

2025-2026 学年北京市景山学校通州分校教集团七年级（上）期中数学试

卷

一、选择题（本题共 10 个小题，每小题 2 分，共 20 分）每题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1.（2 分）-2025 的绝对值是（ ）

- A. 2025 B. $\frac{1}{2025}$ C. -2025 D. $-\frac{1}{2025}$

2.（2 分）2024 年 6 月 25 日嫦娥六号顺利返回地球，带回大约 2kg 的月背样本，实现世界首次月背采样返回，标志着我国对月球背面的研究又进入了一个新的高度。已知月球到地球的平均距离约为 384000 千米，数据 384000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 384×10^3 B. 38.4×10^4 C. 3.84×10^5 D. 0.384×10^6

3.（2 分）下列各数中，是负数的是（ ）

- A. $-(-3)$ B. $(-3)^2$ C. -3 D. $|-3|$

4.（2 分）下列计算中正确的是（ ）

- A. $(-5) + (-3) = -2$ B. $(-5) \times (-3) = -15$
C. $(-1) \div (-5) \times (-\frac{1}{5}) = -1$ D. $5 - (-8) = 13$

5.（2 分）单项式 $-\frac{2}{3}xy^3z^2$ 的系数、次数分别是 a 、 b ，则（ ）

- A. $a = \frac{2}{3}$ 、 $b = 6$ B. $a = \frac{2}{3}$ 、 $b = 7$ C. $a = -\frac{2}{3}$ 、 $b = 6$ D. $a = -\frac{2}{3}$ 、 $b = 7$

6.（2 分）下表是某地区 11 月份连续四天最高气温与最低气温情况，这四天温差最大的是（ ）

某地区	星期一	星期二	星期三	星期四
最高气温（℃）	8	12	10	9
最低气温（℃）	1	1	-1	-3

- A. 星期一 B. 星期二 C. 星期三 D. 星期四

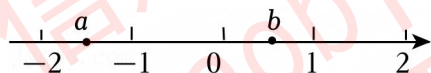
7.（2 分）下列各组数中互为相反数的是（ ）

- A. -3 与 $\frac{1}{3}$ B. 2 与 $|-2|$ C. 2^3 与 3^2 D. $-(-5)$ 与 -5

8.（2 分）如果有理数 x 、 y 满足 $xy < 0$ ，那么 $\frac{|x|}{x} + \frac{|y|}{y}$ 的值为（ ）

- A. -2 B. 0 C. 2 或 -2 D. -1 或 2

9.（2 分）有理数 a 、 b 在数轴上的位置如图所示，以下说法正确的是（ ）



- A. $a - b > 0$ B. $|a + b| = -a - b$ C. $ab > 0$ D. $-a < b$

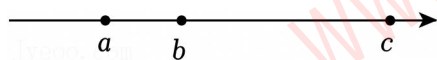
10. (2分) “十一”黄金周期间，小佳和妈妈乘火车外出旅游，小佳希望和妈妈的座位连在一起，且能坐在靠窗的位置。如果某列火车的座位排列方式如图所示，那么下列座位号码符合小佳要求的是 ()

	1	2	3		4	5	
	6	7	8		9	10	
车窗	11	12	13	过道	14	15	车窗
	16	17	18		...	...	
	...	...	...		...	...	

- A. 28, 29 B. 45, 46 C. 50, 51 D. 64, 65

二、填空题 (本题共 10 个小题，每小题 2 分，共 20 分)

11. (2分) 若海平面以上 1000 米记作 +1000 米，则海平面以下 150 米记作 _____ .
12. (2分) 用四舍五入法将 0.05068 精确到千分位的近似值为 _____ .
13. (2分) 比较大小: $-\frac{3}{4}$ _____ $-\frac{4}{5}$.
14. (2分) 整式 $2xy + xy^2 - x^2y^3$ 是 _____ 次 _____ 项式.
15. (2分) 用代数式表示: m 与 n 的差的平方 _____ .
16. (2分) 点 A 在数轴上距离原点 4 个单位长度，且位于原点左侧，若将点 A 向左移动 6 个单位长度到点 B ，此时点 B 表示的数是 _____ .
17. (2分) 有理数 a, b, c 在数轴上的对应点的位置如图所示，若 b 与 c 互为相反数，则 a, b, c 三个数中绝对值最大的数是 _____ .



18. (2分) 如果有理数 x, y 满足 $(x - 1)^2 + |y + 3| = 0$ ，那么 xy 的值是 _____ .
19. (2分) 已知 a, b 互为相反数， c, d 互为倒数， $|x| = 3$ ，求 $\frac{a+b}{5} + 3cd - x^2$ 的值是 _____ .
20. (2分) 已知 a, b 为有理数，下列说法: ①若 a, b 互为相反数，则 $\frac{a}{b} = -1$; ②若 $|a - b| + a - b = 0$ ，则 $a - b \leq 0$; ③若 $a < b$ ， $ab < 0$ 且 $|a| < |b|$ ，则 $a + b > 0$; ④若 $a + b < 0$ ， $ab > 0$ ，则 $-3a - 4b = 3a + 4b$; ⑤若 $|a| > |b|$ ，则 $(a + b)(a - b) < 0$. 其中正确的有 _____ (请填序号).

三、解答题（21 题 6 分，22 题每小题 6 分，共 16 分，23 题每小题 6 分，共 10 分，24 题 5 分，25 题每题 7 分，26 题和 27 题每题 8 分，共 60 分.）

21.（6 分）画一条数轴，在数轴上表示下列各数，并把它们按照从小到大的顺序用“<”号排列.

$$-3, 1.5, 0, -\frac{7}{2}.$$

22.（16 分）计算：

$$(1) (-8) - (-3) + (-5) - (+6);$$

$$(2) \frac{39}{7} - (\frac{6}{5} + \frac{11}{7} - \frac{31}{5});$$

$$(3) (+\frac{10}{3}) \times (-\frac{3}{4}) \div (-10);$$

$$(4) (\frac{1}{6} + \frac{5}{9} - \frac{7}{12}) \times (-36).$$

23.（10 分）计算：

$$(1) -2^2 + 16 \div (-2)^3 \times |-3 - 1|;$$

$$(2) (-1)^{2025} - 6^2 \div (-9) - 6 \div (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}).$$

24.（5 分）一次空军航空开放活动中，某特技飞行队做五个特技表演动作，特技飞机起飞 $0.8km$ 后的高度变化如表（比前一次上升记为正数，比前一次下降记为负数）：

表演动作	第一个	第二个	第三个	第四个	第五个
高度变化 (km)	+2.3	-1.4	+1.5	-1.4	-0.5

(1) 该飞机完成这五个表演动作后离地面的高度 _____ km .

(2) 五个表演动作中飞的最高的是第 _____ 次，达到 _____ km .

(3) 已知飞机平均每上升 $1km$ 需消耗 $4L$ 燃油，平均每下降 $1km$ 需消耗 $2L$ 燃油，那么这架飞机在完成这五个表演动作的过程中，一共消耗了多少升燃油？

25.（7 分）在数学中，有许多关系都是在不经意间被发现的.当然，没有敏锐的观察力是做不到的.我们往往是这样来研究问题的：观察 - 猜想 - 验证 - 应用.下面我们也来这样探索一个问题.如图，边长为 a 的正方形纸片剪出一个边长为 b 的小正方形之后，剩余部分（即阴影部分）又剪拼成一个长方形（不重叠无缝隙）.

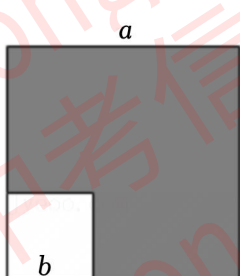
(1) 图①中阴影部分的面积是 _____（用含 a 、 b 的代数式表示）；图②中阴影部分长方形的长是 _____，宽是 _____，面积是 _____（用含 a 、 b 的代数式表示）.

(2) 根据图①和图②的面积关系，请你用含 a 、 b 的等式表示出你发现的结论：_____.

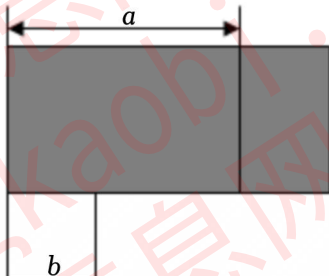
(3) 当 $a = -4$, $b = 2$ 时, 请你验证你的结论是否成立.

(4) 利用你发现的结论, 完成下列问题:

若 $a^2 - b^2 = 6$, 且 $a + b = 3$, 则 $a - b =$ _____.



图①



图②

26. (8分) 探究并解决问题:

对有理数 a , b 定义了一种新的运算, 叫作“乘减法”, 记作“ $a \otimes b$ ”. 按照“乘减法”运算的算式:

- ① $(+4) \otimes (+3) = +1$; ② $(+12) \otimes (-3) = -9$; ③ $(-2) \otimes (+5) = -3$; ④ $(-6) \otimes (-1) = +5$; ⑤ $(+\frac{1}{3}) \otimes (+1) = +\frac{2}{3}$; ⑥ $(-4) \otimes (+0.5) = -3.5$; ⑦ $(-8) \otimes (-8) = 0$; ⑧ $(+4.1) \otimes (-4.1) = 0$; ⑨ $(+21) \otimes 0 = +21$; ⑩ $0 \otimes (-\frac{7}{3}) = +\frac{7}{3}$.

(1) 请将下面整理的“乘减法”法则补充完整:

绝对值不相等的两数相“乘减”, 同号得 _____, 异号得 _____, 并 _____, 绝对值相等的两数相“乘减”, 都得 _____; 一个数与 0 相“乘减”, 或 0 与一个数相“乘减”, 都得这个数的绝对值.

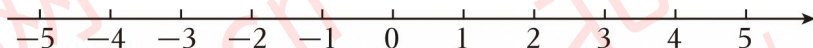
(2) 计算: $[(-3) \otimes 0] \otimes [2 \otimes (-4)]$.

(3) 有理数加法和乘法都有结合律, 结合律在有理数的“乘减”运算中还适用吗? 请你判断并举例验证(注: 如果不适用, 举一反例即可).

27. (8分) 通过学习我们知道, $|x|$ 的几何意义是: 数轴上表示数 x 的点到原点的距离. 由于 $|x|$ 可以看作 $|x - 0|$, 那么 $|x - 0|$ 的几何意义为数轴上表示数 x 与 0 的两点间的距离. 这个结论还可以推广为: $|x - a|$ 的几何意义为数轴上表示数 x 与 a 的两点间的距离.

例如, $|x - 5|$ 的几何意义为数轴上表示数 x 与 5 的两点间的距离, 若 $|x - 5| = 1$, 则 x 的值为 4 或 6.

给出定义: 数轴上表示数 x 的点与表示数 a , b 的点之间的距离之和 $|x - a| + |x - b|$ 称为 x 与 a , b 的“关联距离”. 例如, $|x - 1| + |x + 2|$ 为 x 与 1, -2 的“关联距离”, $|x - 1| + |x - 2| + |x + 3|$ 为 x 与 1, 2, -3 的“关联距离”.



(1) 若 $|x+2|=3$ ，则 x 的值为_____；

(2) 若 x 与 1 ， -2 的“关联距离”为 3 ，满足条件的 x 的非负整数值是_____；

(3) 若 x 与 1 ， -2 的“关联距离”为 5 ， x 的值是_____；

(4) “关联距离” $|x+2|+|x+5|+|x-1|$ 的最小值是_____，此时 x 的值是_____。

2025-2026 学年北京市景山学校通州分校教集团七年级（上）期中数学试

卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	C	D	C	D	D	B	B	D

一、选择题（本题共 10 个小题，每小题 2 分，共 20 分）每题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1.（2 分）-2025 的绝对值是（ ）

- A. 2025 B. $\frac{1}{2025}$ C. -2025 D. $-\frac{1}{2025}$

【分析】根据绝对值的定义即可解决问题.

【解答】解：由题知，

-2025 的绝对值是 2025.

故选：A.

【点评】本题主要考查了绝对值，熟知绝对值的定义是解题的关键.

2.（2 分）2024 年 6 月 25 日嫦娥六号顺利返回地球，带回大约 2kg 的月背样本，实现世界首次月背采样返回，标志着我国对月球背面的研究又进入了一个新的高度. 已知月球到地球的平均距离约为 384000 千米，数据 384000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 384×10^3 B. 38.4×10^4 C. 3.84×10^5 D. 0.384×10^6

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解： $384000 = 3.84 \times 10^5$.

故选：C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3.（2 分）下列各数中，是负数的是（ ）

- A. $-(-3)$ B. $(-3)^2$ C. -3 D. $|-3|$

【分析】先利用有理数的相应的法则进行化简运算，然后再根据正负数的定义即可判断.

【解答】解： $A. -(-3)=3>0$ ，是正数，不符合题意；

$B. (-3)^2=9>0$ ，是正数，不符合题意；

$C. -3<0$ ，是负数，符合题意；

$D. |-3|=3>0$ ，是正数，不符合题意；

故选： C .

【点评】本题考查了对正数和负数定义的理解，难度不大，注意 0 既不是正数也不是负数.

4. (2 分) 下列计算中正确的是 ()

$A. (-5) + (-3) = -2$

$B. (-5) \times (-3) = -15$

$C. (-1) \div (-5) \times (-\frac{1}{5}) = -1$

$D. 5 - (-8) = 13$

【分析】计算出各个选项中式子的正确结果，即可判断哪个选项符合题意.

【解答】解： $(-5) + (-3) = 8$ ，故选项 A 错误，不符合题意；

$(-5) \times (-3) = 15$ ，故选项 B 错误，不符合题意；

$(-1) \div (-5) \times (-\frac{1}{5}) = \frac{1}{5} \times (-\frac{1}{5}) = -\frac{1}{25}$ ，故选项 C 错误，不符合题意；

$5 - (-8) = 5 + 8 = 13$ ，故选项 D 正确，符合题意；

故选： D .

【点评】本题考查有理数的混合运算，熟练掌握运算法则是解答本题的关键.

5. (2 分) 单项式 $-\frac{2}{3}xy^3z^2$ 的系数、次数分别是 a 、 b ，则 ()

$A. a = \frac{2}{3}, b = 6$

$B. a = \frac{2}{3}, b = 7$

$C. a = -\frac{2}{3}, b = 6$

$D. a = -\frac{2}{3}, b = 7$

【分析】根据单项式的概念可得 a 、 b 的值，即可得到答案.

【解答】解：单项式 $-\frac{2}{3}xy^3z^2$ 的系数、次数分别是 $-\frac{2}{3}$ ，6，

$\therefore a = -\frac{2}{3}, b = 6$,

故选： C .

【点评】此题考查的是单项式，单项式中的数字因数叫做单项式的系数，一个单项式中所有字母的指数的和叫做单项式的次数.

6. (2 分) 下表是某地区 11 月份连续四天最高气温与最低气温情况，这四天温差最大的是 ()

某地区	星期一	星期二	星期三	星期四
-----	-----	-----	-----	-----

最高气温 (°C)	8	12	10	9
最低气温 (°C)	1	1	-1	-3

A. 星期一 B. 星期二 C. 星期三 D. 星期四

【分析】根据温差=最高气温-最低气温，根据有理数的减法法则计算即可得出答案.

【解答】解：8-1=7 (°C)，

12-1=11 (°C)，

10-(-1)=10+1=11 (°C)，

9-(-3)=9+3=12 (°C)，

温差最大的是星期四，

故选：D.

【点评】本题考查了有理数的减法，掌握减去一个数等于加上这个数的相反数是解题的关键.

7. (2分) 下列各组数中互为相反数的是 ()

A. -3 与 $\frac{1}{3}$ B. 2 与 $|-2|$ C. 2^3 与 3^2 D. -(-5) 与 -5

【分析】先根据绝对值的定义、有理数的乘方法则计算，再根据相反数的定义判断即可.

【解答】解：A、-3 与 3 互为相反数，故此选项不符合题意；

B、 $|-2|=2$ ，不互为相反数，故此选项不符合题意；

C、 $2^3=8$ ， $3^2=9$ ，不互为相反数，故此选项不符合题意；

D、-(-5)=5，与 -5 互为相反数，故此选项符合题意；

故选：D.

【点评】本题考查了有理数的乘方，相反数，绝对值，正确计算是解题的关键.

8. (2分) 如果有理数 x 、 y 满足 $xy < 0$ ，那么 $\frac{|x|}{x} + \frac{|y|}{y}$ 的值为 ()

A. -2 B. 0 C. 2 或 -2 D. -1 或 2

【分析】根据 $xy < 0$ 可得 x 、 y 异号，进而得出答案.

【解答】解：∵ $xy < 0$ ，

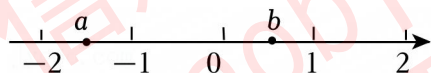
∴ x 、 y 异号，

∴ 原式=1-1=0.

故选：B.

【点评】本题主要考查有理数的乘法、绝对值，熟练掌握以上知识点是解题的关键.

9. (2分) 有理数 a 、 b 在数轴上的位置如图所示，以下说法正确的是 ()



- A. $a - b > 0$ B. $|a+b| = -a - b$ C. $ab > 0$ D. $-a < b$

【分析】由数轴可得 $-2 < a < -1 < 0 < b < 1 < 2$ ，逐一判断即可.

【解答】解：由数轴可得 $-2 < a < -1 < 0 < b < 1 < 2$,

则 $a - b < 0$, $|a+b| = -(a+b) = -a - b$, $ab < 0$, $-a > b$,

故 A、C、D 错误.

故选：B.

【点评】本题主要考查有理数的乘法、数轴、绝对值、有理数的减法，熟练掌握以上知识点是解题的关键.

10. (2 分) “十一”黄金周期间，小佳和妈妈乘火车外出旅游，小佳希望和妈妈的座位连在一起，且能坐在靠窗的位置. 如果某列火车的座位排列方式如图所示，那么下列座位号码符合小佳要求的是 ()

车窗	1	2	3	过道	4	5	车窗
	6	7	8		9	10	
	11	12	13		14	15	
	16	17	18		...	...	
	...	...	...		...	...	

- A. 28, 29 B. 45, 46 C. 50, 51 D. 64, 65

【分析】根据题意，得出靠车窗位置的座位号码的变化规律即可解决问题.

【解答】解：由题知，

左侧靠窗户的座位号码依次为 1, 6, 11, 16, ...,

所以左侧靠窗户座位号码符合 $5n - 4$ (n 为正整数);

同理可得，

右侧靠窗户的座位号码符合 $5n$ (n 为正整数);

又因为小佳希望和妈妈的座位连在一起，

所以只有 D 选项符合题意.

故选：D.

【点评】本题主要考查了数字变化的规律，能根据题意发现两侧靠窗户的座位号码的变化规律是解题的关键.

二、填空题（本题共 10 个小题，每小题 2 分，共 20 分）

- 11.（2 分）若海平面以上 1000 米记作+1000 米，则海平面以下 150 米记作 - 150 米 .

【分析】根据正负数表示相反的意义解答即可.

【解答】解：海平面以上 1000 米记作+1000 米，则海平面以下 150 米记作 - 150 米，

故答案为：- 150 米.

【点评】此题考查了正负数的理解：在一个事件中，规定一个量为正，则表示相反意义的量为负，正确理解正负数表示一对相反的意义是解题的关键.

- 12.（2 分）用四舍五入法将 0.05068 精确到千分位的近似值为 0.051 .

【分析】把万分位上的数字 6 进行四舍五入即可.

【解答】解：0.05068 $\approx$ 0.051（精确到千分位）.

故答案为：0.051.

【点评】本题考查了近似数：“精确度”是近似数的常用表现形式.

- 13.（2 分）比较大小： $-\frac{3}{4}$ $>$ $-\frac{4}{5}$.

【分析】先求出各个数的绝对值，再比较绝对值的大小，然后根据两个负数比较，绝对值大的反而小，进行判断即可.

【解答】解： $|\frac{3}{4}| = \frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ ， $|\frac{4}{5}| = \frac{4}{5} = \frac{16}{20}$ ，

$$\therefore \frac{15}{20} < \frac{16}{20},$$

$$\therefore -\frac{3}{4} > -\frac{4}{5},$$

故答案为： $>$.

【点评】本题主要考查了有理数的大小比较，解题关键是熟练掌握两个负数比较，绝对值大的反而小.

- 14.（2 分）整式 $2xy+xy^2-x^2y^3$ 是 五 次 三 项式.

【分析】根据多项式的性质进行解答. 多项式的次数是多项式中最高次项的次数，多项式的项数为组成多项式的单项式的个数.

【解答】解：多项式 $2xy+xy^2-x^2y^3$ 由三个单项式组成，最高次项是 $-x^2y^3$ ，次数是 5.

故答案为：五，三.

【点评】本题考查多项式的项数，次数的求解. 多项式中含有单项式的个数即为多项式的项数，包含的单项式中未知数的次数总和的最大值即为多项式的次数.

- 15.（2 分）用代数式表示： m 与 n 的差的平方 $(m-n)^2$.

【分析】根据题意，可以用 m 、 n 的代数式表示出 m 与 n 的差的平方。

【解答】解：由题意可得，

m 与 n 的差的平方是： $(m - n)^2$ ，

故答案为： $(m - n)^2$ 。

【点评】本题考查列代数式，解题的关键是明确题意，列出相应的代数式。

16. (2分) 点 A 在数轴上距离原点 4 个单位长度，且位于原点左侧，若将点 A 向左移动 6 个单位长度到点 B ，此时点 B 表示的数是 -10。

【分析】利用数轴知识解答。

【解答】解：根据题意可知点 A 表示的数为 -4 ， $-4 - 6 = -10$ ，

点 B 表示的数为 -10 。

故答案为： -10 。

【点评】本题考查了数轴，解题的关键是掌握数轴知识。

17. (2分) 有理数 a ， b ， c 在数轴上的对应点的位置如图所示，若 b 与 c 互为相反数，则 a ， b ， c 三个数中绝对值最大的数是 a 。



【分析】直接利用相反数的定义得出原点位置，进而结合绝对值的性质得出答案。

【解答】解：如图所示：



$\because b$ 与 c 互为相反数，

$\therefore$ 原点在 b ， c 中间位置，

$\therefore a$ 距离原点最远，

$\therefore a$ ， b ， c 三个数中绝对值最大的数是 a 。

故答案为： a 。

【点评】此题主要考查了有理数大小比较、数轴、相反数以及绝对值，正确得出原点位置是解题关键。

18. (2分) 如果有理数 x 、 y 满足 $(x - 1)^2 + |y + 3| = 0$ ，那么 xy 的值是 -3。

【分析】根据非负数的性质列出方程求出未知数的值，再代入所求代数式计算即可。

【解答】解： $\because (x - 1)^2 + |y + 3| = 0$ ，

$\therefore x - 1 = 0$ ， $y + 3 = 0$ ，

$\therefore x = 1$ ， $y = -3$ ，

$$\therefore xy = 1 \times (-3) = -3.$$

故答案为：-3.

【点评】本题考查了非负数的性质：掌握几个非负数的和为0，则这几个非负数分别等于0，并正确得出未知数的值是解题的关键.

19. (2分) 已知 a 、 b 互为相反数， c 、 d 互为倒数， $|x|=3$ ，求 $\frac{a+b}{5} + 3cd - x^2$ 的值是 -6 .

【分析】根据 a 、 b 互为相反数， c 、 d 互为倒数， $|x|=3$ ，可以得到 $a+b=0$ ， $cd=1$ ， $x^2=9$ ，然后代入所求式子计算即可.

【解答】解： $\because a$ 、 b 互为相反数， c 、 d 互为倒数， $|x|=3$ ，

$$\therefore a+b=0, cd=1, x^2=9,$$

$$\therefore \frac{a+b}{5} + 3cd - x^2$$

$$= \frac{0}{5} + 3 \times 1 - 9$$

$$= 0 + 3 - 9$$

$$= -6,$$

故答案为：-6.

【点评】本题考查有理数的混合运算，熟练掌握运算是解答本题的关键.

20. (2分) 已知 a 、 b 为有理数，下列说法：①若 a 、 b 互为相反数，则 $\frac{a}{b} = -1$ ；②若 $|a-b| + a - b = 0$ ，则 $a - b \leq 0$ ；③若 $a < b$ ， $ab < 0$ 且 $|a| < |b|$ ，则 $a+b > 0$ ；④若 $a+b < 0$ ， $ab > 0$ ，则 $|-3a-4b| = 3a+4b$ ；⑤若 $|a| > |b|$ ，则 $(a+b)(a-b) < 0$ ，其中正确的有 ②③ (请填序号).

【分析】对于①，当 $b=0$ 时，分式无意义，即可判断答案；对于②，化简得 $|a-b| = -(a-b)$ ，根据绝对值的非负性即可判断答案；对于③，分别判断 a 、 b 的符号即可；对于④，先判断 a 、 b 的符号，得出 $-3a-4b > 0$ ，即可判断答案；对于⑤，分四种情况讨论 a 、 b 的符号及 a 、 b 的大小，即可判断答案.

【解答】解：对于①，若 a 、 b 互为相反数，则 $a = -b$ ，当 $b \neq 0$ 时， $\frac{a}{b} = -1$ ，但 b 可能为0，此时分式无意义，故①错误；

对于②，由 $|a-b| + a - b = 0$ ，得 $|a-b| = -(a-b)$ ，根据绝对值的非负性，有 $-(a-b) \geq 0$ ，即 $a-b \leq 0$ ，故②正确；

对于③，由 $ab < 0$ 知 a 、 b 异号，又 $a < b$ 且 $|a| < |b|$ ，则 a 为负， b 为正，且 $a+b > 0$ ，故③正确；

对于④，由 $ab > 0$ 知 a 、 b 同号，又 $a+b < 0$ ，则 a 、 b 均为负，所以 $-3a-4b > 0$ ，故 $|-3a-4b| = -3a-4b$ ，故④错误；

$-4b$ ，故④错误；

对于⑤，由 $|a| > |b|$ ，分四种情况讨论，

当 $a > b > 0$ 时， $a+b > 0$ ， $a-b > 0$ ，所以 $(a+b)(a-b) > 0$ ，

当 $a > 0 > b$ 时， $a+b > 0$ ， $a-b > 0$ ，所以 $(a+b)(a-b) > 0$ ，

当 $a < b < 0$ 时， $a+b < 0$ ， $a-b < 0$ ，所以 $(a+b)(a-b) > 0$ ，

当 $a < 0 < b$ 时， $a+b < 0$ ， $a-b < 0$ ，所以 $(a+b)(a-b) > 0$ ，

综上所述，若 $|a| > |b|$ ，则 $(a+b)(a-b) > 0$ ，故⑤错误；

所以正确的有②③.

故答案为：②③.

【点评】 本题考查了相反数的定义，带有字母的绝对值化简，有理数的加减运算，有理数的乘法运算，用分类讨论的方法来解绝对值的问题是解本题的关键.

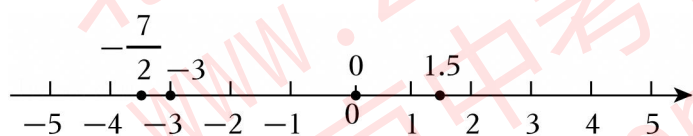
三、解答题（21 题 6 分，22 题每小题 6 分，共 16 分，23 题每小题 6 分，共 10 分，24 题 5 分，25 题每题 7 分，26 题和 27 题每题 8 分，共 60 分.）

21.（6 分）画一条数轴，在数轴上表示下列各数，并把它们按照从小到大的顺序用“ $<$ ”号排列.

-3 ， 1.5 ， 0 ， $-\frac{7}{2}$.

【分析】 把各数在数轴上表示出来，用“ $<$ ”把各数连接起来即可.

【解答】 解：如图，



故 $-\frac{7}{2} < -3 < 0 < 1.5$.

【点评】 本题考查的是有理数的大小比较以及数轴，熟知数轴上右边的数比左边的大是解题的关键.

22.（16 分）计算：

(1) $(-8) - (-3) + (-5) - (+6)$;

(2) $\frac{39}{7} - (\frac{6}{5} + \frac{11}{7} - \frac{31}{5})$;

(3) $(+\frac{10}{3}) \times (-\frac{3}{4}) \div (-10)$;

(4) $(\frac{1}{6} + \frac{5}{9} - \frac{7}{12}) \times (-36)$.

【分析】 (1) 利用有理数的加减法则计算即可；

(2) 先去括号，再利用加法交换律与结合律计算即可；

(3) 利用有理数的乘除法则计算即可;

(4) 利用乘法分配律展开并计算即可.

【解答】解: (1) 原式 $= -8 + 3 - 5 - 6$

$$= -5 - 5 - 6$$

$$= -16;$$

$$(2) \text{ 原式} = \frac{39}{7} - \frac{6}{5} - \frac{11}{7} + \frac{31}{5}$$

$$= \left(\frac{39}{7} - \frac{11}{7}\right) + \left(\frac{31}{5} - \frac{6}{5}\right)$$

$$= 4 + 5$$

$$= 9;$$

$$(3) \text{ 原式} = \frac{10}{3} \times \left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{1}{10}\right)$$

$$= 0.25;$$

$$(4) \text{ 原式} = \frac{1}{6} \times (-36) + \frac{5}{9} \times (-36) - \frac{7}{12} \times (-36)$$

$$= -6 - 20 + 21$$

$$= -5.$$

【点评】 本题考查有理数的混合运算, 熟练掌握相关运算法则是解题的关键.

23. (10 分) 计算:

$$(1) -2^2 + 16 \div (-2)^3 \times |-3 - 1|;$$

$$(2) (-1)^{2025} - 6^2 \div (-9) - 6 \div \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right).$$

【分析】 (1) 先算乘方, 再算乘除法, 然后算加法即可;

(2) 先算乘方和括号内的式子, 再算除法, 然后算减法即可.

【解答】 解: (1) $-2^2 + 16 \div (-2)^3 \times |-3 - 1|$

$$= -4 + 16 \div (-8) \times 4$$

$$= -4 + (-2) \times 4$$

$$= -4 + (-8)$$

$$= -12;$$

$$(2) (-1)^{2025} - 6^2 \div (-9) - 6 \div \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)$$

$$= -1 - 36 \div (-9) - 6 \div \left(-\frac{1}{6}\right)$$

$$= -1 + 4 + 6 \times 6$$

$$= -1 + 4 + 36$$

$$= 39.$$

【点评】 本题考查有理数的混合运算，熟练掌握运算法则是解答本题的关键.

24. (5 分) 一次空军航空开放活动中，某特技飞行队做五个特技表演动作，特技飞机起飞 0.8km 后的高度变化如表（比前一次上升记为正数，比前一次下降记为负数）：

表演动作	第一个	第二个	第三个	第四个	第五个
高度变化 (km)	+2.3	-1.4	+1.5	-1.4	-0.5

(1) 该飞机完成这五个表演动作后离地面的高度 1.3 km .

(2) 五个表演动作中飞的最高的是第 三 次，达到 3.2 km .

(3) 已知飞机平均每上升 1km 需消耗 4L 燃油，平均每下降 1km 需消耗 2L 燃油，那么这架飞机在完成这五个表演动作的过程中，一共消耗了多少升燃油？

【分析】 (1) 将表格中的数据相加，即可得到该飞机完成这五个表演动作后离地面的高度；

(2) 计算出完成每次动作后飞机的高度，即可得到五个表演动作中飞的最高的是第几次，此时达到的高度；

(3) 根据题意和表格中的数据，可以计算出这架飞机在完成这五个表演动作的过程中，一共消耗了多少升燃油.

【解答】 解：(1) $0.8 + 2.3 - 1.4 + 1.5 - 1.4 - 0.5 = 1.3$ (km),

即该飞机完成这五个表演动作后离地面的高度是 1.3km ,

故答案为：1.3；

(2) 完成第一个动作时的高度为： $0.8 + 2.3 = 3.1$ (km),

完成第二个动作时的高度为： $3.1 - 1.4 = 1.7$ (km),

完成第三个动作时的高度为： $1.7 + 1.5 = 3.2$ (km),

完成第四个动作时的高度为： $3.2 - 1.4 = 1.8$ (km),

完成第五个动作时的高度为： $1.8 - 0.5 = 1.3$ (km),

由上可得，五个表演动作中飞的最高的是第三次，达到 3.2km ,

故答案为：三，3.2；

(3) 由题意可得，

$$(2.3 + 1.5) \times 4 + (1.4 + 1.4 + 0.5) \times 2$$

$$=3.8 \times 4 + 3.3 \times 2$$

$$=15.2 + 6.6$$

$$=21.8 \text{ (L)},$$

即这架飞机在完成这五个表演动作的过程中，一共消耗了 21.8L 燃油。

【点评】 本题考查有理数的混合运算、正数和负数，解答本题的关键是明确题意，列出相应的算式。

25. (7 分) 在数学中，有许多关系都是在不经意间被发现的。当然，没有敏锐的观察力是做不到的。我们往往是这样来研究问题的：观察 - 猜想 - 验证 - 应用。下面我们也来这样探索一个问题。如图，边长为 a 的正方形纸片剪出一个边长为 b 的小正方形之后，剩余部分（即阴影部分）又剪拼成一个长方形（不重叠无缝隙）。

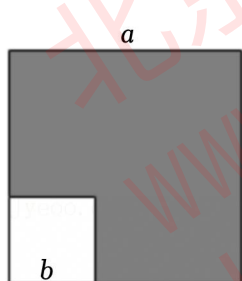
(1) 图①中阴影部分的面积是 $a^2 - b^2$ （用含 a 、 b 的代数式表示）；图②中阴影部分长方形的长是 $a+b$ ，宽是 $a-b$ ，面积是 $(a+b)(a-b)$ （用含 a 、 b 的代数式表示）。

(2) 根据图①和图②的面积关系，请你用含 a 、 b 的等式表示出你发现的结论： $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 。

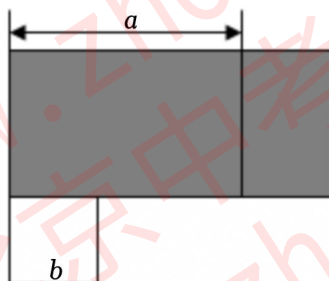
(3) 当 $a = -4$ ， $b = 2$ 时，请你验证你的结论是否成立。

(4) 利用你发现的结论，完成下列问题：

若 $a^2 - b^2 = 6$ ，且 $a+b=3$ ，则 $a-b=2$ 。



图①



图②

【分析】 (1) 图①中阴影部分面积等于大正方形面积减去小正方形面积；图②的阴影部分是一个长方形，其长为两个正方形的边长之和，其宽为两个正方形的边长之差，据此可得面积；

(2) 根据图①和图②的阴影部分面积相等，即可得到答案；

(3) 根据 (1) 所求分别计算出两个图形的面积即可得到结论；

(4) 根据 (2) 的结论求解即可。

【解答】 解：(1) 由题意得，图①中阴影部分的面积为 $a^2 - b^2$ ，

图②中阴影部分长方形的长是 $a+b$ ，宽是 $a-b$ ，则面积为 $(a+b)(a-b)$ ，

故答案为： $a^2 - b^2$ ； $a+b$ ； $a-b$ ； $(a+b)(a-b)$ ；

(2) ∵图①和图②中的阴影部分面积相等,

$$\therefore a^2 - b^2 = (a+b)(a-b),$$

故答案为: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$;

$$(3) \text{ 当 } a = -4, b = 2 \text{ 时, } a^2 - b^2 = (-4)^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12,$$

$$(a+b)(a-b) = (-4+2) \times (-4-2) = -2 \times (-6) = 12,$$

$$\therefore \text{此时 } a^2 - b^2 = (a+b)(a-b);$$

$$(4) \because a^2 - b^2 = 6, \text{ 且 } a+b=3, a^2 - b^2 = (a+b)(a-b),$$

$$\therefore 6 = 3(a-b),$$

$$\therefore a-b=2,$$

故答案为: 2.

【点评】 本题主要考查了列代数式和代数式求值, 正确理解题意是解题的关键.

26. (8分) 探究并解决问题:

对有理数 a, b 定义了一种新的运算, 叫作“乘减法”, 记作 “ $a \otimes b$ ”. 按照“乘减法”运算的算式:

$$\textcircled{1} (+4) \otimes (+3) = +1; \textcircled{2} (+12) \otimes (-3) = -9; \textcircled{3} (-2) \otimes (+5) = -3; \textcircled{4} (-6) \otimes (-1) = +5; \textcircled{5} (+\frac{1}{3}) \otimes (+1) = +\frac{2}{3}; \textcircled{6} (-4) \otimes (+0.5) = -3.5; \textcircled{7} (-8) \otimes (-8) = 0; \textcircled{8} (+4.1) \otimes (-4.1) = 0; \textcircled{9} (+21) \otimes 0 = +21; \textcircled{8} 0 \otimes (-\frac{7}{3}) = +\frac{7}{3}.$$

(1) 请将下面整理的“乘减法”法则补充完整:

绝对值不相等的两数相“乘减”, 同号得 正, 异号得 负, 并 较大的绝对值减去较小的绝对值, 绝对值相等的两数相“乘减”, 都得 0; 一个数与 0 相“乘减”, 或 0 与一个数相“乘减”, 都得这个数的绝对值.

$$(2) \text{ 计算: } [(-3) \otimes 0] \otimes [2 \otimes (-4)].$$

(3) 有理数加法和乘法都有结合律, 结合律在有理数的“乘减”运算中还适用吗? 请你判断并举例验证 (注: 如果不适用, 举一反例即可).

【分析】 (1) 结合题干中的算式解答即可;

(2) 利用 (1) 中总结的法则解答即可;

(3) 举例后, 利用计算结果的不同说明即可.

【解答】 解: (1) 绝对值不相等的两数相“乘减”, 同号得正, 异号得负, 并用较大的绝对值减去较小的绝对值, 绝对值相等的两数相“乘减”, 都得 0; 一个数与 0 相“乘减”, 或 0 与一个数相“乘减”, 都得这个数的绝对值.

故答案为：正；负；较大的绝对值减去较小的绝对值；0；

$$\begin{aligned}(2) & [(-3) \otimes 0] \otimes [2 \otimes (-4)] \\ & = (+3) \otimes (-2) \\ & = -1.\end{aligned}$$

(3) 结合律在有理数的“乘减”运算中不适用. 例如：

$$2 \otimes 3 \otimes 4,$$

$$\because (2 \otimes 3) \otimes 4 = (+1) \otimes 4 = +3, 2 \otimes (3 \otimes 4) = 2 \otimes (+1) = +1, \text{显然 } +3 \neq +1,$$

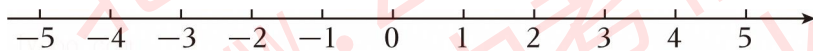
$\therefore$ 结合律在有理数的“乘减”运算中不适用.

【点评】 本题主要考查了实数的运算，本题是新定义型，熟练掌握新定义的规定并熟练运用是解题的关键.

27. (8分) 通过学习我们知道， $|x|$ 的几何意义是：数轴上表示数 x 的点到原点的距离. 由于 $|x|$ 可以看作 $|x - 0|$ ，那么 $|x - 0|$ 的几何意义为数轴上表示数 x 与0的两点间的距离. 这个结论还可以推广为： $|x - a|$ 的几何意义为数轴上表示数 x 与 a 的两点间的距离.

例如， $|x - 5|$ 的几何意义为数轴上表示数 x 与5的两点间的距离，若 $|x - 5| = 1$ ，则 x 的值为4或6.

给出定义：数轴上表示数 x 的点与表示数 a, b 的点之间的距离之和 $|x - a| + |x - b|$ 称为 x 与 a, b 的“关联距离”. 例如， $|x - 1| + |x + 2|$ 为 x 与1, -2的“关联距离”， $|x - 1| + |x - 2| + |x + 3|$ 为 x 与1, 2, -3的“关联距离”.



(1) 若 $|x + 2| = 3$ ，则 x 的值为 -5 或 1；

(2) 若 x 与1, -2的“关联距离”为3，满足条件的 x 的非负整数值是 0 和 1；

(3) 若 x 与1, -2的“关联距离”为5， x 的值是 -3 或 2；

(4) “关联距离” $|x + 2| + |x + 5| + |x - 1|$ 的最小值是 6，此时 x 的值是 -2。

【分析】 (1) $|x + 2| = 3$ 表示的是数轴上表示数 x 的点到表示数-2的距离为3，据此根据数轴上两点距离计算公式求解即可；

(2) 设数轴上点 A ，点 B ，点 C 分别表示数 x ，数-2，数1，则 $BC = 1 - (-2) = 3$ ； $|x + 2| + |x - 1| = AB + AC$ ，再讨论点 A 的位置，进而表示出 $AB + AC$ ，从而确定 x 的取值范围即可得到答案；

(3) 由(2)可得当点 A 在点 B 左侧时， $AB + AC = 2AB + 3 = 5$ ，当点 A 在点 B 右侧时， $AB + AC = 2AC + 3 = 5$ ，据此求出 AB 或 AC 的长即可得到答案；

(4) 根据(2)和绝对值的非负性可证明当 $x = -2$ 时， $|x + 5| + |x - 1|$ 和 $|x + 2|$ 能同时取得最小值，据此可得答案.

【解答】解：（1）由题意得， $|x+2|=3$ 表示的是数轴上表示数 x 的点到表示数 -2 的距离为 3 ，

$\therefore$ 当数 x 在数 -2 的左侧时， $x = -2 - 3 = -5$ ，

当数 x 在数 -2 的右侧时， $x = -2 + 3 = 1$ ，

$\therefore x$ 的值为 -5 或 1 ，

故答案为： -5 或 1 ；

（2） $\because x$ 与 1 ， -2 的“关联距离”为 3 ，

$\therefore |x+2|+|x-1|=3$ ；

设数轴上点 A ，点 B ，点 C 分别表示数 x ，数 -2 ，数 1 ，则 $BC = 1 - (-2) = 3$ ；

$\therefore |x+2|+|x-1|=AB+AC$ ，

当点 A 在点 B 左侧时，则 $AB+AC=AB+BC+AB=2AB+3>3$ ，不符合题意；

当点 A 在点 B 和点 C 之间时（包含点 B 和点 C ），则 $AB+AC=BC=3$ ，符合题意；

当点 A 在点 B 右侧时，则 $AB+AC=AC+BC+AC=2AC+3>3$ ，不符合题意；

综上所述，当点 A 在点 B 和点 C 之间时 $|x+2|+|x-1|=AB+AC=3$ ，

$\therefore -2 \leq x \leq 1$ ，

$\therefore$ 满足条件的 x 的非负整数值是 0 和 1 ，

故答案为： 0 和 1 ；

（3）由设数轴上点 A ，点 B ，点 C 分别表示数 x ，数 -2 ，数 1 ，

$\therefore |x+2|+|x-1|=AB+AC$ ，

由（2）可得当点 A 在点 B 左侧时， $AB+AC=2AB+3=5$ ，

$\therefore AB=1$ ，

$\therefore x = -2 - 1 = -3$ ；

当点 A 在点 B 右侧时， $AB+AC=2AC+3=5$ ，

$\therefore AC=1$ ，

$\therefore x = 1 + 1 = 2$ ；

综上所述， x 的值为 -3 或 2 ，

故答案为： -3 或 2 ；

（4）同理可得当 $-5 \leq x \leq 1$ 时， $|x+5|+|x-1|$ 有最小值，最小值为 $x+5+1-x=6$ ，

$\therefore |x+2| \geq 0$ ，

$\therefore$ 当 $x = -2$ 时， $|x+2|$ 有最小值，最小值为 0 ，

$\therefore$ 当 $x = -2$ 时， $|x+5|+|x-1|$ 和 $|x+2|$ 能同时取得最小值，

∴ 当 $x = -2$ 时, $|x+2|+|x+5|+|x-1|$ 有最小值, 最小值为 $6+0=6$.

故答案为: 6; -2 .

【点评】 本题主要考查了绝对值的几何意义, 数轴上的两点距离计算, 正确理解题意是解题的关键.