

2025-2026 学年北京市陈经纶中学七年级（上）期中数学试卷

一、选择题（每题 3 分，共 24 分）在下列各题的四个备选答案中，只有一个是正确的。

- 1.（3 分）中国船舶自主品牌在国际上发挥引领作用，年初已高质量完成多艘船舶的交船任务，其中包括满足最新环保排放标准的原油船“凯盟”轮，该船总重 11.5 万吨。将数据 115000 用科学记数法表示为（ ）

A. 115×10^3 B. 11.5×10^4 C. 1.15×10^5 D. 0.115×10^6

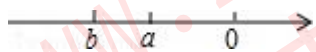
- 2.（3 分） $-\frac{1}{2025}$ 的相反数是（ ）

A. -2025 B. $-\frac{1}{2025}$ C. $\frac{1}{2025}$ D. 2025

- 3.（3 分）下列运算正确的是（ ）

A. $-2-1=-1$ B. $-1^4=1$
C. $(-\frac{1}{3}) \times (-3)=0$ D. $5 \div (-\frac{1}{2})=-10$

- 4.（3 分）已知 a 、 b 两数在数轴上的位置如图所示，下列结论正确的是（ ）

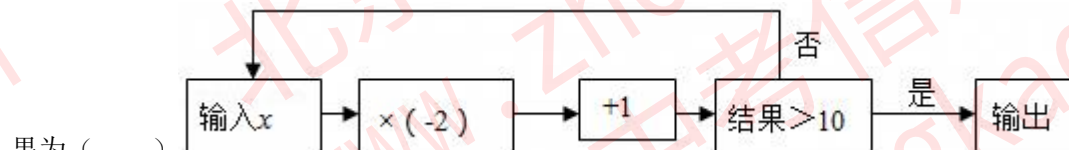


A. $a < b$ B. $ab > 0$ C. $b - a > 0$ D. $a + b > 0$

- 5.（3 分）下列说法正确的是（ ）

A. $-\frac{2vt}{3}$ 的系数是 -2 B. 3^2ab^3 的次数是 6 次
C. $\frac{x+y}{5}$ 是多项式 D. x^2+x-1 的常数项为 1

- 6.（3 分）如图是一个“数值转换机”，按下面的运算过程输入一个数 x ，若输入的数 $x = -1$ ，则输出的结果为（ ）



A. 15 B. 13 C. 12 D. 11

- 7.（3 分）下列各对相关量的量中，不成反比例关系的是（ ）

A. 车间计划加工 800 个零件，加工时间与每天加工的零件个数
B. 社团共有 500 名学生，按各组人数相等的要求分组，组数与每组的人数
C. 圆柱的体积为 $6m^3$ ，圆柱的底面积与高
D. 计划用 100 元购买苹果和香蕉两种水果，购买苹果的金额与购买香蕉的金额

- 8.（3 分）腾讯公司将 QQ 等级用四个标识图展示，从低到高分别为星星、月亮、太阳、皇冠，采用“满

“四进一”制，一开始是星星，一个星星为1级，4个星星等于一个月亮，4个月亮等于一个太阳，4个太阳等于一个皇冠，某用户的QQ等级标识图为两个皇冠，则其QQ等级为（ ）

- A. 2^6 B. 2^7 C. 2^8 D. 2^9

二、填空题（每题2分，共16分）

9.（2分）“早穿皮袄午穿纱”这句民谣形象地描绘了某市奇妙的气温变化现象．某市的某一天，最高气温是 16°C ，温差是 19°C ，则当天的最低气温是 _____ $^{\circ}\text{C}$ ．

10.（2分）比较大小： $-\frac{4}{5}$ _____ $-\frac{7}{8}$ ．（填“>”、“<”或“=”）

11.（2分） $(-20) + (+3) - (+5) - (-1)$ 写成省略括号的和的形式为 _____ ．

12.（2分）用四舍五入法将 1.8955 取近似数并精确到 0.001，得到的值是 _____ ．

13.（2分）若 $|x|=5$ ， $|y|=4$ 且 $x+y<0$ ，则 $x+y=$ _____ ．

14.（2分）用代数式表示 y 的倒数与 1 的和： _____ ．

15.（2分）预测孩子成年后身高的方法有很多，其中“父母身高预测法”是以父母身高与子女身高的关系创造出的一组预测公式，用 F 表示父亲身高， M 表示母亲身高，具体公式如下．

$$\text{男孩身高} = (F+M) \times 1.08 \div 2$$

$$\text{女孩身高} = (F \times 0.923 + M) \div 2$$

张强是一个男孩，他父亲的身高是 170cm ，母亲的身高是 160cm ．按照上面的公式预测，张强成年后的身高是 _____ cm ．

16.（2分）现有 a 根长度相同的火柴棒，按如图 1 摆放时可摆放 m 个正方形，按如图 2 摆放时可摆放 $2n$ 个正方形．当 $a=37$ 时，则 $6m+10n=$ _____ ．



图 1

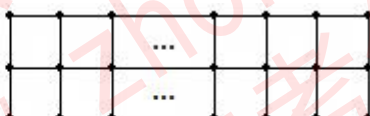


图 2

三、解答题（17，18 题每题 5 分，19-23，25 题每题 6 分，24，26 题每题 7 分，共 60 分）

17.（5分）计算： $-1^4 - 36 \div (-2) \times (-\frac{1}{3})$ ．

18.（5分）计算： $(\frac{1}{9} - \frac{1}{6} - \frac{1}{18}) \times 36 - 2^3$ ．

19.（6分）求代数式的值： $-3x^2 + 5x - 0.5x^2 + x - 1$ ，其中 $x=2$

20.（6分）（1）画出数轴，并在数轴上表示下列有理数：

-4 ， $-1\frac{1}{2}$ ， -2 ， $-|-3|$ ．

(2) 若点 A 对应 -4 ，点 B 对应 2 ，且点 C 到 B 的距离是点 C 到点 A 距离的 3 倍，直接写出点 C 对应的数是_____。

21. (6分) 如图1是一张正方形纸片，李明用剪刀沿虚线剪开，制作成如图2所示的新年挂图，若 $AE = AG = y$ ， $CF = CH = x$ 。

- (1) 用含 x 、 y 的式子表示正方形纸片的周长。
- (2) 当 $x = 1$ 分米， $y = 4$ 分米时，求李明剪掉部分的面积。

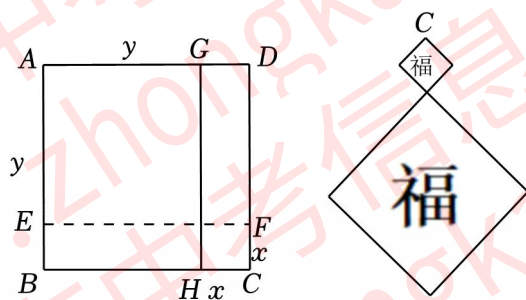


图1



图2

22. (6分) 历史上的数学巨人欧拉最先把关于 x 的多项式用记号 $f(x)$ 的形式来表示 (f 可用其它字母，但不同的字母表示不同的多项式)，例如 $f(x) = x^2 + 3x - 5$ ，把 $x = \text{某数}$ 时的多项式的值用 $f(\text{某数})$ 来表示。

例如 $x = -1$ 时多项式 $x^2 + 3x - 5$ 的值记为 $f(-1) = (-1)^2 + 3 \times (-1) - 5 = -7$ ，

已知 $g(x) = -2x^2 - 3x + 1$ ， $h(x) = ax^3 + 2x^2 - x - 12$

- (1) 求 $g(-2)$ 的值；
- (2) 若 $h(-2) = -10$ ，求 $g(a)$ 的值。

23. (6分) 中秋节时，小圣陪妈妈一起去购买了一盒月饼 (共计 6 枚)。回家后他仔细地看了标签和包装盒上的有关说明，然后把 6 枚月饼的质量 (单位：克) 称重后统计并列表如表。

第 n 枚	1	2	3	4	5	6
质量	69.5	70.3	70.6	69.6	69.4	70.1

小圣为了简化运算，选取了一个恰当的标准质量，依据这个标准质量，他把超出的部分记为正，不足的部分记为负，列出下表 (不完整)。

第 n 枚	1	2	3	4	5	6
质量	_____	+0.3	_____	-0.4	_____	+0.1

- (1) 请把表格补充完整。
- (2) 小圣看到包装说明上标记的总质量为 (420 ± 2) 克，他告诉妈妈所买月饼的总质量是合格的。你

知道为什么吗？请通过计算说明.

24. (7分) 某次茶艺比赛中指定使用的饮水机工作流程为：先将 20°C 的饮用水加热到 100°C ，然后马上停止加热，水温开始下降. 已知整个过程中水温 $y (^{\circ}\text{C})$ 与通电时间 $x (\text{min})$ 的关系如下表所示：

$x (\text{min})$	0	1	2	3	4	8	10	20	...
$y (^{\circ}\text{C})$	20	40	60	m	100	50	40	20	...

- (1) 在水温上升过程中， x 与 y 满足某种数量关系， $m =$ _____ ；
- (2) 在水温下降过程中， x 与 y 满足某种比例关系，这种比例关系是 _____ 比例关系；用式子表示 x 与 y 之间的这种关系为 _____ ；
- (3) 比赛组织方要求，参赛选手必须把组织方提供的 20°C 的饮用水用该款饮水机加热到 100°C ，然后降温到 80°C 方可使用，求从饮水机加热开始到可以使用需要等待多长时间？
25. (6分) “圆楼之王”承启楼位于福建省龙岩市，始建于明崇祯年间，是永定客家土楼群的组成部分. 整座楼造型奇特，三环主楼环环叠套. 如图，中心位置耸立着一座祠堂. 第三环楼为单层，有 m 间房间；第二环楼为两层，每层的房间数均比第三环楼的房间数多 8 间；外环楼为四层、每层的房间数均等于第二环楼每层的房间数与第三环楼的房间数之和.
- (1) 第二环楼每层有 _____ 间房间，外环楼共有 _____ 间房间；(用含 m 的式子表示)
- (2) 民间流传一首顺口溜：“高四层，楼四圈. 上上下下*间；圈套圈，圆中圆，历经沧桑数百年”，“*”处所填内容是三环主楼所有房间数之和，已知 $m = 32$ ，求“*”处所填的数.



26. (7分) 【阅读中思考】

设 a 是不为 0 和 1 的有理数，我们把 1 与 a 的倒数的差，即 $1 - \frac{1}{a}$ 称为 a 的倒数差，如：2 的倒数差是 $1 - \frac{1}{2} =$

$\frac{1}{2}$ ， -1 的倒数差是 $1 - \frac{1}{(-1)} = 2$.

【探索中理解】

若 $a=3$, a_1 是 a 的倒数差, a_2 是 a_1 的倒数差, a_3 是 a_2 的倒数差, $\dots$, 以此类推.

(1) 求 $a_4+a_5+a_6$ 的值.

【应用拓展】

设 a, b, c 都是不为 0 和 1 的有理数, 将一个数组 (a, b, c) 中的数分别按照材料中“倒数差”的定义作变换, 第 1 次变换后得到数组 (a_1, b_1, c_1) , 第 2 次变换后得数组 (a_2, b_2, c_2) , $\dots$, 第 n 次变换后得到数组 (a_n, b_n, c_n) .

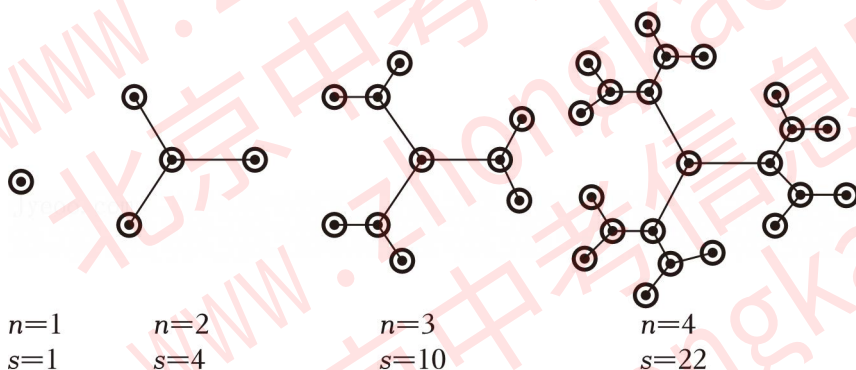
(2) 若数组 (a, b, c) 确定为 $(-1, \frac{1}{2}, -3)$.

① 第一次变换后得到的数组为 _____ ;

② $a_1+b_1+c_1+a_2+b_2+c_2+\dots+a_9+b_9+c_9$ 值为 _____. (直接写出答案)

四、附加题 (第 1 题 2 分, 第 2 题 4 分, 共 6 分)

27. (2 分) 为庆祝“十一”国庆节, 广场上要设计一排灯花增强气氛. 其设计由如图所示图案逐步演变而成, 其中圆圈代表灯花中的灯泡, n 代表第 n 次演变过程, S_n 代表第 n 次演变后的灯泡总个数. 仔细观察下列演变过程, 用含 n 的代数式表示第 n 次演变后的灯泡总个数为 _____ .



28. (4 分) 对有理数 a, b 进行如下操作: 第一次, 将 a, b 中的一个数加 1 或者减 1, 另一个数加 2 或者减 2, 得到数 a_1 和 b_1 ; 第二次, 将 a_1 和 b_1 中的一个数加 1 或者减 1, 另一个数加 2 或者减 2, 得到数 a_2 和 b_2 ; $\dots$; 第 n 次, 将 a_{n-1} 和 b_{n-1} 中的一个数加 1 或者减 1, 另一个数加 2 或者减 2, 得到数 a_n 和 b_n .

若 $a_n=a, b_n=b$, 则 n 的值是否可以 5? 请说明理由.

2025-2026 学年北京市陈经纶中学七年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	C.	D	B	C	D	D	B

一、选择题（每题 3 分，共 24 分）在下列各题的四个备选答案中，只有一个是正确的。

1. （3 分）中国船舶自主品牌在国际上发挥引领作用，年初已高质量完成多艘船舶的交船任务，其中包括满足最新环保排放标准的原油船“凯盟”轮，该船总重 11.5 万吨．将数据 115000 用科学记数法表示为（ ）

A. 115×10^3 B. 11.5×10^4 C. 1.15×10^5 D. 0.115×10^6

【分析】将一个数表示成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，这种记数方法叫做科学记数法，据此即可求得答案．

【解答】解：115000 = 1.15×10^5 ，

故选：C．

【点评】本题考查科学记数法表示较大的数，熟练掌握其定义是解题的关键．

2. （3 分） $-\frac{1}{2025}$ 的相反数是（ ）

A. - 2025 B. $-\frac{1}{2025}$ C. $\frac{1}{2025}$ D. 2025

【分析】根据符号不同，绝对值相同的两个数互为相反数即可求得答案．

【解答】解： $-\frac{1}{2025}$ 的相反数是 $\frac{1}{2025}$ ．

故选：C．

【点评】本题考查了相反数的概念，掌握只有符号不同的两个数叫做互为相反数是解答此题的关键．

3. （3 分）下列运算正确的是（ ）

A. $-2 - 1 = -1$ B. $-1^4 = 1$
C. $(-\frac{1}{3}) \times (-3) = 0$ D. $5 \div (-\frac{1}{2}) = -10$

【分析】利用有理数的加减运算的法则，有理数的除法的法则，乘方对各项进行运算即可．

【解答】解：A、 $-2 - 1 = -3$ ，故 A 不符合题意；

B、 $-1^4 = -1$ ，故 B 不符合题意；

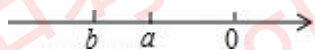
C、 $(-\frac{1}{3}) \times (-3) = 1$ ，故 C 不符合题意；

D、 $5 \div (-\frac{1}{2}) = -10$ ，故 D 符合题意；

故选：D.

【点评】 本题主要考查有理数的混合运算，解答的关键是对相应的运算法则的掌握.

4. (3 分) 已知 a 、 b 两数在数轴上的位置如图所示，下列结论正确的是 ()



A. $a < b$

B. $ab > 0$

C. $b - a > 0$

D. $a + b > 0$

【分析】 先根据数轴上点的位置，判断 a 、 b 的大小，再根据加减乘法的符号法则判断两数的和、差、积.

【解答】 解：由图知： $b < a < 0$ ，

所以 $a < b$ ， $a + b < 0$ ， $b - a < 0$.

所以选项 A、C、D 错误，

因为同号得正，所以 $ab > 0$ ，选项 B 正确.

故选：B.



【点评】 本题考查了有理数的大小比较、有理数的加减乘法的符号法则. 掌握有理数的运算法则是解决本题的关键.

5. (3 分) 下列说法正确的是 ()

A. $-\frac{2vt}{3}$ 的系数是 -2

B. 3^2ab^3 的次数是 6 次

C. $\frac{x+y}{5}$ 是多项式

D. x^2+x-1 的常数项为 1

【分析】 根据单项式次数、系数的定义，以及多项式的有关概念解答即可；单项式的系数是单项式中的数字因数，单项式的次数是单项式中所有字母的指数和.

【解答】 解：A、 $-\frac{2vt}{3}$ 的系数是 $-\frac{2}{3}$ ；故 A 错误.

B、 3^2ab^3 的次数是 $1+3=4$ ；故 B 错误.

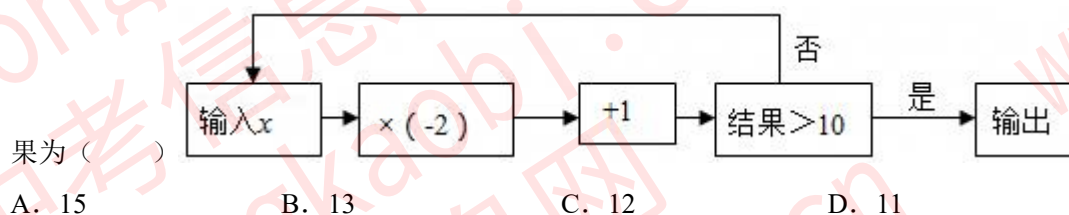
C、根据多项式的定义知， $\frac{x+y}{5}$ 是多项式；故 C 正确.

D、 x^2+x-1 的常数项为 -1，而不是 1；故 D 错误.

故选：C.

【点评】确定单项式的系数和次数时，把一个单项式分解成数字因数和字母因式的积，是找准单项式的系数和次数的关键．

6. (3分) 如图是一个“数值转换机”，按下面的运算过程输入一个数 x ，若输入的数 $x = -1$ ，则输出的结果为 ()



【分析】把 $x = -1$ 代入数值转换机中计算即可求出所求．

【解答】解：当 $x = -1$ 时， $(-1) \times (-2) + 1 = 2 + 1 = 3 < 10$ ，

当 $x = 3$ 时， $3 \times (-2) + 1 = -6 + 1 = -5 < 10$ ，

当 $x = -5$ 时， $(-5) \times (-2) + 1 = 10 + 1 = 11 > 10$ ，输出 11，

故选：D．

【点评】本题主要考查有理数的混合运算，解题的关键是掌握有理数混合运算顺序和运算法则，根据数值转换机列出对应算式．

7. (3分) 下列各对相关量中，不成反比例关系的是 ()

- A. 车间计划加工 800 个零件，加工时间与每天加工的零件个数
- B. 社团共有 500 名学生，按各组人数相等的要求分组，组数与每组的人数
- C. 圆柱的体积为 $6m^3$ ，圆柱的底面积与高
- D. 计划用 100 元购买苹果和香蕉两种水果，购买苹果的金额与购买香蕉的金额

【分析】判断两个相关联的量之间成什么比例，就看这两个量是对应的比值一定，还是对应的乘积一定．如果比值一定，就成正比例；如果乘积一定，就成反比例．由此逐项判断即可．

【解答】解：A、车间计划加工 800 个零件，加工时间与每天加工的零件个数成反比例，故本选项不符合题意；

B、社团共有 500 名学生，按各组人数相等的要求分组，组数与每组的人数成反比例，故本选项不符合题意；

C、圆柱的体积为 $6m^3$ ，圆柱的底面积与高成反比例，故本选项不符合题意；

D、计划用 100 元购买苹果和香蕉两种水果，购买苹果的金额与购买香蕉的金额不成反比例，故本选项符合题意．

故选：D．

【点评】此题考查了反比例的定义，就看这两个量是对应的比值一定，还是对应的乘积一定，再做判断．

8. (3分) 腾讯公司将 QQ 等级用四个标识图展示, 从低到高分分别为星星、月亮、太阳、皇冠, 采用“满四进一”制, 一开始是星星, 一个星星为 1 级, 4 个星星等于一个月亮, 4 个月亮等于一个太阳, 4 个太阳等于一个皇冠, 某用户的 QQ 等级标识图为两个皇冠, 则其 QQ 等级为 ()

A. 2^6 B. 2^7 C. 2^8 D. 2^9

【分析】根据题意列出算式, 计算即可求出值.

【解答】解: 根据题意得: $2 \times 4^3 = 2 \times 2^6 = 2^7$,
则其 QQ 等级为 2^7 .

故选: B.

【点评】此题考查了有理数的乘方, 弄清题意是解本题的关键.

二、填空题(每题 2 分, 共 16 分)

9. (2分) “早穿皮袄午穿纱”这句民谣形象地描绘了某市奇妙的气温变化现象. 某市的某一天, 最高气温是 16°C , 温差是 19°C , 则当天的最低气温是 -3°C .

【分析】用最高气温减去温差, 然后根据减去一个数等于加上这个数的相反数进行计算即可得解.

【解答】解: $16 - 19 = -3 (^{\circ}\text{C})$,

故答案为: -3 .

【点评】本题考查了有理数的减法, 是基础题, 熟记减去一个数等于加上这个数的相反数是解题的关键.

10. (2分) 比较大小: $-\frac{4}{5}$ $>$ $-\frac{7}{8}$. (填“ $>$ ”、“ $<$ ”或“ $=$ ”)

【分析】利用有理数大小的比较方法: 1、在数轴上表示的两个数, 右边的总比左边的数大. 2、正数都大于零, 负数都小于零, 正数大于负数. 3、两个正数比较大小, 绝对值大的数大; 两个负数比较大小, 绝对值大的数反而小.

【解答】解: $1 + (-\frac{4}{5}) = \frac{1}{5}$, $1 + (-\frac{7}{8}) = \frac{1}{8}$,

$\therefore \frac{1}{5}$ 、 $\frac{1}{8}$ 分子相同, 分母不同, 且 $5 < 8$,

$\therefore \frac{1}{8} < \frac{1}{5}$,

$\therefore -\frac{4}{5} > -\frac{7}{8}$.

故答案为: $>$.

【点评】本题考查了有理数的大小比较, 掌握正数都大于零; 负数都小于零; 正数大于负数; 两个正数比较大小, 绝对值大的数大; 两个负数比较大小, 绝对值大的数反而小是解答本题的关键.

11. (2分) $(-20) + (+3) - (+5) - (-1)$ 写成省略括号的和的形式为 $-20 + 3 - 5 + 1$.

【分析】括号前面是正号则括号可以直接去掉，括号外面是负号去掉括号，则括号里面的各项要变号，.

【解答】解： $(-20) + (+3) - (+5) - (-1)$ 写成省略括号的和的形式为：

$$-20+3-5+1,$$

故答案为： $-20+3-5+1$.

【点评】考查了有理数的加减混合运算，即括号前是“+”号时，将括号连同它前边的“+”号去掉，括号内各项都不变；括号前是“-”号时，将括号连同它前边的“-”去掉，括号内各项都要变号.

12. (2分) 用四舍五入法将 1.8955 取近似数并精确到 0.001，得到的值是 1.896 .

【分析】把万分位上的数字 5 进行四舍五入即可.

【解答】解： $1.8955 \approx 1.896$ (精确到 0.001).

故答案为 1.896.

【点评】本题考查了近似数和有效数字：经过四舍五入得到的数为近似数；从一个数的左边第一个不是 0 的数字起到末位数字止，所有的数字都是这个数的有效数字. 近似数与精确数的接近程度，可以用精确度表示. 一般有，精确到哪一位，保留几个有效数字等说法.

13. (2分) 若 $|x|=5$, $|y|=4$ 且 $x+y<0$, 则 $x+y=$ -1 或 -9 .

【分析】先根据绝对值的意义得出 $x=\pm 5$, $y=\pm 4$, 再结合 $x+y<0$ 得出 $x=-5$, $y=-4$ 或 $x=-5$, $y=4$, 分别计算即可得出答案.

【解答】解：由条件可知 $x=\pm 5$, $y=\pm 4$,

$$\because x+y<0,$$

$$\therefore x=-5, y=-4 \text{ 或 } x=-5, y=4,$$

$$\text{当 } x=-5, y=-4 \text{ 时, } x+y=-5+(-4)=-9,$$

$$\text{当 } x=-5, y=4 \text{ 时, } x+y=-5+4=-1,$$

综上所述, $x+y=-1$ 或 -9 ,

故答案为： -1 或 -9 .

【点评】本题考查了绝对值的意义，求代数式的值，熟练掌握以上知识点是关键.

14. (2分) 用代数式表示 y 的倒数与 1 的和： $\frac{1}{y} + 1$.

【分析】根据题意，表示出 y 的倒数为 $\frac{1}{y}$ ，再表示出 y 的倒数与 1 的和，即可得到结果.

【解答】解： $\because y$ 的倒数表示为： $\frac{1}{y}$,

$$\therefore y \text{ 的倒数与 } 1 \text{ 的和表示为: } \frac{1}{y} + 1,$$

故答案为： $\frac{1}{y} + 1$.

【点评】本题考查了列代数式，读懂题意，正确用代数式表示是解题的关键.

15. (2分) 预测孩子成年后身高的方法有很多，其中“父母身高预测法”是以父母身高与子女身高的关系创造出的一组预测公式，用 F 表示父亲身高， M 表示母亲身高，具体公式如下.

$$\text{男孩身高} = (F + M) \times 1.08 \div 2$$

$$\text{女孩身高} = (F \times 0.923 + M) \div 2$$

张强是一个男孩，他父亲的身高是 170cm ，母亲的身高是 160cm . 按照上面的公式预测，张强成年后的身高是 178.2 cm .

【分析】把对应的字母的数据代入计算即可得出结果.

【解答】解：把对应的字母的数据代入计算可得：

$$(170 + 160) \times 1.08 \div 2 = 178.2\text{cm}.$$

故答案为： 178.2 .

【点评】本题考查代数式求值，掌握对应的计算方法是解决问题的关键.

16. (2分) 现有 a 根长度相同的火柴棒，按如图 1 摆放时可摆放 m 个正方形，按如图 2 摆放时可摆放 $2n$ 个正方形. 当 $a=37$ 时，则 $6m+10n=$ 142 .



图 1



图 2

【分析】根据每多一个正方形多用 2 根火柴棒写出摆放 m 个正方形所用的火柴棒的根数，根据每多 2 个正方形多用 5 根火柴棒写出摆放 $2n$ 个小正方形所用的火柴棒的根数， a 然后将 a 的值代入求出 m 、 n 的值，进而可得 $6m+10n$ 的值.

【解答】解：由图可知，图 1，每多 1 个正方形，多用 3 根火柴棒，所以， m 个小正方形共用 $(3m+1)$ 根火柴棒，

图 2，每多 2 个正方形，多用 5 根火柴棒，所以， $2n$ 个小正方形共用 $(5n+2)$ 根火柴棒，

当 $a=37$ 时，

$$3m+1=37,$$

$$\text{解得：} m=12,$$

$$5n+2=37,$$

$$\text{解得：} n=7,$$

则 $6m+10n=72+70=142$.

故答案为：142.

【点评】本题是对图形变化规律的考查，观察出正方形的个数与火柴棒的根数之间的变化关系是解题的关键.

三、解答题（17，18 题每题 5 分，19-23，25 题每题 6 分，24，26 题每题 7 分，共 60 分）

17.（5 分）计算： $-1^4 - 36 \div (-2) \times (-\frac{1}{3})$.

【分析】根据有理数的运算法则进行计算.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：} & -1^4 - 36 \div (-2) \times (-\frac{1}{3}) \\ & = -1 - 36 \div 2 \times \frac{1}{3} \\ & = -1 - 6 \\ & = -7. \end{aligned}$$

【点评】本题考查了有理数的混合运算，掌握有理数的运算法则是解题的关键.

18.（5 分）计算： $(\frac{1}{9} - \frac{1}{6} - \frac{1}{18}) \times 36 - 2^3$.

【分析】根据有理数的乘法分配律，乘方法则，乘法法则以及减法法则计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：} & (\frac{1}{9} - \frac{1}{6} - \frac{1}{18}) \times 36 - 2^3 \\ & = \frac{1}{9} \times 36 - \frac{1}{6} \times 36 - \frac{1}{18} \times 36 - 8 \\ & = 4 - 6 - 2 - 8 \\ & = -12. \end{aligned}$$

【点评】本题考查了有理数的运算，熟练掌握运算法则是关键.

19.（6 分）求代数式的值： $-3x^2+5x-0.5x^2+x-1$ ，其中 $x=2$

【分析】根据整式的运算法则即可求出答案.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：} & \text{当 } x=2 \text{ 时，} \\ \text{原式} & = -3x^2 - 0.5x^2 + 5x + x - 1 \\ & = -3.5x^2 + 6x - 1 \\ & = -14 + 12 - 1 \\ & = -3 \end{aligned}$$

【点评】本题考查整式的运算法则，解题的关键是熟练运用整式的运算法则，本题属于基础题型.

20.（6 分）（1）画出数轴，并在数轴上表示下列有理数：

$-4, -1\frac{1}{2}, -2, -|-3|$.

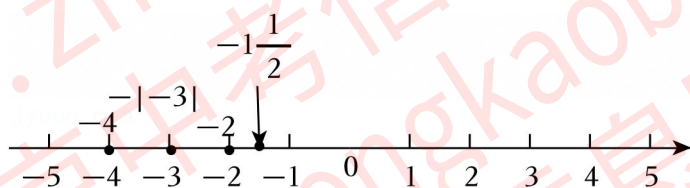
(2) 若点 A 对应 -4 , 点 B 对应 2 , 且点 C 到 B 的距离是点 C 到点 A 距离的 3 倍, 直接写出点 C 对应的数是 -7 或 -2.5 .

【分析】(1) 在数轴上表示出相应的数即可;

(2) 依题意得 $AC=|x-(-4)|$, $BC=|x-2|$, 再根据点 C 到 B 的距离是点 C 到点 A 距离的 3 倍, 得 $|x-2|=3|x-(-4)|$, 解此方程求出 x 即可.

【解答】解: (1) $-|-3|=-3$,

在数轴上表示如下:



(2) 设点 C 表示的数为 x ,

$\because$ 点 A 对应 -4 , 点 B 对应 2 ,

$\therefore$ 点 C 到 B 的距离是点 C 到点 A 距离的 3 倍,

$\therefore AC=|x-(-4)|$, $BC=|x-2|$,

又 $\because$ 点 C 到 B 的距离是点 C 到点 A 距离的 3 倍,

$\therefore |x-2|=3|x-(-4)|$,

$\therefore x-2=3[x-(-4)]$ 或 $2-x=3[x-(-4)]$,

解得: $x=-7$ 或 $x=-2.5$.

综上所述: 点 C 对应的数是 -7 或 -2.5 .

故答案为: -7 或 -2.5 .

【点评】此题主要考查了有理数与数轴, 解绝对值方程, 熟练掌握数轴上两点之间的距离公式是解答此题的关键.

21. (6分) 如图1是一张正方形纸片, 李明用剪刀沿虚线剪开, 制作成如图2所示的新年挂图, 若 $AE=AG=y$, $CF=CH=x$.

(1) 用含 x 、 y 的式子表示正方形纸片的周长.

(2) 当 $x=1$ 分米, $y=4$ 分米时, 求李明剪掉部分的面积.

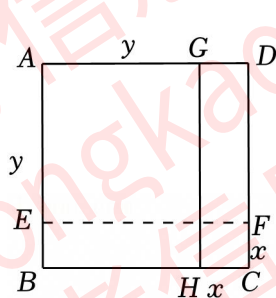


图1



图2

【分析】(1) 根据正方形的性质解决此题.

(2) 根据题意先列出剪掉阴影部分的面积的代数式, 再将未知数的值代入求值.

【解答】解: (1) 由题意得, 四边形 $GDCH$ 是长方形.

$$\therefore GD = CH = x.$$

$$\therefore AD = AG + GD = y + x.$$

$$\therefore \text{这个正方形纸片的周长为 } 4(x + y) = 4x + 4y.$$

(2) 由 (1) 得, 大正方形 $ABCD$ 的边长为 $x + y$.

$$\therefore \text{剪掉的阴影部分的面积为 } 2xy.$$

$$\therefore \text{当 } x = 1, y = 4, \text{ 则 } 2xy = 2 \times 1 \times 4 = 8 \text{ (平方分米).}$$

$$\therefore \text{剪掉的阴影部分的面积为 } 8 \text{ 平方分米.}$$

【点评】本题主要考查正方形的性质、列代数式, 熟练掌握列代数式、代数式求值是解决本题的关键.

22. (6分) 历史上的数学巨人欧拉最先把关于 x 的多项式用记号 $f(x)$ 的形式来表示 (f 可用其它字母, 但不同的字母表示不同的多项式), 例如 $f(x) = x^2 + 3x - 5$, 把 $x = \text{某数}$ 时的多项式的值用 $f(\text{某数})$ 来表示.

例如 $x = -1$ 时多项式 $x^2 + 3x - 5$ 的值记为 $f(-1) = (-1)^2 + 3 \times (-1) - 5 = -7$,

已知 $g(x) = -2x^2 - 3x + 1$, $h(x) = ax^3 + 2x^2 - x - 12$

(1) 求 $g(-2)$ 的值;

(2) 若 $h(-2) = -10$, 求 $g(a)$ 的值.

【分析】(1) 把 $x = -2$ 代入 $g(x)$ 求出 $g(-2)$ 的值即可;

(2) 根据 $h(-2) = -10$ 求出 a 的值, 即可确定出 $g(a)$ 的值.

【解答】解: (1) 把 $x = -2$ 代入得: $g(-2) = -8 + 6 + 1 = -1$;

(2) 根据 $h(-2) = -10$, 得到 $-8a + 8 + 2 - 12 = -10$,

解得: $a = 1$,

则 $g(a) = g(1) = -4$.

【点评】此题考查了代数式求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

23. (6分) 中秋节时，小圣陪妈妈一起去购买了一盒月饼（共计6枚）. 回家后他仔细地看了标签和包装盒上的有关说明，然后把6枚月饼的质量（单位：克）称重后统计并列表如表.

第 n 枚	1	2	3	4	5	6
质量	69.5	70.3	70.6	69.6	69.4	70.1

小圣为了简化运算，选取了一个恰当的标准质量，依据这个标准质量，他把超出的部分记为正，不足的部分记为负，列出下表（不完整）.

第 n 枚	1	2	3	4	5	6
质量	<u>- 0.5</u>	+0.3	<u>+0.6</u>	- 0.4	<u>- 0.6</u>	+0.1

(1) 请把表格补充完整.

(2) 小圣看到包装说明上标记的总质量为 (420 ± 2) 克，他告诉妈妈所买月饼的总质量是合格的. 你知道为什么吗？请通过计算说明.

【分析】(1) 根据题意可知，标准质量为70克，据此可得结果；

(2) 求出6记录的数的和，判断其是否在-2至2之间即可得出答案.

【解答】解：(1) 由题意，得标准质量为70克，

$$69.5 - 70 = -0.5; 70.6 - 70 = +0.6, 69.4 - 70 = -0.6,$$

故答案为：-0.5; +0.6; -0.6;

$$(2) \because -0.5 + 0.3 + 0.6 - 0.4 - 0.6 + 0.1 = -0.5,$$

$$|-0.5| < 2,$$

$\therefore$ 这盒月饼的总质量上是合格的.

【点评】本题考查了正数和负数以及有理数的混合运算，正确列出算式并掌握相关运算法则是解题关键.

24. (7分) 某次茶艺比赛中指定使用的饮水机工作流程为：先将 20°C 的饮用水加热到 100°C ，然后马上停止加热，水温开始下降. 已知整个过程中水温 $y (^{\circ}\text{C})$ 与通电时间 $x (\text{min})$ 的关系如下表所示：

$x (\text{min})$	0	1	2	3	4	8	10	20	...
$y (^{\circ}\text{C})$	20	40	60	m	100	50	40	20	...

(1) 在水温上升过程中， x 与 y 满足某种数量关系， $m = \underline{80}$ ；

(2) 在水温下降过程中， x 与 y 满足某种比例关系，这种比例关系是 反比例 比例关系；用式子表示 x 与 y 之间的这种关系为 $xy = 400$ ；

(3) 比赛组织方要求，参赛选手必须把组织方提供的 20°C 的饮用水用该款饮水机加热到 100°C ，然后

降温到 80°C 方可使用，求从饮水机加热开始到可以使用需要等待多长时间？

【分析】（1）观察表格可知，在水温上升过程中，每加热一分钟，水温就上升 20°C ，据此求解即可；

（2）观察表格可知，在水温下降过程中， x 与 y 的乘积等于 400，据此可得答案；

（3）根据（2）所求求出当 $y=80$ 时， $x=5$ ，据此可得答案.

【解答】解：（1）在水温上升过程中，每加热一分钟，水温就上升 20°C ，

$$\therefore m=80,$$

故答案为：80；

（2） x 与 y 满足反比例关系，且 $xy=400$ ，

故答案为：反比例， $xy=400$ ；

（3）在 $xy=400$ 中，当 $y=80$ 时， $x=5$ ，

$\therefore$ 从饮水机加热开始到可以使用需要等待 5min .

【点评】本题主要考查了代数式求值，反比例关系，有理数加法的实际应用，熟练掌握以上知识点是关键.

25. (6分) “圆楼之王”承启楼位于福建省龙岩市，始建于明崇祯年间，是永定客家土楼群的组成部分. 整座楼造型奇特，三环主楼环环叠套. 如图，中心位置耸立着一座祠堂. 第三环楼为单层，有 m 间房间；第二环楼为两层，每层的房间数均比第三环楼的房间数多 8 间；外环楼为四层、每层的房间数均等于第二环楼每层的房间数与第三环楼的房间数之和.

（1）第二环楼每层有 $(m+8)$ 间房间，外环楼共有 $(8m+32)$ 间房间；（用含 m 的式子表示）

（2）民间流传一首顺口溜：“高四层，楼四圈. 上上下下*间；圈套圈，圆中圆，历经沧桑数百年”，“*”处所填内容是三环主楼所有房间数之和，已知 $m=32$ ，求“*”处所填的数.



【分析】（1）根据题意列出代数式即可；

（2）根据题意列出代数式并进行化简，再把 $m=32$ 代入进行计算即可.

【解答】解：（1）第二环楼每层有 $(m+8)$ 间房间，外环楼共有： $4(m+8+m)=4(2m+8)=(8m+32)$

间房间；

故答案为：($m+8$)，($8m+32$)；

(2) 根据题意得： $m+2(m+8)+8m+32$

$$=m+2m+16+8m+32$$

$$=11m+48,$$

当 $m=32$ 时，

$$\text{原式} = 11 \times 32 + 48$$

$$= 352 + 48 = 400,$$

$\therefore$ “*” 处所填的数是 400.

【点评】 本题考查了列代数式和代数式求值，能正确根据题意列出代数式是解此题的关键.

26. (7 分) **【阅读中思考】**

设 a 是不为 0 和 1 的有理数，我们把 1 与 a 的倒数的差，即 $1 - \frac{1}{a}$ 称为 a 的倒数差，如：2 的倒数差是 $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ， -1 的倒数差是 $1 - \frac{1}{(-1)} = 2$.

【探索中理解】

若 $a=3$ ， a_1 是 a 的倒数差， a_2 是 a_1 的倒数差， a_3 是 a_2 的倒数差， $\dots$ ，以此类推.

(1) 求 $a_4+a_5+a_6$ 的值.

【应用拓展】

设 a, b, c 都是不为 0 和 1 的有理数，将一个数组 (a, b, c) 中的数分别按照材料中“倒数差”的定义作变换，第 1 次变换后得到数组 (a_1, b_1, c_1) ，第 2 次变换后得数组 (a_2, b_2, c_2) ， $\dots$ ，第 n 次变换后得到数组 (a_n, b_n, c_n) .

(2) 若数组 (a, b, c) 确定为 $(-1, \frac{1}{2}, -3)$.

① 第一次变换后得到的数组为 $(2, -1, \frac{4}{3})$ ；

② $a_1+b_1+c_1+a_2+b_2+c_2+\dots+a_9+b_9+c_9$ 值为 $-\frac{19}{4}$. (直接写出答案)

【分析】 (1) 先根据“倒数差”的定义列式计算 a_4, a_5, a_6 ，然后求和即可；

(2) ① 根据“倒数差”的定义列式计算即可；② 先根据“倒数差”的定义列式计算发现规律，然后运用规律解答即可.

【解答】 解：(1) $a_1 = 1 - \frac{1}{a} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$,

$$a_2 = 1 - \frac{1}{a_1} = 1 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2},$$

$$a_3 = 1 - \frac{1}{a_2} = 1 - \frac{1}{-\frac{1}{2}} = 3,$$

$$a_4 = 1 - \frac{1}{a_3} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3},$$

$$a_5 = 1 - \frac{1}{a_4} = 1 - \frac{1}{\frac{2}{3}} = -\frac{1}{2},$$

$$a_6 = 1 - \frac{1}{a_5} = 1 - \frac{1}{-\frac{1}{2}} = 3,$$

$$\therefore a_4 + a_5 + a_6 = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} + 3 = \frac{19}{6};$$

(2) ① $\because$ 数组 (a, b, c) 确定为 $(-1, \frac{1}{2}, -3)$,

$\therefore$ 第一次变换后 $a_1 = 1 - \frac{1}{a} = 1 - \frac{1}{-1} = 2$, $b_1 = 1 - \frac{1}{b} = 1 - \frac{1}{\frac{1}{2}} = -1$, $c_1 = 1 - \frac{1}{c} = 1 - \frac{1}{-3} = \frac{4}{3}$, 即变

换后得到的数组为 $(2, -1, \frac{4}{3})$,

故答案为: $(2, -1, \frac{4}{3})$;

② 第 2 次变换后 $a_2 = 1 - \frac{1}{a_1} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, $b_2 = 1 - \frac{1}{b_1} = 1 - \frac{1}{-1} = 2$, $c_2 = 1 - \frac{1}{c_1} = 1 - \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{1}{4}$, 即变

换后得到的数组为 $(\frac{1}{2}, 2, \frac{1}{4})$;

第 3 次变换后 $a_3 = 1 - \frac{1}{a_2} = 1 - \frac{1}{\frac{1}{2}} = -1$, $b_3 = 1 - \frac{1}{b_2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, $c_3 = 1 - \frac{1}{c_2} = 1 - \frac{1}{\frac{1}{4}} = -3$, 即变换

后得到的数组为 $(-1, \frac{1}{2}, -3)$;

同理可得: $a_4 = 2$, $b_4 = -1$, $c_4 = \frac{4}{3}$,

$$a_5 = \frac{1}{2}, b_5 = 2, c_5 = \frac{1}{4},$$

$$a_6 = -1, b_6 = \frac{1}{2}, c_6 = -3,$$

...

$$\therefore a_1 + a_2 + a_3 = a_4 + a_5 + a_6 = a_7 + a_8 + a_9 = 2 + \frac{1}{2} - 1 = \frac{3}{2}, b_1 + b_2 + b_3 = b_4 + b_5 + b_6 = b_7 + b_8 +$$

$$b_9 = -1 + 2 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}, c_1 + c_2 + c_3 = c_4 + c_5 + c_6 = c_7 + c_8 + c_9 = \frac{4}{3} + \frac{1}{4} - 3 = -\frac{17}{12},$$

$$\therefore a_1 + b_1 + c_1 + a_2 + b_2 + c_2 + \dots + a_9 + b_9 + c_9$$

$$= 3(a_1 + a_2 + a_3) + 3(b_1 + b_2 + b_3) + 3(c_1 + c_2 + c_3)$$

$$= 3 \times \frac{3}{2} + 3 \times \frac{3}{2} + 3 \times (-\frac{17}{12})$$

$$= \frac{18}{2} - \frac{17}{4}$$

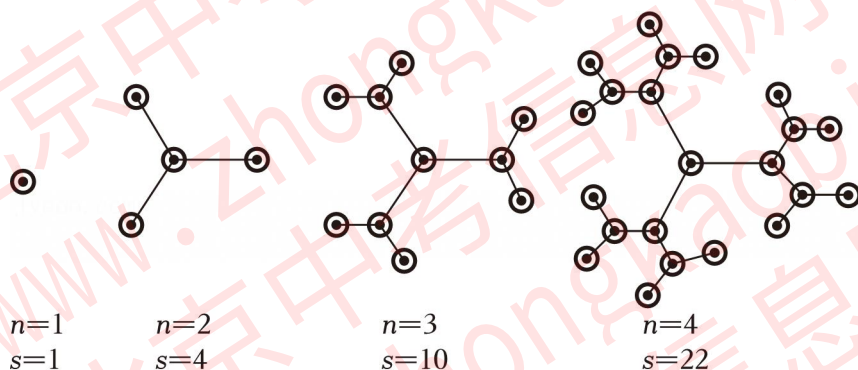
$$= \frac{19}{4},$$

故答案为: $\frac{19}{4}$.

【点评】 本题考查了有理数的混合运算, 数字规律等知识, 正确运用有理数的混合运算法则计算并发现规律是解答本题的关键.

四、附加题 (第 1 题 2 分, 第 2 题 4 分, 共 6 分)

27. (2 分) 为庆祝“十一”国庆节, 广场上要设计一排灯花增强气氛. 其设计由如图所示图案逐步演变而成, 其中圆圈代表灯花中的灯泡, n 代表第 n 次演变过程, S_n 代表第 n 次演变后的灯泡总个数. 仔细观察下列演变过程, 用含 n 的代数式表示第 n 次演变后的灯泡总个数为 $3 \times (2^{n-1} - 1) + 1$.



【分析】 根据图形的变化规律, 结合数字规律列出式子求解即可.

【解答】 解: $\because S_1 = 1,$

$$S_2 = S_1 + 3 = 4 = 3 \times (2 - 1) + 1,$$

$$S_3 = S_2 + 6 = 10 = 3 \times (2^2 - 1) + 1,$$

$$S_4 = S_3 + 12 = 22 = 3 \times (2^3 - 1) + 1,$$

...

$$S_n = 3 \times (2^{n-1} - 1) + 1$$

故答案为: $3 \times (2^{n-1} - 1) + 1$.

【点评】 本题考查了图形和数字规律, 解题的关键是找到合适的规律列出代数式.

28. (4 分) 对有理数 a, b 进行如下操作: 第一次, 将 a, b 中的一个数加 1 或者减 1, 另一个数加 2 或者减 2, 得到数 a_1 和 b_1 ; 第二次, 将 a_1 和 b_1 中的一个数加 1 或者减 1, 另一个数加 2 或者减 2, 得到数 a_2 和 b_2 ; ...; 第 n 次, 将 a_{n-1} 和 b_{n-1} 中的一个数加 1 或者减 1, 另一个数加 2 或者减 2, 得到数 a_n 和 b_n .

若 $a_n = a, b_n = b$, 则 n 的值是否可以 5? 请说明理由.

【分析】根据题意得到要满足 $a_n=a$, $b_n=b$, 则中间操作的结果正好和为 0, 再结合当 $n=5$ 时, 操作的绝对值的和不能为奇数, 进行分析, 即可解题.

【解答】解: 不可以, 理由如下:

$\because a_n=a$, $b_n=b$,

$\therefore$ 中间操作的结果正好和为 0,

又中间操作为其中的一个数加 1 或者减 1, 另一个数加 2 或者减 2,

$\therefore$ 当 $n=5$ 时, 操作的绝对值的和不能为奇数,

$\therefore$ ①其中的一个数的操作绝对值可以为: 1, 1, 1, 1, 2,

另一个数的操作绝对值为: 2, 2, 2, 2, 1, 和为奇数, 中间操作的结果的和不为 0, 不能回到原数;

②其中的一个数的操作绝对值可以为: 1, 1, 1, 2, 2, 和为奇数, 中间操作的结果的和不为 0, 不能回到原数;

③其中的一个数的操作绝对值可以为: 1, 1, 2, 2, 2,

另一个数的操作绝对值为: 2, 2, 1, 1, 1, 和为奇数, 中间操作的结果的和不为 0, 不能回到原数;

④其中的一个数的操作绝对值可以为: 1, 2, 2, 2, 2, 和为奇数, 中间操作的结果的和不为 0, 不能回到原数;

⑤其中的一个数的操作绝对值可以为: 2, 2, 2, 2, 2,

另一个数的操作绝对值为: 1, 1, 1, 1, 1, 和为奇数, 中间操作的结果的和不为 0, 不能回到原数;

故 n 的值不可以是 5.

【点评】本题考查有理的加减混合运算的运用, 绝对值意义, 解题的关键在于读懂题意, 分情况讨论数的变化情况.