ，若 $\|MON\|=1$ ，直接写出点 M 表示的数。

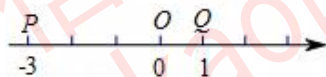


图1

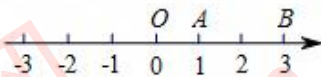
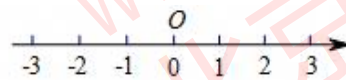


图2



备用图

【分析】(1) ①根据两点的绝对距离的定义即可求解；

②先根据 $\|AOB\|=2\|AOC\|$ 得到 $\|AOC\|=1$ ，再根据两点的绝对距离的定义即可求解；

(2) 根据两点间的距离公式，以及 $\|MON\|=1$ ，即可写出点 M 表示的数.

【解答】解：(1) ①求 A, B 两点的绝对距离为 2；

② $\because \|AOB\|=2, \|AOB\|=2\|AOC\|,$

$\therefore \|AOC\|=1,$

$\therefore$ 点 C 表示的数为 2 或 -2；

(2) $\because MN=2, \|MON\|=1,$ 点 M 在点 N 左边，

$\therefore$ 点 M 表示的数为 -0.5 或 -1.5.

【点评】 本题考查了数轴，解题关键是要读懂题目的意思，理解两点的绝对距离的定义.