

2025-2026 学年北京市朝阳区外国语学校七年级（上）期中数学试卷

一、选择题（共 24 分，每题 3 分）第 1~8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. (3 分) 6 的倒数是 ()

- A. 6 B. -6 C. $\frac{1}{6}$ D. $-\frac{1}{6}$

2. (3 分) 2025 年上半年全国规模以上文化及相关产业企业营业收入数据，其中内容创作生产行业上半年实现营业收入 16572 亿元，同比增长 11.8%，将 16572 亿用科学记数法表示应为 ()

- A. 1.6572×10^4 B. 1.6572×10^8
C. 1.6572×10^{12} D. 1.6572×10^{13}

3. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $2a+5b=7ab$ B. $6x^3-2x=4x^2$
C. $xy^2+3xy^2=4xy^2$ D. $9ab-8ab=1$

4. (3 分) 下列判断中正确的是 ()

- A. 单项式 $-\frac{2}{3}\pi x^2$ 的系数为 $-\frac{2}{3}$
B. $-4x^3y$ 与 x^ay 是同类项，则 a 的值为 2
C. 多项式 $2x^2y+3xy-4$ 是三次三项式
D. 多项式 $-3x^2y-5$ 的常数项为 5

5. (3 分) 如图，点 A, B 在数轴上表示的数分别是 a, b 。若 a, b 互为相反数，且 $AB=9$ ，则 a 的值为 ()



- A. 4.5 B. -4.5 C. 9 D. -9

6. (3 分) 计算 $6+(-2)+(-9)+5=(6+5)+[(-2)+(-9)]$ 的依据是 ()

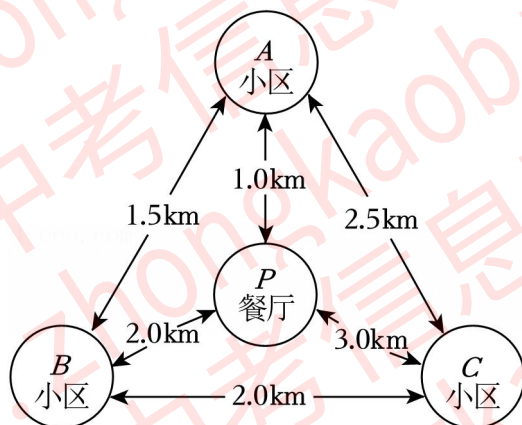
- A. 加法交换律 B. 加法结合律
C. 符号化简 D. 加法交换律和结合律

7. (3 分) 下面①货车行驶的路程一定，货车行驶的平均速度与时间；②购买荧光笔和中性笔的总费用一定，荧光笔的费用与中性笔的费用；③圆柱的体积一定，圆柱的底面积与高。各题中的两个量成反比例关系的是 ()

- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

8. (3 分) 外卖员小李需要从餐厅 P 骑电动三轮车出发，依次为 A, B, C 三个小区的顾客送餐（每个小区只送一次），最后返回餐厅 P 。 P, A, B, C 之间的距离（单位： km ）如图所示。小李骑行的最短距离

为 ()



- A. 7.5km B. 9.0km C. 6.5km D. 无法确定

二、填空题 (共 24 分, 每题 3 分)

9. (3 分) 某校组织学生去劳动实践基地采摘桃子, 并称重、封装. 一箱桃的标准质量为 5kg , 如果比标准质量多 42g 记作 $+42\text{g}$, 那么 -30g 表示_____.
10. (3 分) 写出一个大于 -1 且小于 1 的负有理数:_____.
11. (3 分) 某水库上周日的水位是 30 米, 如表是该水库本周内水位高低的变化情况 (用正数记水位比前一日上升数, 用负数记水位比前一日下降数). 那么本周水位最低的是星期_____.

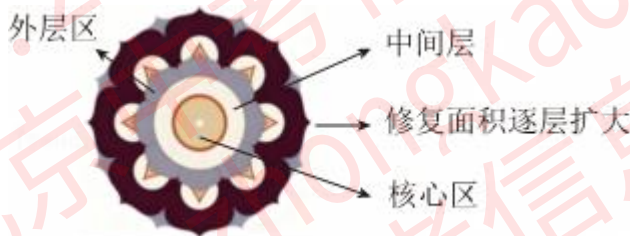
星期	一	二	三	四	五	六	日
水位变化/米	$+0.12$	-0.02	-0.13	-0.20	-0.08	-0.02	$+0.32$

12. (3 分) 若 $x=2$ 是关于 x 的方程 $4x+k=6x$ 的解, 则 k 的值为_____.
13. (9 分) (1) $-2(a-7)=$ _____;
- (2) 若一个多项式减去 $3x^2-x$ 等于 $x-2$, 则这个多项式是_____;
- (3) 若 $a<0$, $b>0$, $|a|>|b|$, 则 $|a+b|$ 的化简结果是_____. (用含有 a 、 b 的代数式表示)
14. (9 分) (1) 比较大小: -3.5 _____ -4 ;
- (2) 用四舍五入法把 4.358 精确到 0.01 , 所得到的近似数为_____;
- (3) 用代数式表示 “ a 与 b 的 3 倍的差的平方”_____.
15. (9 分) 用一组 a , b , c 的值说明命题 “若 $ac=bc$, 则 $a=b$ ” 是错误的, 这组值可以是 $a=$ _____, $b=$ _____, $c=$ _____.
16. (9 分) 敦煌莫高窟是世界文化遗产, 其壁画修复工程需要精确计算材料用量. 某洞窟有一面长方形壁

画墙，因年代久远，墙面需分层修复，底层修复最内层为核心修复区，面积为 m 平方米。中层加固，中间层面积比核心区多 6 平方米，且需涂两层保护涂料。外层覆盖，最外层面积是中间层面积的 3 倍，需覆盖透明防护膜。一位参与修复的学者触景生情，吟咏道：“大漠石窟岁月深，壁画修复需匠心。核心面积定为基，中层加六护其心。外层三倍覆其上，总面积数可厘清。试问匠心巧运处，十五平方米总几何？”

(1) 外层需要覆盖防护膜的面积为_____平方米，需修复的总面积为_____平方米。（用含 m 的式子表示）

(2) 请解答诗中最后提出的问题：“试问匠心巧运处，十五平方米总几何？”即 $m=15$ 时，总修复面积是_____平方米。



三、解答题（共 52 分，第 17 题每小题 2 分，共 8 分，第 18 题 4 分，第 19、20 题每小题 2 分，共 16 分，第 21 题 5 分，第 22、23 题每题 6 分，第 24 题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. (2 分) 计算：

(1) $12 - (-4) + (-18)$;

(2) $2 \times (-3)^2 + 24 \div (-\frac{2}{3})$;

(3) $(\frac{1}{3} - \frac{1}{9} - \frac{1}{2}) \div (-\frac{1}{18})$;

(4) $-3^2 + 4 \div (-2) - |-\frac{1}{5}| \times 10$.

18. (2 分) 当 x 为何值时，式子 $\frac{1}{5}(5x-1)$ 与 $\frac{1}{2}x$ 的值相等？

19. (2 分) 先化简，再求值：

(1) 已知 $(a+1)^2 + |b-2| = 0$ ，求 $2a^2b + 3ab^2 - 2(a^2b + ab^2) + ab^2$ 的值；

(2) 已知 $3m - 7n = -4$ ，求代数式 $2(2m+n-1) + 5(m-4n) - 3n$ 的值。

20. (2 分) 解方程：

(1) $7x - 5 = 3(x - 2)$;

(2) $\frac{5x+2}{3} - \frac{x-1}{2} = 2$.

21. (2 分) 列方程解答下面的问题。

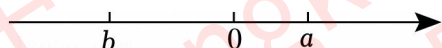
某校组织师生去郊外进行植树活动，共有 28 人参加。为了减少碳排放，大家可以选择乘坐电动巴士或步行。已知步行的人数比乘坐电动巴士人数的 3 倍少 4 人。请问有多少人选择乘坐电动巴士？

22. (4 分) 对于有理数 (a, b) ，定义一种新运算“ $\triangle$ ”，规定 $a \triangle b = |a - b| - |a + b|$ 。

(1) 直接写出 $4 \triangle (-3)$ 的值为_____；

(2) 当 a, b 在数轴上的位置如图所示时，化简 $a \triangle b$ ；

(3) 在条件 (2) 下，直接写出 $(2b) \triangle (a \triangle b) =$ _____。



23. (2 分) 如果用 $\overline{xyz}$ 表示一个三位数，那么这个数百位，十位，个位上的数字分别为 x, y, z 。已知三位数 $\overline{abc}$ 能被 3 整除。

(1) 写出一组满足条件的 a, b, c 的值；

(2) 说明三位数 $\overline{acb}$ 能被 3 整除。

24. (8 分) 在数轴上设有两个固定点 C, D ，分别对应的数为 -3 与 7 。动点 X, Y, Z 同时在数轴上运动，速度保持不变，点 X 的速度为每秒 4 个单位长度；点 Y 的速度为每秒 2 个单位长度；点 Z 的速度为每秒 6 个单位长度。

(1) 点 X, Y 分别从点 C, D 同时出发，且都向正方向运动。

① 设运动 t 秒后，点 X, Y 所在的数分别为_____、_____（用含 t 的代数式表示）；

② 当点 X, Y 之间的距离恰好为 4 个单位长度时，直接写出此时的 t 值（只写数值）。

(2) 点 X, Y, Z 同时开始运动，运动方式如下：

点 X 从点 C 出发，向正方向运动；点 Y 从点 D 出发，向负方向运动；点 Z 从原点 O （数轴上 O 点）出发，先向负方向运动，第一次与点 X 重合后立即向正方向运动，第二次与点 Y 重合后立即向负方向运动，随后再与点 X, Y 交替重合， $\dots$ ，直至点 X, Y, Z 三点同时重合时停止运动。

在整个过程中，三点的速度保持不变，点 X, Y 的运动方向始终不变。

① 当运动停止时，点 X 所在的数为_____（只写数值）；

② 在整个运动过程中，点 Z 所走的总路程为_____个单位长度（只写数值）。

四、选做题（共 20 分，第 25 题 8 分，第 26 题 12 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

25. (2 分) 对于正整数 n ，定义 $F(n) = \begin{cases} n^2 & n < 10 \\ f(n) & n \geq 10 \end{cases}$ ，其中 $f(n)$ 表示 n 的首位数字、末尾数字的平方和，例如： $F(6) = 6^2 = 36$ ， $F(123) = f(123) = 1^2 + 3^2 = 10$ 。

又规定 $F_1(n) = F(n)$ ， $F_{k+1}(n) = F(F_k(n))$ 。例如： $F_1(123) = F(123) = 10$ ， $F_2(123) = F(F_1(123)) = F(10) = 1$ 。

按此定义,

(1) 求出 $F_{2025}(4)$ 的值;

(2) 若 $F_{5m}(4)$ 为一个质数, 求正整数 m 的最小值.

26. (2分) 我们知道 $3^2=9$ 、 $0^2=0$ 、 $(-3)^2=9$, 那么谁的平方等于负数呢?

我们定义: i 的平方等于 -1 , 即 $i^2=-1$, i 叫做虚数单位.

这样我们即可知, $(2i)^2=-4$ 、 $(3i)^2=-9\cdots$

有了虚数之后, 数的范围便拓展了, 我们把实数和虚数的复合, 形如 $a+bi$ (a 、 b 为实数) 的数叫做复数, a 叫做这个数的实部, b 叫做这个数的虚部, 复数有如下特点:

① 它的加减法和乘法运算, 与整式的加减法运算类似, 如:

$$(2+i) + (3-4i) = (2+3) + (1-4)i = 5-3i;$$

② 若两个复数的实部相等, 且虚部互为相反数, 则称这两个复数为共轭复数. 如: $1+2i$ 的共轭复数为 $1-2i$.

(1) 填空:

① $(\quad)^2 = -121$;

② $(-5i)^2 = \quad$;

③ $(3+4i) - (4-i) = \quad$;

④ $(7+9i) + (7-9i) = \quad$.

(2) 若 $a+bi$ 是 $i+(-2i)^2$ 的共轭复数, 求 $|a-b|$ 的值;

(3) 已知一个复数 $c+di$ (d 为正数) 与它的共轭复数之和为 10 , 与它的共轭复数之差为 $10i$, 求 $(c-d)^3$ 的值.

2025-2026 学年北京市朝阳区外国语学校七年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	C.	C	C	B	D	B	A

一、选择题（共 24 分，每题 3 分）第 1~8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1.（3 分）6 的倒数是（ ）

- A. 6 B. -6 C. $\frac{1}{6}$ D. $-\frac{1}{6}$

【分析】根据倒数的定义，可得答案。

【解答】解：6 的倒数是 $\frac{1}{6}$ ，

故选：C.

【点评】本题考查了倒数，分子分母交换位置是求一个数的倒数的关键。

2.（3 分）2025 年上半年全国规模以上文化及相关产业企业营业收入数据，其中内容创作生产行业上半年实现营业收入 16572 亿元，同比增长 11.8%，将 16572 亿用科学记数法表示应为（ ）

- A. 1.6572×10^4 B. 1.6572×10^8
C. 1.6572×10^{12} D. 1.6572×10^{13}

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数。确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同。当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数。

【解答】解：16572 亿 $= 1657200000000 = 1.6572 \times 10^{12}$ 。

故选：C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法。科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值。

3.（3 分）下列计算正确的是（ ）

- A. $2a+5b=7ab$ B. $6x^3 - 2x=4x^2$
C. $xy^2+3xy^2=4xy^2$ D. $9ab - 8ab=1$

【分析】根据整式的加减运算法则即可求出答案。

【解答】解： A 、 $2a+5b \neq 7ab$ ，故 A 错误；

B 、 $6x^3 - 2x \neq 4x^2$ ，故 B 错误；

C 、 $xy^2 + 3xy^2 = 4xy^2$ ，故 C 正确；

D 、 $9ab - 8ab = ab \neq 1$ ，故 D 错误．

故选： C ．

【点评】本题考查整式的运算法则，解题的关键是熟练运用整式的运算，本题属于基础题型．

4. (3 分) 下列判断中正确的是 ()

A. 单项式 $-\frac{2}{3}\pi x^2$ 的系数为 $-\frac{2}{3}$

B. $-4x^3y$ 与 x^ay 是同类项，则 a 的值为 2

C. 多项式 $2x^2y + 3xy - 4$ 是三次三项式

D. 多项式 $-3x^2y - 5$ 的常数项为 5

【分析】根据同类项的定义，单项式的定义以及系数定义，多项式的项和次数的定义逐一判断即可．

【解答】解：单项式的定义以及系数定义，多项式的项和次数的定义，

A 、单项式 $-\frac{2}{3}\pi x^2$ 的系数应包括常数 π ，应为 $-\frac{2}{3}\pi$ ，而非 $-\frac{2}{3}$ ，故本选项不符合题意；

B 、 $-4x^3y$ 与 x^ay 是同类项，则相同字母指数需相等，即 $a=3$ ，而非 2，故本选项不符合题意；

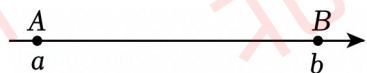
C 、多项式 $2x^2y + 3xy - 4$ 是三次三项式，正确，故本选项符合题意；

D 、多项式 $-3x^2y - 5$ 的常数项为 -5 ，而非 5，故本选项不符合题意．

故选： C ．

【点评】本题考查了同类项的定义，熟练掌握相关知识点是解题关键．

5. (3 分) 如图，点 A ， B 在数轴上表示的数分别是 a ， b ．若 a ， b 互为相反数，且 $AB=9$ ，则 a 的值为 ()



A. 4.5

B. -4.5

C. 9

D. -9

【分析】根据相反数的定义即可求解．

【解答】解：点 A ， B 在数轴上表示的数分别是 a ， b ．

由 A 、 B 表示的数互为相反数，并且两点间的距离是 9，点 A 在点 B 的左边，

则点 A 表示的数 a 是 -4.5 ．

故选： B ．

【点评】本题考查了相反数的知识，熟练掌握相反数的概念是关键．

6. (3 分) 计算 $6 + (-2) + (-9) + 5 = (6+5) + [(-2) + (-9)]$ 的依据是 ()

A. 加法交换律

B. 加法结合律

C. 符号化简

D. 加法交换律和结合律

【分析】等式左边到右边的变形涉及加数顺序的调整和分组的改变，因此同时运用了加法交换律和结合律.

【解答】解： $6+(-2)+(-9)+5$ ，通过加法交换律得到 $6+5+(-2)+(-9)$ ，
 $6+5+(-2)+(-9)$ ，通过加法结合律分组得到 $(6+5)+[(-2)+(-9)]$ ，
故依据是加法交换律和结合律.

故选：D.

【点评】本题考查了有理数的加法，掌握有理数的加法的运算法则是关键.

7. (3分) 下面①货车行驶的路程一定，货车行驶的平均速度与时间；②购买荧光笔和中性笔的总费用一定，荧光笔的费用与中性笔的费用；③圆柱的体积一定，圆柱的底面积与高. 各题中的两个量成反比例关系的是 ()

A. ①②

B. ①③

C. ②③

D. ①②③

【分析】分别分析每个情况中两个量的关系.

【解答】解：根据反比例关系的定义，两个量的乘积一定时，它们成反比例判断如下：

$\therefore \text{路程} = \text{平均速度} \times \text{时间}$ ，路程一定，

$\therefore \text{平均速度与时间的乘积一定}$ ，故①成反比例；

$\therefore \text{总费用} = \text{荧光笔费用} + \text{中性笔费用}$ ，总费用一定，

$\therefore \text{荧光笔费用与中性笔费用的和一定}$ ，但乘积不一定，故②不成反比例；

$\therefore \text{圆柱体积} = \text{底面积} \times \text{高}$ ，体积一定，

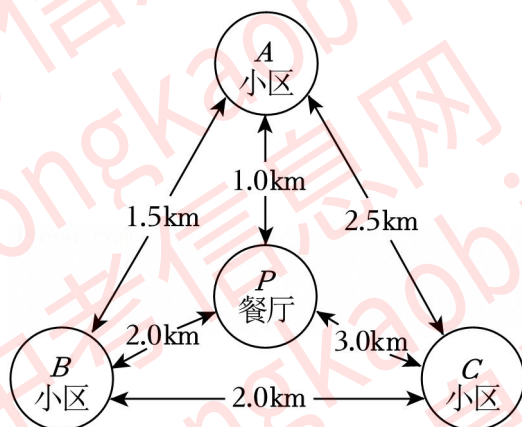
$\therefore \text{底面积与高的乘积一定}$ ，故③成反比例，

$\therefore \text{成反比例关系的是①和③}$.

故选：B.

【点评】本题考查了反比例关系的定义，两个量的乘积一定时，它们成反比例，正确记忆相关知识点是解题关键.

8. (3分) 外卖员小李需要从餐厅P骑电动三轮车出发，依次为A、B、C三个小区的顾客送餐（每个小区只送一次），最后返回餐厅P. P, A, B, C之间的距离（单位：km）如图所示. 小李骑行的最短距离为 ()



- A. 7.5km B. 9.0km C. 6.5km D. 无法确定

【分析】找出所有可能的路线，计算其距离，再比较得出最短距离.

【解答】解：根据题意可知，小李骑行所有可能的路线距离为：

当小李骑行的路线为： $P \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow P$ 时，距离为 $2.0 + 1.5 + 2.5 + 3.0 = 9.0\text{km}$ ；

当小李骑行的路线为： $P \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow P$ 时，距离为 $2.0 + 2.0 + 2.5 + 1.0 = 7.5\text{km}$ ；

当小李骑行的路线为： $P \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow P$ 时，距离为 $3.0 + 2.5 + 1.5 + 2.0 = 9.0\text{km}$ ；

当小李骑行的路线为： $P \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow P$ 时，距离为 $3.0 + 2.0 + 1.5 + 1.0 = 7.5\text{km}$ ；

当小李骑行的路线为： $P \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow P$ 时，距离为 $1.0 + 1.5 + 2.0 + 3.0 = 7.5\text{km}$ ；

当小李骑行的路线为： $P \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow P$ 时，距离为 $1.0 + 2.5 + 2.0 + 2.0 = 7.5\text{km}$ ；

$\therefore 7.5 < 9.0$,

$\therefore 7.5\text{km}$ 是最短的.

故选：A.

【点评】本题考查了有理数的加法，掌握有理数的加法的运算法则是关键.

二、填空题（共 24 分，每题 3 分）

9. （3 分）某校组织学生去劳动实践基地采摘桃子，并称重、封装. 一箱桃的标准质量为 5kg ，如果比标准质量多 42g 记作 $+42\text{g}$ ，那么 -30g 表示 比标准质量少 30g .

【分析】根据题意，比标准质量多记为正，则少记为负，由此即可得解，熟练掌握此知识点并灵活运用是解此题的关键.

【解答】解：由题意可知， -30g 表示比标准质量少 30g ，

故答案为：比标准质量少 30g .

【点评】本题考查正负数表示相反意义的量，正确记忆相关知识点是解题关键.

10. （3 分）写出一个大于 -1 且小于 1 的负有理数： -0.5 .

【分析】有理数大小比较的法则：①正数都大于0；②负数都小于0；③正数大于一切负数；④两个负数，绝对值大的其值反而小，据此解答即可．

【解答】解：根据有理数比较大小的方法，可得
写出一个大于-1且小于-1的有理数是-0.5．

故答案为：-0.5．（答案不唯一）

【点评】此题主要考查了有理数大小比较的方法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①正数都大于0；②负数都小于0；③正数大于一切负数；④两个负数，绝对值大的其值反而小．

- 11.（3分）某水库上周日的水位是30米，如表是该水库本周内水位高低的变化情况（用正数记水位比前一日上升数，用负数记水位比前一日下降数）．那么本周水位最低的是星期六．

星期	一	二	三	四	五	六	日
水位变化/米	+0.12	-0.02	-0.13	-0.20	-0.08	-0.02	+0.32

【分析】用正数记水位比前一日上升数，用负数记下降数．由图表可知从周二开始水位下降，一直降到周六，所以星期六水位最低．

【解答】解：由于用正数记水位比前一日上升数，用负数记下降数，由图表可知，周一水位比上周末上升0.12米，从周二开始水位下降，一直降到周六，所以星期六水位最低．

故答案为：六．

【点评】此题主要考查正负数在实际生活中的应用，所以学生在学这一部分内容时一定要联系实际，不能死学．

- 12.（3分）若 $x=2$ 是关于 x 的方程 $4x+k=6x$ 的解，则 k 的值为4．

【分析】将 $x=2$ 代入方程 $4x+k=6x$ ，得到关于 k 的一元一次方程，然后求解即可．

【解答】解：由条件可得 $4 \times 2 + k = 6 \times 2$ ，

即 $8+k=12$ ，

解得： $k=4$ ，

故答案为：4．

【点评】本题考查了一元一次方程的解，解一元一次方程，熟练掌握以上知识点并灵活运用是解此题的关键．

- 13.（9分）（1） $-2(a-7) = -2a+14$ ；

（2）若一个多项式减去 $3x^2-x$ 等于 $x-2$ ，则这个多项式是 $3x^2-2$ ；

（3）若 $a<0$ ， $b>0$ ， $|a|>|b|$ ，则 $|a+b|$ 的化简结果是 $-a-b$ ．（用含有 a 、 b 的代数式表示）

【分析】(1) 根据去括号法则进行运算即可；

(2) 根据等式的性质，通过减数和差相加求多项式即可；

(3) 依据绝对值的代数意义，结合已知条件判断 $a+b$ 的符号，进而化简。

【解答】解：(1) $-2(a-7) = -2 \times a + (-2) \times (-7) = -2a+14$ ，

故答案为： $-2a+14$ ；

(2) $(x-2) + (3x^2-x) = 3x^2 + (x-x) - 2 = 3x^2 - 2$ ，

则这个多项式为 $3x^2 - 2$ ；

故答案为： $3x^2 - 2$ ；

(3) 由题意可得： $a+b < 0$ ，

因此 $|a+b| = -(a+b) = -a-b$ 。

故答案为： $-a-b$ 。

【点评】本题考查了整式的加减，绝对值的化简，正确进行计算是解题关键。

14. (9分) (1) 比较大小： -3.5 $>$ -4 ；

(2) 用四舍五入法把 4.358 精确到 0.01 ，所得到的近似数为 4.36 ；

(3) 用代数式表示“ a 与 b 的 3 倍的差的平方” $(a-3b)^2$ 。

【分析】(1) 比较两个负数的大小，根据负数比较法则，绝对值越大，值越小，

(2) 四舍五入到百分位，需看千分位数字，根据四舍五入规则进行近似，

(3) 根据题意，先表示“ b 的 3 倍”，再求“ a 与 $3b$ 的差”，最后求“差的平方”。

【解答】解：(1) $|-3.5|=3.5$ ， $|-4|=4$ ， $3.5 < 4$ ，因此 $-3.5 > -4$ ，

故答案为： $>$ ；

(2) 千分位数字为 8 ， $8 \geq 5$ ，因此向百分位进 1 ，百分位原为 5 ，进 1 后变为 6 ，故近似数为 4.36 ，

故答案为： 4.36 ；

(3) “ b 的 3 倍”表示为 $3b$ ，“ a 与 $3b$ 的差”表示为 $a-3b$ ，“差的平方”表示为 $(a-3b)^2$ ，

故答案为： $(a-3b)^2$ 。

【点评】本题考查了有理数的比较大小，近似数，列代数式，正确进行计算是解题关键。

15. (9分) 用一组 a ， b ， c 的值说明命题“若 $ac=bc$ ，则 $a=b$ ”是错误的，这组值可以是 a = -1 ，

b = -2 (答案不唯一)， c = 0 。

【分析】根据题意选择 a 、 b 、 c 的值即可。

【解答】解：当 $c=0$ ， $a=-1$ ， $b=-2$ ，

所以 $ac=bc$ ，但 $a \neq b$ ，

当 $c=0$, $a=3$, $b=-2$,

所以 $ac=bc$, 但 $a \neq b$,

故答案不唯一;

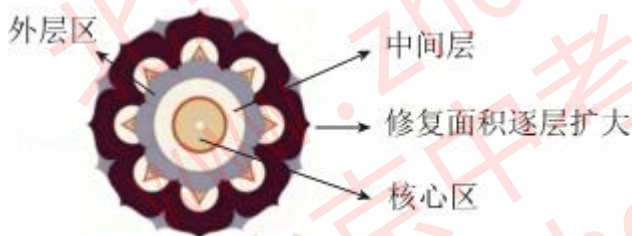
故答案为: -1 , -2 (答案不唯一), 0 .

【点评】 本题考查了命题与定理, 要说明一个命题的正确性, 一般需要推理、论证, 而判断一个命题是假命题, 只需举出一个反例即可.

16. (9分) 敦煌莫高窟是世界文化遗产, 其壁画修复工程需要精确计算材料用量. 某洞窟有一面长方形壁画墙, 因年代久远, 墙面需分层修复, 底层修复最内层为核心修复区, 面积为 m 平方米. 中层加固, 中间层面积比核心区多 6 平方米, 且需涂两层保护涂料. 外层覆盖, 最外层面积是中间层面积的 3 倍, 需覆盖透明防护膜. 一位参与修复的学者触景生情, 吟咏道: “大漠石窟岁月深, 壁画修复需匠心. 核心面积定为基, 中层加六护其心. 外层三倍覆其上, 总面积数可厘清. 试问匠心巧运处, 十五平方米总几何?”

(1) 外层需要覆盖防护膜的面积为 $(3m+18)$ 平方米, 需修复的总面积为 $(5m+24)$ 平方米. (用含 m 的式子表示)

(2) 请解答诗中最后提出的问题: “试问匠心巧运处, 十五平方米总几何?” 即 $m=15$ 时, 总修复面积是 99 平方米.



【分析】 (1) 根据中间层面积 $(m+6)$ 平方米, 表示出外层需要覆盖防护膜的面积, 三层相加求出总面积;

(2) 把 $m=15$ 代入计算即可.

【解答】 解: (1) 外层覆盖, 最外层面积是中间层面积的 3 倍, 外层需要覆盖防护膜的面积为 $3(m+6) = (3m+18)$ 平方米, 需修复的总面积为 $m + (m+6) + (3m+18) = (5m+24)$ 平方米.

(2) 由题意可得: $5m+24 = 5 \times 15 + 24 = 99$ 平方米,

故答案为: $(3m+18)$; $(5m+24)$; 99.

【点评】 本题考查的是列代数式及整式的运算, 正确进行计算是解题关键.

三、解答题 (共 52 分, 第 17 题每小题 2 分, 共 8 分, 第 18 题 4 分, 第 19、20 题每小题 2 分, 共 16 分,

第 21 题 5 分，第 22、23 题每题 6 分，第 24 题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. (2 分) 计算:

(1) $12 - (-4) + (-18)$;

(2) $2 \times (-3)^2 + 24 \div (-\frac{2}{3})$;

(3) $(\frac{1}{3} - \frac{1}{9} - \frac{1}{2}) \div (-\frac{1}{18})$;

(4) $-3^2 + 4 \div (-2) - |-\frac{1}{5}| \times 10$.

【分析】(1) 根据有理数的加减运算法则计算即可得解;

(2) 先计算乘方，再计算乘除，最后计算减法;

(3) 将除法转化为乘法，再利用乘法运算律计算即可得解;

(4) 先计算乘方与绝对值，再计算乘除，最后计算减法即可得解.

【解答】解：(1) 原式 $= 12 + 4 - 18$

$= -2$;

(2) 原式 $= 2 \times 9 + 24 \div (-\frac{2}{3})$

$= 18 - 36$

$= -18$;

(3) 原式 $= (\frac{1}{3} - \frac{1}{9} - \frac{1}{2}) \times (-18)$

$= \frac{1}{3} \times (-18) - \frac{1}{9} \times (-18) - \frac{1}{2} \times (-18)$

$= -6 + 2 + 9$

$= 5$;

(4) 原式 $= -9 + 4 \div (-2) - \frac{1}{5} \times 10$

$= -9 + (-2) - 2$

$= -13$.

【点评】本题考查了有理数的混合运算，熟练掌握运算法则是解此题的关键.

18. (2 分) 当 x 为何值时，式子 $\frac{1}{5}(5x - 1)$ 与 $\frac{1}{2}x$ 的值相等?

【分析】根据题意得出方程，再根据等式的性质求出方程的解即可.

【解答】解：根据题意得： $\frac{1}{5}(5x - 1) = \frac{1}{2}x$,

$2(5x - 1) = 5x$,

$$10x - 2 = 5x,$$

$$10x - 5x = 2,$$

$$5x = 2,$$

$$x = \frac{2}{5},$$

所以当 $x = \frac{2}{5}$ 时, 式子 $\frac{1}{5}(5x - 1)$ 与 $\frac{1}{2}x$ 的值相等.

【点评】 本题考查了解一元一次方程, 能正确根据等式的性质进行变形是解此题的关键.

19. (2 分) 先化简, 再求值:

(1) 已知 $(a+1)^2 + |b-2| = 0$, 求 $2a^2b + 3ab^2 - 2(a^2b + ab^2) + ab^2$ 的值;

(2) 已知 $3m - 7n = -4$, 求代数式 $2(2m+n-1) + 5(m-4n) - 3n$ 的值.

【分析】 (1) 先去括号, 再合并同类项即可化简, 根据非负数的性质求出 $a = -1$, $b = 2$, 代入化简后的式子计算即可得解;

(2) 先去括号, 再合并同类项即可化简, 最后采用整体代入的思想计算即可得解.

【解答】 解: (1) 原式 $= 2a^2b + 3ab^2 - 2a^2b - 2ab^2 + ab^2$
 $= 2ab^2,$

$$\because (a+1)^2 + |b-2| = 0, (a+1)^2 \geq 0, |b-2| \geq 0,$$

$$\therefore a+1=0, b-2=0,$$

$$\therefore a=-1, b=2,$$

$$\therefore \text{原式} = 2 \times (-1) \times 2^2 = -8;$$

$$(2) \text{原式} = 4m + 2n - 2 + 5m - 20n - 3n$$

$$= 9m - 21n - 2,$$

$$\because 3m - 7n = -4,$$

$$\therefore \text{原式} = 3(3m - 7n) - 2 = 3 \times (-4) - 2 = -14.$$

【点评】 本题考查了整式的加减中的化简求值, 绝对值的非负性等, 熟练掌握运算法则是解此题的关键.

20. (2 分) 解方程:

$$(1) 7x - 5 = 3(x - 2);$$

$$(2) \frac{5x+2}{3} - \frac{x-1}{2} = 2.$$

【分析】 (1) 根据解一元一次方程的步骤计算即可得解;

(2) 根据解一元一次方程的步骤计算即可得解.

【解答】 解: (1) $7x - 5 = 3(x - 2),$

去括号可得： $7x - 5 = 3x - 6$ ，

移项并合并同类项可得： $4x = -1$ ，

系数化为1可得： $x = -\frac{1}{4}$ ；

$$(2) \frac{5x+2}{3} - \frac{x-1}{2} = 2,$$

去分母可得： $2(5x+2) - 3(x-1) = 12$ ，

去括号可得： $10x+4 - 3x+3=12$ ，

移项并合并同类项可得： $7x=5$ ，

系数化为1可得： $x = \frac{5}{7}$ 。

【点评】 本题考查了解一元一次方程，熟练掌握解一元一次方程的步骤是解此题的关键。

21. (2分) 列方程解答下面的问题。

某校组织师生去郊外进行植树活动，共有28人参加。为了减少碳排放，大家可以选择乘坐电动巴士或步行。已知步行的人数比乘坐电动巴士人数的3倍少4人。请问有多少人选择乘坐电动巴士？

【分析】 设选择乘坐电动巴士的有 x 人，则步行的人数为 $(3x - 4)$ 人，根据共有28人参加列出一元一次方程即可。

【解答】 解：设选择乘坐电动巴士的有 x 人，则步行的人数为 $(3x - 4)$ 人，

由题意可得： $x+3x - 4=28$ ，

解得： $x=8$ ，

故有8人选择乘坐电动巴士。

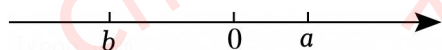
【点评】 本题考查了一元一次方程的应用，理解题意，找准等量关系，正确列出一元一次方程是解此题的关键。

22. (4分) 对于有理数 (a, b) ，定义一种新运算“ $\triangle$ ”，规定 $a\triangle b = |a - b| - |a+b|$ 。

(1) 直接写出 $4\triangle(-3)$ 的值为 6 ；

(2) 当 a, b 在数轴上的位置如图所示时，化简 $a\triangle b$ ；

(3) 在条件(2)下，直接写出 $(2b)\triangle(a\triangle b) =$ $4a$ 。



【分析】 (1) 根据题干的新定义列式计算即可得解；

(2) 由数轴可得 $a > 0$ ， $b < 0$ ， $a+b < 0$ ， $a - b > 0$ ，根据题干的新定义结合绝对值的性质计算即可得解；

(3) 由(2)可得： $a\triangle b = 2a$ ，根据题干的新定义结合绝对值的性质计算即可得解。

【解答】解：（1）有理数（ a 、 b ），定义一种新运算“ $\triangle$ ”，规定 $a\triangle b=|a-b|-|a+b|$ 。

由题意得：原式 $=|4-(-3)|-|4+(-3)|$

$$=|4+3|-|4+(-3)|$$

$$=7-1$$

$$=6;$$

故答案为：6；

$$(2) a>0, b<0, a+b<0, a-b>0,$$

$$\therefore a\triangle b=|a-b|-|a+b|$$

$$=a-b+(a+b)$$

$$=2a;$$

$$(3) \because a\triangle b=2a, b-a<0,$$

$$\therefore 2b-2a<0, 2b+2a<0,$$

$$\therefore (2b)\triangle(a\triangle b)=(2b)\triangle(2a)=|2b-2a|-|2b+2a|,$$

$$=-2b+2a+(2b+2a)$$

$$=4a.$$

故答案为：4a。

【点评】本题考查了新定义运算、绝对值的意义、利用数轴判断式子的正负，采用数形结合的思想是解此题的关键。

23.（2分）如果用 $\overline{xyz}$ 表示一个三位数，那么这个数百位，十位，个位上的数字分别为 x ， y ， z 。已知三位数 $\overline{abc}$ 能被3整除。

（1）写出一组满足条件的 a ， b ， c 的值；

（2）说明三位数 $\overline{acb}$ 能被3整除。

【分析】（1）列举出能被3整除的数，最后确定 a ， b ， c 的值即可；

（2）三位数 $\overline{abc}$ 能被3整除，得出 $a+b+c$ 能被3整除，然后 $a+c+b$ 能被3整除，可说明三位数能被3整除。

【解答】解：（1）根据能被3整除的数的特征，其各位数字之和是3的倍数；

当 $a=1$ ， $b=2$ ， $c=3$ 时， $a+b+c=6$ ，6是3的倍数，符合题意，

所以 $a=1$ ， $b=2$ ， $c=3$ （答案不唯一）；

（2）由题意可得： $a+b+c$ 能被3整除，

$\therefore$ 三位数 $\overline{acb}$ 中 $a+c+b$ 能被3整除，

即三位数 $\overline{acb}$ 能被3整除.

【点评】 本题主要考查了列代数式、代数式变形等知识点, 根据题意、正确列出代数式是解题的关键.

24. (8分) 在数轴上设有两个固定点 C 、 D , 分别对应的数为 -3 与 7 . 动点 X 、 Y 、 Z 同时在数轴上运动, 速度保持不变, 点 X 的速度为每秒 4 个单位长度; 点 Y 的速度为每秒 2 个单位长度; 点 Z 的速度为每秒 6 个单位长度.

(1) 点 X 、 Y 分别从点 C 、 D 同时出发, 且都向正方向运动.

① 设运动 t 秒后, 点 X 、 Y 所在的数分别为 $-3+4t$ 、 $7+2t$ (用含 t 的代数式表示);

② 当点 X 、 Y 之间的距离恰好为 4 个单位长度时, 直接写出此时的 t 值 (只写数值).

(2) 点 X 、 Y 、 Z 同时开始运动, 运动方式如下:

点 X 从点 C 出发, 向正方向运动; 点 Y 从点 D 出发, 向负方向运动; 点 Z 从原点 O (数轴上 O 点) 出发, 先向负方向运动, 第一次与点 X 重合后立即向正方向运动, 第二次与点 Y 重合后立即向负方向运动, 随后再与点 X 、 Y 交替重合, $\dots$, 直至点 X 、 Y 、 Z 三点同时重合时停止运动.

在整个过程中, 三点的速度保持不变, 点 X 、 Y 的运动方向始终不变.

① 当运动停止时, 点 X 所在的数为 $\frac{11}{3}$ (只写数值);

② 在整个运动过程中, 点 Z 所走的总路程为 10 个单位长度 (只写数值).

【分析】 (1) ① 结合题意利用代数式表示即可; ② 根据 X 、 Y 两点相距 4 个单位长度, 分情况建立等式求解, 即可解题;

(2) ① 根据题意表示出点 X 与点 Y 表示的数, 结合当点 X 、 Z 、 Y 重合时, 运动停止, 建立方程求解, 即可解题; ② 根据路程 = 时间 $\times$ 速度求解, 即可解题.

【解答】 解: (1) ① $\because$ 数轴上有两个点 C 、 D , 它们表示的数分别是 -3 、 7 . 点 X 、 Y 分别从点 C 、 D 同时出发, 且都向正方向运动, 点 X 的速度为每秒 4 个单位长度; 点 Y 的速度为每秒 2 个单位长度.

$\therefore$ 运动 t 秒后, 点 X 表示的数为 $-3+4t$, 点 Y 表示的数为 $7+2t$,

故答案为: $-3+4t$, $7+2t$.

② $\because X$ 、 Y 两点相距 4 个单位长度,

$\therefore 7+2t - (-3+4t) = 4$ 或 $-3+4t - (7+2t) = 4$,

解得 $t=3$ 或 $t=7$;

(2) ① $\because$ 当点 X 、 Z 、 Y 重合时, 运动停止. 且点 X 表示的数为 $-3+4t$, 点 Y 表示的数为 $7-2t$,

$\therefore -3+4t = 7-2t$,

解得: $t = \frac{5}{3}$,

$$\therefore -3 + 4t = -3 + 4 \times \frac{5}{3} = \frac{11}{3},$$

$\therefore$ 点 X 所在的数为 $\frac{11}{3}$;

故答案为: $\frac{11}{3}$;

② $\because$ 点 Z 的速度是每秒 6 个单位长度,

$\therefore$ 在整个过程中, 点 Z 运动的路程为 $6t = 6 \times \frac{5}{3} = 10$ 个单位长度.

故答案为: 10.

【点评】 本题考查数轴上动点问题, 代数式表示式, 一元一次方程的实际运用, 解题的关键在于熟练掌握相关知识.

四、选做题 (共 20 分, 第 25 题 8 分, 第 26 题 12 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

25. (2 分) 对于正整数 n , 定义 $F(n) = \begin{cases} n^2 & n < 10 \\ f(n) & n \geq 10 \end{cases}$, 其中 $f(n)$ 表示 n 的首位数字、末尾数字的平方

和, 例如: $F(6) = 6^2 = 36$, $F(123) = f(123) = 1^2 + 3^2 = 10$.

又规定 $F_1(n) = F(n)$, $F_{k+1}(n) = F(F_k(n))$. 例如: $F_1(123) = F(123) = 10$, $F_2(123) = F(F_1(123)) = F(10) = 1$.

按此定义,

(1) 求出 $F_{2025}(4)$ 的值;

(2) 若 $F_{5m}(4)$ 为一个质数, 求正整数 m 的最小值.

【分析】 (1) 先依次求出 $F_1(4) \cdots F_9(4)$ 的值, 发现规律求出结论;

(2) 由 16, 37, 58, 89, 145, 26, 40 中质数是 37, 89, 则当 $F_{5m}(4) = 37$ 时, 对应 $5m$ 被 7 整除后余数为 2, 当 $F_{5m}(4) = 89$ 时, 对应 $5m$ 被 7 整除后余数为 4, 分别求出最小值, 比较后得出结论.

【解答】 解: (1) 规定 $F_1(n) = F(n)$, $F_{k+1}(n) = F(F_k(n))$, 则:

$$F_1(4) = F(4) = 16,$$

$$F_2(4) = F(16) = 1^2 + 6^2 = 37,$$

$$F_3(4) = F(37) = 3^2 + 7^2 = 58,$$

$$F_4(4) = F(58) = 5^2 + 8^2 = 89,$$

$$F_5(4) = F(89) = 8^2 + 9^2 = 145,$$

$$F_6(4) = F(145) = 1^2 + 5^2 = 26,$$

$$F_7(4) = F(26) = 2^2 + 6^2 = 40,$$

$$F_8(4) = F(40) = 4^2 + 0^2 = 16,$$

$$F_9(4) = F(16) = 1^2 + 6^2 = 37,$$

……,

每 7 个一循环, $2025 \div 7 = 289 \cdots 2$,

$$\therefore F_{2025}(4) = 37;$$

(2) 若 $F_{5m}(4)$ 为一个质数,

$\therefore$ 由 (1) 规律知: 16, 37, 58, 89, 145, 26, 40 中质数是 37, 89,

当 $F_{5m}(4) = 37$ 时, 对应 $5m$ 被 7 整除后余数为 2,

当 $F_{5m}(4) = 89$ 时, 对应 $5m$ 被 7 整除后余数为 4,

$\therefore 5m$ 能被 5 整除, 同时被 7 整除后余数为 2,

此时 m 最小值为 6,

$\therefore 5m$ 能被 5 整除, 同时被 7 整除后余数为 4,

此时 m 最小值为 5,

此时 $5m = 25$, $25 = 3 \times 7 + 4$, 余数 4 对应 89, 是质数,

$\therefore$ 正整数 m 的最小值为 5.

【点评】 本题考查的是数字类规律探索及有理数的混合运算, 正确进行计算是解题关键.

26. (2 分) 我们知道 $3^2 = 9$ 、 $0^2 = 0$ 、 $(-3)^2 = 9$, 那么谁的平方等于负数呢?

我们定义: i 的平方等于 -1 , 即 $i^2 = -1$, i 叫做虚数单位.

这样我们即可知, $(2i)^2 = -4$ 、 $(3i)^2 = -9 \cdots$

有了虚数之后, 数的范围便拓展了, 我们把实数和虚数的复合, 形如 $a+bi$ (a 、 b 为实数) 的数叫做复数, a 叫做这个数的实部, b 叫做这个数的虚部, 复数有如下特点:

① 它的加减法和乘法运算, 与整式的加减法运算类似, 如:

$$(2+i) + (3-4i) = (2+3) + (1-4)i = 5-3i;$$

② 若两个复数的实部相等, 且虚部互为相反数, 则称这两个复数为共轭复数. 如: $1+2i$ 的共轭复数为 $1-2i$.

(1) 填空:

$$\textcircled{1} (\underline{11i \text{ 或 } -11i})^2 = -121;$$

$$\textcircled{2} (-5i)^2 = \underline{-25};$$

$$\textcircled{3} (3+4i) - (4-i) = \underline{-1+5i};$$

$$\textcircled{4} (7+9i) + (7-9i) = \underline{14}.$$

(2) 若 $a+bi$ 是 $i+(-2i)^2$ 的共轭复数, 求 $|a-b|$ 的值;

(3) 已知一个复数 $c+di$ (d 为正数) 与它的共轭复数之和为 10, 与它的共轭复数之差为 $10i$, 求 $(c-d)^3$ 的值.

【分析】(1) 根据运算法则计算即可得解;

(2) 根据共轭复数的定义求出 $a = -4$, $b = -1$, 代入所求式子计算即可得解;

(3) 由题意可得一个复数 $c+di$ (d 为正数) 的共轭复数为 $c-di$, 从而求出 $c=5$, $d=5$, 代入所求式子计算即可得解.

【解答】解: (1) ① $(11i)^2 = -121$, $(-11i)^2 = -121$,

故答案为: $11i$ 或 $-11i$;

② $(-5i)^2 = -25$,

故答案为: -25 ;

③ $(3+4i) - (4-i) = 3+4i-4+i = -1+5i$,

故答案为: $-1+5i$;

④ $(7+9i) + (7-9i) = 7+9i+7-9i = 14$,

故答案为: 14 ;

(2) $\because a+bi$ 是 $i+(-2i)^2$ 的共轭复数, $i+(-2i)^2 = i-4$, 即 $-4+i$, 其共轭复数为 $-4-i$
 $\therefore a = -4$, $b = -1$,

$\therefore |a-b| = |-4-(-1)| = 3$;

(3) 由题意可得一个复数 $c+di$ (d 为正数) 的共轭复数为 $c-di$,

由条件可知 $c+di+c-di=10$, $c+di-(c-di)=10i$,

$\therefore c=5$, $d=5$,

$\therefore (c-d)^3 = (5-5)^3 = 0$.

【点评】 本题考查了新定义实数的运算, 熟练掌握运算法则是解此题的关键.