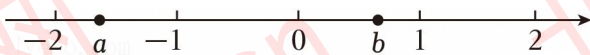


2025-2026 学年北京市丰台八中七年级（上）期中数学试卷

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

1. (3 分) $-\frac{1}{2}$ 的相反数是 ()
- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2
2. (3 分) 稀土是钪、钇、镧系 17 种元素的总称，素有“工业味精”之美誉，是我国重要的战略矿产资源. 2024 年我国稀土勘探在四川凉山取得新突破，预期新增稀土资源量 496 万吨. 将 4960000 用科学记数法表示为 ()
- A. 0.496×10^7 B. 49.6×10^5 C. 4.96×10^7 D. 4.96×10^6
3. (3 分) 下列计算正确的是 ()
- A. $(-5) + (-2) = 7$ B. $(-5) - (-2) = 3$
- C. $(-5) \times (-2) = -10$ D. $(-5) \div (-2) = \frac{5}{2}$
4. (3 分) 将下列各数在数轴上表示，其中与原点距离最近的点表示的数是 ()
- A. -3 B. -0.8 C. 1 D. 2
5. (3 分) 若 x 和 y 成反比例关系，当 x 的值分别为 2, 3 时， y 的值如下表所示，则表中 a 的值是 ()
- | | | |
|-----|-----|---|
| x | 2 | 3 |
| y | a | 4 |
- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
6. (3 分) 对于多项式 $2x - xy$ ，下列说法正确的是 ()
- A. 次数是 2 B. 一次项是 2
- C. 二次项系数是 1 D. 其值不可能等于 2
7. (3 分) 某文具原价为每件 m 元，为迎接开学季，每件降 5 元，在此基础上新生还可以享受九折优惠. 一名新生购买一件该文具付款 n 元，则 $n =$ ()
- A. $0.9(m - 5)$ B. $0.9m - 5$ C. $0.9m$ D. $0.1(m - 5)$
8. (3 分) 若 $2s - 4t = 9$ ，则 $s - 2t + \frac{1}{2}$ 的值为 ()
- A. 10 B. 9.5 C. 5 D. -4
9. (3 分) 若有理数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是 ()



A. $-a < b$

B. $ab > 1$

C. $|a - b| = b - a$

D. $|a + 2| > |b - 2|$

10. (3分) 关于 x, y 的单项式, 若 x 的指数与 y 的指数是相等的正整数, 则称该单项式是“等次单项式”, 如 $x^2y^2, -3xy$. 给出下面四个结论:

① $-2x^3y^3$ 是“等次单项式”;

② “等次单项式”的次数可能是奇数;

③ 两个次数相等的“等次单项式”的和一定是“等次单项式”;

④ 若五个“等次单项式”的次数均不高于 8, 则它们中必有同类项.

上述结论中, 所有正确结论的序号是 ()

A. ①③

B. ①④

C. ②③

D. ②④

二、填空题 (本大题共 12 分, 每小题 2 分)

11. (2分) 在游乐场的“旋转茶杯”项目中, 游客可以通过转动茶杯的方向盘自主控制茶杯的旋转方向. 如果把逆时针旋转两圈记作 +2, 那么顺时针旋转三圈可以记作 _____.



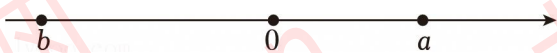
12. (2分) 比较大小: -1 _____ $-\frac{2}{3}$ (填 “>”, “<” 或 “=”).

13. (2分) 约 1500 年前, 我国古代伟大的数学家和天文学家祖冲之计算出圆周率应在 3.1415926 和 3.1415927 之间, 成为世界上第一个把圆周率的值精确到小数点后 7 位的人. 用四舍五入法将圆周率精确到千分位, 所得到的近似数为 _____.



14. (2分) 多项式 $x^2y + 2xy$ 与一个整式的和是单项式, 则这个整式可以是 _____. (写出一个整式即可)

15. (2分) 如图, a, b 是有理数, 则式子 $|a| - |b| + |a+b|$ 化简的结果为 _____.



16. (2分) 如图, 若一个表格的行数代表关于 x 的整式的次数, 列数代表关于 x 的整式的项数 (规定单项

式的项数为1)，那么每个关于 x 的整式均会对应表格中的某个小方格。若关于 x 的整式 A 是三次二项式，则 A 对应表格中标★的小方格。已知 B 也是关于 x 的整式，下列说法正确的有_____。（写出所有正确的序号）

- ①若 B 对应的小方格行数是4，则 $A+B$ 对应的小方格行数一定是4；
- ②若 $A+B$ 对应的小方格列数是5，则 B 对应的小方格列数一定是3；
- ③若 B 对应的小方格列数是3，且 $A+B$ 对应的小方格列数是5，则 B 对应的小方格行数不可能是3。

	1	2	3	4	...
1					
2					
3		★			
4					
...					

三、解答题（本大题共52分，第17题5分，第18题20分，第19-22题，每小题5分，第23题6分，第24题7分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17.（5分）如图，数轴上点 A 表示的数是 -4 ，点 B 表示的数是 3 。

- （1）在图中所示的数轴上标出原点 O ；
- （2）在图中所示的数轴上表示下列各数，并将它们按从小到大的顺序用“ $<$ ”连接起来。
 $-3, 0, -1, 2.5$ 。



18.（20分）计算：

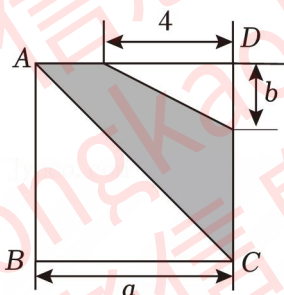
- （1） $2 - (-1) + (-6)$ ；
- （2） $-12 \times 4 \div (-2)$ ；
- （3） $(-\frac{10}{3}) \times (2.5 - \frac{2}{5})$ ；
- （4） $(-2)^3 - |-2| + \frac{4}{9} \div (-\frac{2}{3})^2$ 。

19.（5分）化简： $-2m^2n + 3nm^2 - m^2n$ 。

20.（5分）先化简，再求值： $2(a^2 - ab) - 3(\frac{2}{3}a^2 - ab)$ ，其中 $a=5$ ， $b=-2$ 。

21.（5分）如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 a 。

- （1）根据图中数据，用含 a, b 的代数式表示阴影部分的面积 S ；
- （2）当 $a=6$ ， $b=2$ 时，求阴影部分的面积。



22. (5分) AI (人工智能) 技术有望为传统的教学方式带来新变化, 如 AI 解题. 某公司为测验其 AI 产品的解题能力, 尝试利用最新考试题进行全科目测试. 分数记录以 60 分为基准, 超过基准的分数记为正数, 少于基准的分数记为负数. 将测试的相对分数记录如下:

科目	语文	数学	英语	道法	地理	历史	物理	化学	生物
相对分数	+20	-16	+30	+28	_____	+8	-9	-18	-9

已知该 AI 产品的地理测试分数为 81 分.

- (1) 请补全上表;
 - (2) 在本次测试的各科目中, 该产品所得最高分为 _____ 分, 最低分为 _____ 分;
 - (3) 求该产品在本次测试中全科目的总分.
23. (6分) 小云和小明参加了数学节活动的某游戏, 一次玩法如下:

游戏玩法

给定若干个有理数;

小云先操作: 将给定的每个有理数分别减去有理数 a , 得到一组新数, 计算这些新数的绝对值, 并求出这些绝对值的和, 记作 S_1 ;

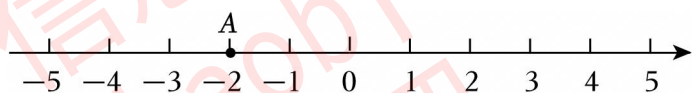
小明后操作: 将给定的每个有理数分别减去有理数 b ($b \neq a$), 也计算这些新数的绝对值, 并求出这些绝对值的和, 记作 S_2 .

若 $S_1 < S_2$, 则小云获胜; 若 $S_1 > S_2$, 则小明获胜; 若 $S_1 = S_2$, 则双方平局.

- (1) 若给定的有理数是 2, 小云为了确保自己获胜, 则 a 的值应该是 _____;
- (2) 若给定的有理数是 2, 4, 则小云 _____ 确保自己获胜; (填“能”或“不能”)
- (3) 若给定的有理数是 -2, 0, 2, 4. 当 a 是负数, 且双方平局时, 则 $b =$ _____ (用含 a 的式子表示).

24. (7分) 点 P 和点 A , 点 B 均是数轴上的点, 给出如下定义: 设点 P 到点 A 的距离为 d_1 , 点 P 到点 B 的距离为 d_2 , 若 $d_1 + d_2 = k|d_1 - d_2|$, 则称点 P 为线段 AB 的“ k 倍关联点”!

- (1) 如图, 点 A 所表示的数为 -2.

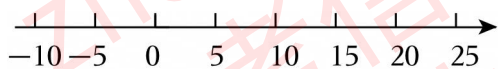


①若线段 $AB=6$ ，点 B 在点 A 右侧，点 P_1, P_2, P_3 表示的数分别为 $-5, 1, 6$ ，则点 _____（填

“ P_1 ”，“ P_2 ”或“ P_3 ”）为线段 AB 的“2 倍关联点”；

②若原点 O 为线段 AB 的“3 倍关联点”，直接写出点 B 所表示的数；

（2）已知点 P 为线段 AB 的“ k 倍关联点”，若点 P 从数轴上 -5 对应的点出发，以每秒 1 个单位长度的速度向右运动，同时点 A 从数轴上 -10 对应的点出发，以每秒 2 个单位长度的速度向右运动，点 B 从数轴上 20 对应的点出发，以每秒 2 个单位长度的速度向左运动，设点 P 运动的时间为 t ，直接写出当 t 取何值时 k 的值最小以及此时的 k 值.



备用图

2025-2026 学年北京市丰台八中七年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	D	D	B	C	A	A	C	C	B

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

1. （3 分） $-\frac{1}{2}$ 的相反数是（ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数，可得答案.

【解答】解： $-\frac{1}{2}$ 的相反数是 $\frac{1}{2}$ ，

故选：A.

【点评】本题考查了相反数，在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

2. （3 分）稀土是钪、钇、镧系 17 种元素的总称，素有“工业味精”之美誉，是我国重要的战略矿产资源.2024 年我国稀土勘探在四川凉山取得新突破，预期新增稀土资源量 496 万吨. 将 4960000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 0.496×10^7 B. 49.6×10^5 C. 4.96×10^7 D. 4.96×10^6

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解： $4960000 = 4.96 \times 10^6$.

故选：D.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. （3 分）下列计算正确的是（ ）

- A. $(-5) + (-2) = 7$ B. $(-5) - (-2) = 3$
C. $(-5) \times (-2) = -10$ D. $(-5) \div (-2) = \frac{5}{2}$

【分析】利用有理数混合运算的相应的法则对各项进行运算即可.

【解答】解： $A、(-5)+(-2)=-7$ ，故 A 不符合题意；

$B、(-5)-(-2)=-5+2=-3$ ，故 B 不符合题意；

$C、(-5)\times(-2)=10$ ，故 C 不符合题意；

$D、(-5)\div(-2)=\frac{5}{2}$ ，故 D 符合题意；

故选： D 。

【点评】本题主要考查有理数的混合运算，解答的关键是对相应的运算法则的掌握。

4. (3 分) 将下列各数在数轴上表示，其中与原点距离最近的点表示的数是 ()

A. -3

B. -0.8

C. 1

D. 2

【分析】利用数轴知识解答。

【解答】解： $\because -3, -0.8, 1, 2$ ，这四个数的绝对值最小的是 -0.8 ，

$\therefore -0.8$ 与原点最近。

故选： B 。

【点评】本题考查了数轴，解题的关键是掌握数轴知识。

5. (3 分) 若 x 和 y 成反比例关系，当 x 的值分别为 2, 3 时， y 的值如下表所示，则表中 a 的值是 ()

x	2	3
y	a	4

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

【分析】根据乘积为 1 的两个数成反比例关系，即可求解。

【解答】解： $\because x=3$ 时， $y=4$ ， x 和 y 成反比例关系，

$\therefore xy=3\times 4=12$ ，

$\because x=2$ 时， $y=a$ ，

$\therefore a=12\div 2=6$ ，

故选： C 。

【点评】本题考查了反比例的定义，解题的关键是掌握反比例的定义。

6. (3 分) 对于多项式 $2x-xy$ ，下列说法正确的是 ()

A. 次数是 2

B. 一次项是 2

C. 二次项系数是 1

D. 其值不可能等于 2

【分析】依题意，结合多项式的定义以及多项式的项，系数和次数的定义直接判断即可。

【解答】解：依题意，结合多项式的定义以及多项式的项，系数和次数的定义可得：

对于 A ，正确；

对于 B ，一次项是 $2x$ ，故 B 选项错误；

对于 C ，二次项系数是 -1 ，故 C 选项错误；

对于 D ，当 $x=1$ ， $y=0$ 时，多项式的值为 2 ，故 D 选项错误。

故选 A 。

【点评】 本题考查了多项式的定义和多项式的项和系数的定义，做题的关键是准确掌握定义即可。

7. (3分) 某文具原价为每件 m 元，为迎接开学季，每件降 5 元，在此基础上新生还可以享受九折优惠。一名新生购买一件该文具付款 n 元，则 $n=$ ()

A. $0.9(m-5)$ B. $0.9m-5$ C. $0.9m$ D. $0.1(m-5)$

【分析】 先表示每件降 5 元后的价钱，再用乘法表示出打九折的代数式即可。

【解答】 解：根据题意可得： $n=0.9(m-5)$ ，

故选： A 。

【点评】 本题考查了列代数式，解题的关键是正确理解题中的数量关系。

8. (3分) 若 $2s-4t=9$ ，则 $s-2t+\frac{1}{2}$ 的值为 ()

A. 10 B. 9.5 C. 5 D. -4

【分析】 将原式变形后代入已知数值计算即可。

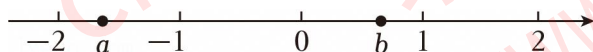
【解答】 解： $\because 2s-4t=9$ ，

$$\begin{aligned} \therefore s-2t+\frac{1}{2} &= \frac{1}{2}(2s-4t+1) \\ &= \frac{1}{2} \times (9+1) \\ &= 5, \end{aligned}$$

故选： C 。

【点评】 本题考查代数式求值，将原式进行正确的变形是解题的关键。

9. (3分) 若有理数 a ， b 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是 ()



A. $-a < b$ B. $ab > 1$ C. $|a-b|=b-a$ D. $|a+2| > |b-2|$

【分析】 利用数轴知识和绝对值的定义解答。

【解答】 解： $\because$ 由数轴图可知， $-2 < a < -1$ ， $0 < b < 1$ ，

$$\therefore -a > b, ab < 0 < 1, |a - b| = b - a,$$

$$\therefore |a+2| < 1, |b-2| = 2 - b > 1,$$

$$\therefore |a+2| < |b-2|,$$

$\therefore$ 只有选项 C 正确, 符合题意.

故选: C.

【点评】 本题考查了数轴和绝对值, 解题的关键是掌握数轴知识和绝对值的定义.

10. (3 分) 关于 x, y 的单项式, 若 x 的指数与 y 的指数是相等的正整数, 则称该单项式是“等次单项式”,

如 $x^2y^2, -3xy$. 给出下面四个结论:

① $-2x^3y^3$ 是“等次单项式”;

② “等次单项式”的次数可能是奇数;

③ 两个次数相等的“等次单项式”的和一定是“等次单项式”;

④ 若五个“等次单项式”的次数均不高于 8, 则它们中必有同类项.

上述结论中, 所有正确结论的序号是 ()

A. ①③

B. ①④

C. ②③

D. ②④

【分析】 依题意, 结合单项式的定义和新定义“等次单项式”直接判断各选项即可.

【解答】 解: 依题意, 结合单项式的定义和新定义“等次单项式”可得:

对于①, 正确;

对于②, 等次单项式 x 和 y 的次数要相同, 次数和一定是偶数, 故②错误;

对于③, 两个次数相等的“等次单项式”的和可以为 0, 故③错误;

对于④, 依题意, 五个“等次单项式”次数不高于 8 的次数最大只能是 6 次, 只能是 3 种, 所以一定有同类项, 故④正确;

综上可得, 选 B.

故选: B.

【点评】 本题主要考查了新定义题型, 做题的关键是读懂新定义进行求解即可.

二、填空题 (本大题共 12 分, 每小题 2 分)

11. (2 分) 在游乐场的“旋转茶杯”项目中, 游客可以通过转动茶杯的方向盘自主控制茶杯的旋转方向. 如果把逆时针旋转两圈记作 +2, 那么顺时针旋转三圈可以记作 -3.



【分析】利用正数和负数的意义解答.

【解答】解: $\because$ 逆时针旋转两圈记作+2,

$\therefore$ 顺时针旋转三圈可以记作 - 3.

故答案为: - 3.

【点评】本题考查了正数和负数, 解题的关键是掌握正数和负数的意义.

12. (2分) 比较大小: -1 < $-\frac{2}{3}$ (填“>”, “<”或“=”).

【分析】两个负数比较大小, 绝对值大的其值反而小, 据此判断即可.

【解答】解: $\because |-1| > |-\frac{2}{3}|,$

$\therefore -1 < -\frac{2}{3}.$

故答案为: <.

【点评】此题主要考查了有理数大小比较的方法, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: ①正数都大于0; ②负数都小于0; ③正数大于一切负数; ④两个负数比较大小, 绝对值大的其值反而小.

13. (2分) 约1500年前, 我国古代伟大的数学家和天文学家祖冲之计算出圆周率应在3.1415926和3.1415927之间, 成为世界上第一个把圆周率的值精确到小数点后7位的人. 用四舍五入法将圆周率精确到千分位, 所得到的近似数为 3.142.



【分析】圆周率的千分位后一位数是5, 入一位, 即可得圆周率精确到千分位的近似数.

【解答】解: 根据题意可得,

圆周率精确到千分位, 所得到的近似数为: 3.142.

故答案为: 3.142.

【点评】本题考查了近似数, 熟练掌握近似数的运算法则是解本题的关键, 难度不大, 仔细审题即可.

14. (2分) 多项式 x^2y+2xy 与一个整式的和是单项式, 则这个整式可以是 $-2xy$ (答案不唯一). (写出一个整式即可)

【分析】多项式 x^2y+2xy 有两项, 当该多项式加上 $-2xy$ 时, 其结果为 x^2y , 是一个单项式, 符合题目要求即可.

【解答】解: $(x^2y+2xy) + (-2xy) = x^2y+2xy-2xy = x^2y$,
 x^2y 是一个单项式.

故答案为: $-2xy$ (答案不唯一).

【点评】本题考查了整式的概念, 涉及到单项式, 多项式的概念, 整式的加减运算, 熟练掌握相关概念是解题的关键.

15. (2分) 如图, a, b 是有理数, 则式子 $|a| - |b| + |a+b|$ 化简的结果为 0.



【分析】根据数轴可得 $b < 0 < a$, $|b| > |a|$, 即可判断所求式子的符号, 再根据绝对值性质判断即可;

【解答】解: 由图可知: $|b| > |a|$, $b < 0 < a$,

$$\therefore a+b < 0,$$

$$\therefore |a| - |b| + |a+b| = a - (-b) + (-a-b) = a+b-a-b=0;$$

故答案是: 0.

【点评】本题主要考查了数轴比大小和绝对值的性质, 准确利用绝对值性质化简是解题的关键.

16. (2分) 如图, 若一个表格的行数代表关于 x 的整式的次数, 列数代表关于 x 的整式的项数 (规定单项式的项数为 1), 那么每个关于 x 的整式均会对应表格中的某个小方格. 若关于 x 的整式 A 是三次二项式, 则 A 对应表格中标★的小方格. 已知 B 也是关于 x 的整式, 下列说法正确的有 ①③. (写出所有正确的序号)

①若 B 对应的小方格行数是 4, 则 $A+B$ 对应的小方格行数一定是 4;

②若 $A+B$ 对应的小方格列数是 5, 则 B 对应的小方格列数一定是 3;

③若 B 对应的小方格列数是 3, 且 $A+B$ 对应的小方格列数是 5, 则 B 对应的小方格行数不可能是 3.

	1	2	3	4	...
1					
2					
3		★			
4					
...					

【分析】根据多项式的次数的定义可判定 $A+B$ 的次数, 进而可判定①; 由多项式的项数的定义可判定

B 的项数，即可判定②；由 $A+B$ ， A ， B 的项数可判定 B 的次数与 A 的次数不可能相同，进而可判定③.

【解答】解：① A 在第 3 行，表示最高次数 3 次，
 B 在第 4 行，表示 B 中最高次数 4 次，
 $A+B$ 中最高次数即为 4 次，
由整式的次数由最高次数决定，行代表次数可得 $A+B$ 必在第 4 行，故正确；

② A 在第 2 列，表示整式 A 有 2 项，
 $A+B$ 对应的小方格列数是 5，表示表示整式 $A+B$ 有 5 项，
故整式 B 最少有 3 项，而不确定就只有 3 项，故错误；

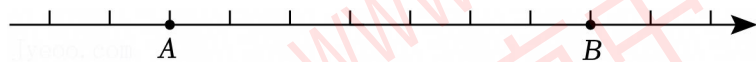
③ $\because A+B$ 对应的小方格列数是 5，
 $\therefore$ 整式 $A+B$ 有 5 项，
 $\because A$ 在第 2 列， B 对应的小方格列数是 3，
 $\therefore$ 整式 A ， B 的次数不可能相同，
 $\therefore B$ 对应的小方格行数不可能是 3. 故正确，
故答案为：①③.

【点评】 本题主要考查整式，多项式，掌握多项式的项数，次数的定义是解题的关键.

三、解答题（本大题共 52 分，第 17 题 5 分，第 18 题 20 分，第 19-22 题，每小题 5 分，第 23 题 6 分，第 24 题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

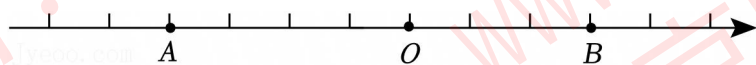
17. (5 分) 如图，数轴上点 A 表示的数是 -4，点 B 表示的数是 3.

- (1) 在图中所示的数轴上标出原点 O ；
- (2) 在图中所示的数轴上表示下列各数，并将它们按从小到大的顺序用“ $<$ ”连接起来.
-3, 0, -1, 2.5.

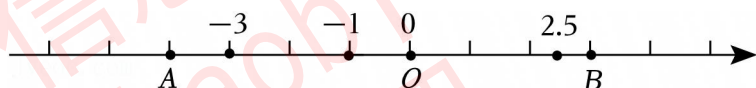


- 【分析】** (1) 根据点 A 表示的数是 -4，点 B 表示的数是 3 判断原点 O 的位置即可；
(2) 根据数轴上数的特点把各数表示在数轴上，并根据数轴上左边的数总比右边的数小得出比较结果.

【解答】解：(1) 原点 O 位置如图，



- (2) 把各数表示在数轴上，如下：



由数轴得， $-3 < -1 < 0 < 2.5$.

【点评】 本题考查了有理数大小比较，数轴，熟练掌握数轴的性质是解题的关键.

18. (20 分) 计算:

(1) $2 - (-1) + (-6)$;

(2) $-12 \times 4 \div (-2)$;

(3) $(-\frac{10}{3}) \times (2.5 - \frac{2}{5})$;

(4) $(-2)^3 - |-2| + \frac{4}{9} \div (-\frac{2}{3})^2$.

【分析】 (1) 根据加减运算法则计算即可;

(2) 先计算乘法，再计算除法即可;

(3) 先计算括号内运算，再计算乘法;

(4) 先计算乘方和绝对值，再计算除法，最后计算加法即可.

【解答】 解: (1) 原式 $= 2 + 1 - 6$

$= -3$;

(2) 原式 $= -48 \div (-2)$

$= 24$;

(3) 原式 $= (-\frac{10}{3}) \times \frac{21}{10}$

$= -7$;

(4) 原式 $= -8 - 2 + \frac{4}{9} \div \frac{4}{9}$

$= -10 + 1$

$= -9$.

【点评】 本题主要考查有理数的混合运算，解题的关键是掌握有理数混合运算顺序和运算法则.

19. (5 分) 化简: $-2m^2n + 3nm^2 - m^2n$.

【分析】 利用合并同类项的方法，字母和字母的指数不变，系数相加即可.

【解答】 解: $-2m^2n + 3nm^2 - m^2n$

$= (-2 + 3 - 1)m^2n$

$= 0$.

【点评】 本题考查了合并同类项，掌握合并同类项的方法是关键.

20. (5分) 先化简, 再求值: $2(a^2 - ab) - 3(\frac{2}{3}a^2 - ab)$, 其中 $a=5$, $b=-2$.

【分析】先去括号, 再合并同类项, 得到化简的结果, 再把 $a=5$, $b=-2$ 代入化简后的代数式进行计算即可.

【解答】解: $2(a^2 - ab) - 3(\frac{2}{3}a^2 - ab)$

$$= 2a^2 - 2ab - 2a^2 + 3ab$$

$$= ab,$$

$$\because a=5, b=-2,$$

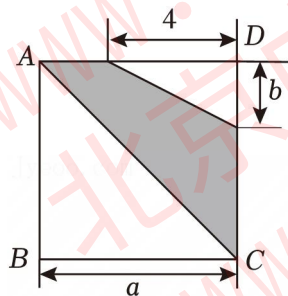
$$\therefore \text{原式} = ab = -2 \times 5 = -10.$$

【点评】本题考查的是整式的加减运算中的化简求值, 掌握“去括号, 合并同类项的运算法则”是解本题的关键.

21. (5分) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 a .

(1) 根据图中数据, 用含 a , b 的代数式表示阴影部分的面积 S ;

(2) 当 $a=6$, $b=2$ 时, 求阴影部分的面积.



【分析】(1) 由于阴影部分不规则, 所以可考虑用正方形的面积 - 两个三角形的面积;

(2) 代入计算即可.

【解答】解: (1) $S_{\text{阴影}} = S_{\text{正方形}} - S_{\triangle ABC} - S_{\triangle DEF}$

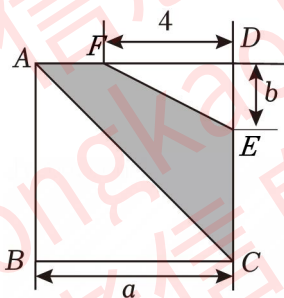
$$= a^2 - \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2} \times 4b$$

$$= \frac{1}{2}a^2 - 2b;$$

(2) 当 $a=6$, $b=2$ 时,

$$S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2} \times 6^2 - 2 \times 2$$

$$= 14.$$



【点评】 本题考查了列代数式和代数式的求值，列出代数式是解决本题的关键。

22. (5 分) AI (人工智能) 技术有望为传统的教学方式带来新变化，如 AI 解题。某公司为测验其 AI 产品的解题能力，尝试利用最新考试题进行全科目测试。分数记录以 60 分为基准，超过基准的分数记为正数，少于基准的分数记为负数。将测试的相对分数记录如下：

科目	语文	数学	英语	道法	地理	历史	物理	化学	生物
相对分数	+20	- 16	+30	+28	+21	+8	- 9	- 18	- 9

已知该 AI 产品的地理测试分数为 81 分。

(1) 请补全上表；

(2) 在本次测试的各科目中，该产品所得最高分为 90 分，最低分为 42 分；

(3) 求该产品在本次测试中全科目的总分。

【分析】 (1) 根据分数记录以 60 分为基准，超过基准的分数记为正数可得答案；

(2) 找出记录中的最大值减去最小值解答即可；

(3) 用 60 乘 9 的积，再计算记录中的数的和即可。

【解答】 解：(1) $81 - 60 = 21$ (分)

故答案为：+21；

(2) 在本次测试的各科目中，该产品所得最高分为： $60 + 30 = 90$ (分)，最低分为： $60 - 18 = 42$ (分)，

故答案为：90，42；

(3) $60 \times 9 + (20 - 16 + 30 + 28 + 21 + 8 - 9 - 18 - 9)$

$= 540 + 55$

$= 595$ (分)，

答：该产品在本次测试中全科目的总分为 59 (5 分)。

【点评】 此题主要考查了实际生活中的正数与负数以及有理数的混合运算，关键是理解正负数具有相反的意义。

23. (6 分) 小云和小明参加了数学节活动的某游戏，一次玩法如下：

游戏玩法

给定若干个有理数；

小云先操作：将给定的每个有理数分别减去有理数 a ，得到一组新数，计算这些新数的绝对值，并求出这些绝对值的和，记作 S_1 ；

小明后操作：将给定的每个有理数分别减去有理数 b ($b \neq a$)，也计算这些新数的绝对值，并求出这些绝对值的和，记作 S_2 。

若 $S_1 < S_2$ ，则小云获胜；若 $S_1 > S_2$ ，则小明获胜；若 $S_1 = S_2$ ，则双方平局。

(1) 若给定的有理数是 2，小云为了确保自己获胜，则 a 的值应该是 2；

(2) 若给定的有理数是 2，4，则小云 不能 确保自己获胜；(填“能”或“不能”)

(3) 若给定的有理数是 -2，0，2，4。当 a 是负数，且双方平局时，则 $b = \underline{2 - a}$ (用含 a 的式子表示)。

【分析】 (1) 由题意可得： $S_1 = |2 - a|$ ， $S_2 = |2 - b|$ ，根据小云为了确保自己获胜，则 S_1 最小，即可求解；

(2) 由题意可得： $S_1 = |2 - a| + |4 - a|$ ， $S_2 = |2 - b| + |4 - b|$ ，根据绝对值的定义确定 S_1 、 S_2 的取值范围即可求解；

(3) S_1 表示 a 到 -2，0，2，4 的距离之和，-2 与 4 关于 1 对称，0 与 2 关于 1 对称，因此 a 、 b 关于 1 对称时，它们到 -2，0，2，4 四个点的距离之和相等，即 $S_1 = S_2$ ，即可求解。

【解答】 解：(1) 若给定的有理数是 2，小云为了确保自己获胜，

由题意可得： $S_1 = |2 - a|$ ， $S_2 = |2 - b|$ ，

小云为了确保自己获胜，则 S_1 要最小，即 $|2 - a| = 0$ ，

$\therefore a = 2$ ，

故答案为：2；

(2) 由题意可得： $S_1 = |2 - a| + |4 - a|$ ， $S_2 = |2 - b| + |4 - b|$ ，

$\therefore |2 - a| + |4 - a| \geq 2$ ， $|2 - b| + |4 - b| \geq 2$ ，

$\therefore$ 小云不能确保自己获胜，

故答案为：不能；

(3) 若给定的有理数是 -2，0，2，4。当 a 是负数，且双方平局时，

由题意可得： $S_1 = |-2 - a| + |0 - a| + |2 - a| + |4 - a|$ ， $S_2 = |-2 - b| + |0 - b| + |2 - b| + |4 - b|$ ，

S_1 表示 a 到 -2，0，2，4 的距离之和，-2 与 4 关于 1 对称，0 与 2 关于 1 对称，

因此 a 、 b 关于 1 对称时，它们到 -2，0，2，4 四个点的距离之和相等，即 $S_1 = S_2$ ，

$\therefore \frac{a+b}{2} = 1$ ，

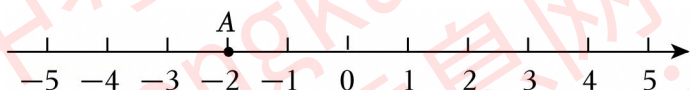
$$\therefore b=2-a,$$

故答案为: $2-a$.

【点评】 本题考查了绝对值的应用, 解题的关键是掌握绝对值的定义.

24. (7分) 点 P 和点 A , 点 B 均是数轴上的点, 给出如下定义: 设点 P 到点 A 的距离为 d_1 , 点 P 到点 B 的距离为 d_2 , 若 $d_1+d_2=k|d_1-d_2|$, 则称点 P 为线段 AB 的“ k 倍关联点”!

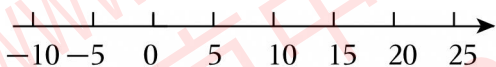
(1) 如图, 点 A 所表示的数为 -2 .



①若线段 $AB=6$, 点 B 在点 A 右侧, 点 P_1, P_2, P_3 表示的数分别为 $-5, 1, 6$, 则点 P_1 (填“ P_1 ”, “ P_2 ”或“ P_3 ”)为线段 AB 的“2 倍关联点”;

②若原点 O 为线段 AB 的“3 倍关联点”, 直接写出点 B 所表示的数;

(2) 已知点 P 为线段 AB 的“ k 倍关联点”, 若点 P 从数轴上 -5 对应的点出发, 以每秒 1 个单位长度的速度向右运动, 同时点 A 从数轴上 -10 对应的点出发, 以每秒 2 个单位长度的速度向右运动, 点 B 从数轴上 20 对应的点出发, 以每秒 2 个单位长度的速度向左运动, 设点 P 运动的时间为 t , 直接写出当 t 取何值时 k 的值最小以及此时的 k 值.



备用图

【分析】 (1) ①先求出点 B 表示的数为 4 , 再根据“ k 倍关联点”的定义逐一判断即可;

②设点 B 所表示的数为 x , 进而得到 $d_1=2d_2=|x|$, 根据 $d_1+d_2=3|d_1-d_2|$ 列方程即可求解;

(2) 经过 t 秒后, 点 P 表示的数为 $-5+t$, 点 A 表示的数为 $-10+2t$, 点 B 表示的数为 $20-2t$, 则 $d_1=|5-t|$, $d_2=|3t-25|$, 根据“ k 倍关联点”可推出 $k=\frac{d_1+d_2}{|d_1-d_2|}=\frac{|5-t|}{||5-t|-|3t-25||}$, 即可求解.

【解答】 解: (1) ① $\because$ 点 A 所表示的数为 -2 , 线段 $AB=6$, 点 B 在点 A 右侧,

$\therefore$ 点 B 表示的数为 $6-2=4$, 点 P_1 表示的数为 -5 ,

则 $d_1=-2-(-5)=3$, $d_2=4-(-5)=9$,

$\therefore d_1+d_2=3+9=12$, $|d_1-d_2|=|3-9|=6$,

$\therefore d_1+d_2=2|d_1-d_2|$,

$\therefore$ 点 P_1 为线段 AB 的“2 倍关联点”;

点 P_2 表示的数为 1 ,

则 $d_1=1-(-2)=3$, $d_2=4-1=3$,

$\therefore d_1+d_2=3+3=6$, $|d_1-d_2|=|3-3|=0$,

$$\therefore d_1 + d_2 \neq 2|d_1 - d_2|,$$

故点 P_2 不是线段 AB 的“2 倍关联点”;

$$P_3 \text{ 表示的数为 } 6, \text{ 则 } d_1 = 6 - (-2) = 8, d = 6 - 4 = 2,$$

$$\therefore d_1 + d_2 = 8 + 2 = 10, |d_1 - d_2| = |8 - 2| = 6,$$

$$\therefore d_1 + d_2 \neq 2|d_1 - d_2| \text{ 故点 } P_3 \text{ 不是线段 } AB \text{ 的“2 倍关联点”};$$

故答案为: P_1 ;

② 设点 B 所表示的数为 x ,

$\therefore$ 原点 O 为线段 AB 的“3 倍关联点”, 点 A 所表示的数为 -2 ,

$$\therefore d_1 = 0 - (-2) = 2, d_2 = |x - 0| = |x|, d_1 + d_2 = 3|d_1 - d_2|,$$

$$\therefore d_1 + d_2 = 2 + |x|, |d_1 - d_2| = |2 - |x||,$$

$$\therefore 2 + |x| = 3|2 - |x||,$$

$$\text{解得: } x = \pm 1 \text{ 或 } x = \pm 4,$$

$\therefore$ 点 B 所表示的数为 -1 或 1 或 -4 或 4 ;

(2) 经过 t 秒后, 点 P 表示的数为 $-5+t$, 点 A 表示的数为 $-10+2t$, 点 B 表示的数为 $20-2t$,

$$\therefore d_1 = |-5+t - (-10+2t)| = |5-t|, d_2 = |-5+t - (20-2t)| = |3t-25|,$$

$$\therefore d_1 + d_2 = k|d_1 - d_2|,$$

$$\therefore k = \frac{d_1 + d_2}{|d_1 - d_2|} = \frac{|5-t| + |3t-25|}{||5-t| - |3t-25||},$$

$$\therefore k \geq 1,$$

$\therefore k$ 的最小值为 1 ,

$$\text{当 } (5-t)(3t-25) = 0 \text{ 时, } k = 1,$$

$$\text{解得: } t = 5 \text{ 或 } t = \frac{25}{3},$$

$\therefore$ 当 $t = 5$ 或 $t = \frac{25}{3}$ 时, k 的最小值 1 .

【点评】 本题考查了利用一元一次方程解决数轴上的动点问题, 两点间的距离公式, 解题的关键是理解题中的新定义.