

2025-2026 学年北京市人大附中朝阳学校七年级（上）期中数学试卷

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

1.（3 分）-5 的倒数是（ ）

- A. $\frac{1}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. -5 D. 5

2.（3 分）北京故宫是中国明清两代的皇家宫殿，旧称为紫禁城，是中国古代宫廷建筑之精华，深受国内外游客的喜爱。据报道，北京故宫在 2015 年全年参观的总人数约为 15 060 000 人。将 15 060 000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 1.506×10^8 B. 1.506×10^7 C. 15.06×10^6 D. 15.06×10^7

3.（3 分）单项式 $-5x^2y$ 的系数和次数分别是（ ）

- A. 5, 3 B. -5, 3 C. 5, 2 D. -5, 2

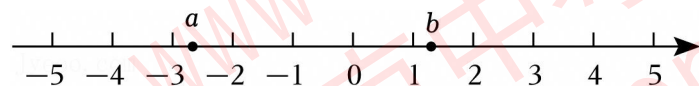
4.（3 分）下列计算正确的是（ ）

- A. $1-3=-2$ B. $-3+2=-5$
C. $3 \times (-2)=6$ D. $(-4) \div (-2)=\frac{1}{2}$

5.（3 分）下列计算正确的是（ ）

- A. $3a+2b=5ab$ B. $5ab^2-5a^2b=0$
C. $7a+a=7a^2$ D. $-ab+3ba=2ab$

6.（3 分）若有理数 a , b 在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是（ ）

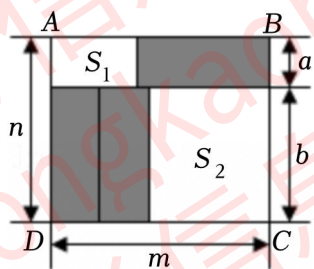


- A. $a > -2$ B. $a > -b$ C. $ab < 0$ D. $|a| < |b|$

7.（3 分）下列各对相关量中，不成反比例关系的是（ ）

- A. 车间计划加工 1000 个零件，加工时间与平均每天加工的零件个数
B. 社团共有 80 名学生，按各组人数相等的要求分组，组数与每组的人数
C. 圆柱的体积为 $15m^3$ ，圆柱的底面积与高
D. 计划用 100 元购买苹果和香蕉两种水果，购买苹果的金额与购买香蕉的金额

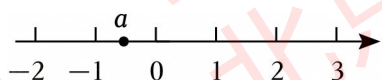
8.（3 分）三个完全相同的小长方形不重叠地放入大长方形 $ABCD$ 中，将图中的两个空白小长方形分别记为 S_1 , S_2 ，各长方形中长与宽的数据如图所示。则以下结论中正确的是（ ）



- A. $a+2b=m$
- B. 小长方形 S_1 的周长为 $a+m-b$
- C. S_1 与 S_2 的周长和恰好等于长方形 $ABCD$ 的周长
- D. 只需知道 a 和 m 的值, 即可求出 S_1 与 S_2 的周长和

二、填空题 (每题 3 分, 共 24 分)

9. (3 分) $-\frac{1}{3}$ 的相反数是 _____ .
10. (3 分) 比较大小: $-\frac{2}{3}$ _____ $-\frac{3}{4}$.
11. (3 分) 用四舍五入法将 1.5368 精确到 0.01, 所得到的近似数为 _____ .
12. (3 分) “ m 的 2 倍与 1 的差” 用代数式表示为: _____ .
13. (3 分) 《九章算术》中注有“今两算得失相反, 要令正负以名之”. 意思是今有两数, 若其意义相反, 则分别叫做正数与负数. 如果钟表的分针逆时针方向旋转 50° , 记作 $+50^\circ$, 则顺时针方向旋转 35° , 记作 _____ $^\circ$.
14. (3 分) 写出 $-\frac{2}{3}a^2b$ 的一个同类项: _____ .
15. (3 分) 数 a 所表示的点在数轴上的位置如图所示, 化简 $|a|+|a+4|$ = _____ .



16. (3 分) 中国古代很早就用算筹来表示数并进行计算, 算筹有横式和纵式两种, 表示个位、百位、万位… 时用纵式算筹, 而表示十位、千位、十万位… 时用横式算筹, 下面的图 1 是算筹的横式与纵式所表示的数字 1 - 9, 当时并没有代表 0 的符号, 而是用空位米表示 0. 算筹不仅使用了十进制, 而且是“位值制”, 从右往左, 第一位表示有几个 1, 第二位表示有几个 10, … 依此类推. 图 2 是用算筹进行加法计算的过程, 请补全图 2 中的数字和图形.

图2

(1) 通过计算说明 A 处在南礼士路口的什么方向? 距离南礼士路口有多远?

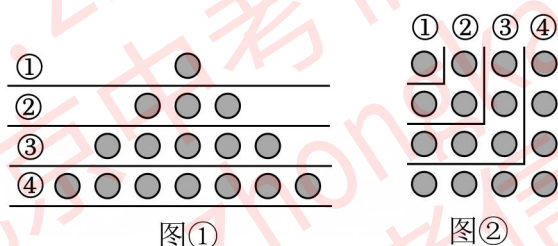
(2) 若巡警所骑摩托车行驶 1 千米耗油 0.05 升, 则这一天摩托车共耗油多少升?

24. (5 分) 如图所示, 改变五子棋中黑棋的摆放方式, 解答下列问题.

(1) 观察图①和图②, 五子棋分别被直线和折线隔开摆放成 4 层, 按照图中规律继续摆下去, 第 n 层有 _____ 个棋子;

(2) 数图中棋子的总个数可以有多种不同的方法: 如: 前 2 层棋子的个数和为 $(1+3)$ 或 2^2 , 因此可以得到 $1+3=2^2$, 同样, 前 3 层棋子的个数和为 $1+3+5=3^2$, 前 4 层棋子的个数和为 $1+3+5+7=4^2$, ... 根据上述规律, 前 n 层棋子的个数和用含 n 的代数式可以表示为 _____ ;

(3) 运用 (2) 中发现的规律, 计算: $1+3+5+\cdots+99$.



25. (5 分) 对于一个有理数 a , 定义其伙伴为 $f(a) = 2a - 1$, 如: 3 的伙伴为 $f(3) = 2 \times 3 - 1 = 5$, 即 3 的伙伴是 5; 5 的伙伴为 $f(5) = 2 \times 5 - 1 = 9$, 即 5 的伙伴是 9; 9 的伙伴为 $f(9) = 2 \times 9 - 1 = 17$, ..., 如此继续下去, 一个数的伙伴的伙伴..., 构成这个数的伙伴群落.

(1) 已知 b 是 a 的伙伴, 则 $b =$ _____ ; (用含 a 的式子表示)

(2) 如果一个数的伙伴群落只有一个数, 则这个数是 _____ ;

(3) 若 a, b, c 是伙伴群落中连续的三个数 (即 b 是 a 的伙伴, c 是 b 的伙伴), 用含 a 的代数式表示 c ;

(4) 在 (3) 的条件下, 你认为 $(c - 1) - 2(b - 1)$ 是一个常数吗? 如果是, 请你求出这个常数. 如果不是, 请说明理由.

26. (6 分) 如图 1, 点 A, B, C 是数轴上从左到右排列的三个点, 分别对应的数 $-2, b, 8$. 某同学将测度尺如图 2 放置, 使刻度尺上的数字 0 对齐数轴上的点 A , 发现点 B 对齐刻度 1.2cm , 点 C 对齐刻度 6.0cm , 我们把数轴上点 A 到点 C 的距离表示为 AC , 同理, A 到点 B 的距离表示为 AB .

(1) 在图 1 的数轴上, $AC =$ _____ 个长度单位; 在图 2 的刻度尺上, $AC =$ _____ cm ; 数轴上的 1 个长度单位对应刻度尺上的 _____ cm ;

(2) 在数轴上点 B 所对应的数为 b , 若点 Q 是数轴上一点, 且满足 $CQ = 2AB$, 请通过计算, 求 b 的值及点 Q 所表示的数;

(3) 在 (2) 的条件下, 点 M, N 分别从 B, C 出发, 同时向右匀速运动, 点 M 的运动速度为 5 个单

位长度/秒，点 N 的速度为 3 个单位长度/秒，设运动的时间为 t 秒 ($t > 0$)。在 M, N 运动过程中，若 $AM -$

$\frac{5}{2}MN = 22$ 成立，请直接写出一个满足条件的 t 的值， $t =$ _____。



图 1

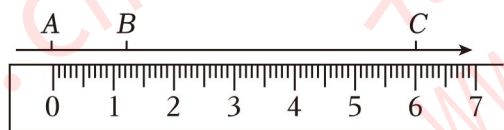


图 2



备用图

四、附加题 (10 分)

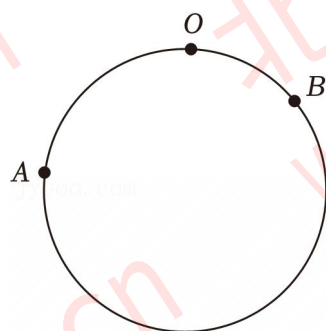
27. 如图是一个 400 米长的圆形跑道，从 O 点出发，沿跑道顺时针跑出 52 米的距离记作 +52 米，逆时针跑出 60 米记作 -60 米。已知跑道上的两点 A, B 对应的有理数分别为 a, b ，且满足： $(a+80)^2 + |b-40| = 0$ 。

(1) $a+b =$ _____；

(2) 定义 1：跑道上任意两点之间较短圆弧的长度叫做这两点的弧距。

定义 2：若点 M 为跑道上 A, B 两点之间较短圆弧上的一点，且到 A, B 两点的弧距满足：其中一个弧距是另一个弧距的 3 倍，则称 M 为 A, B 两点的“友谊点”。①直接写出 A, B 两点的“友谊点” M 在跑道上对应的有理数；

②点 P 以每秒 40 个单位长度的速度从点 A 出发，沿跑道逆时针运动，同时点 Q 以每秒 20 个单位长度的速度从点 B 出发，沿跑道顺时针运动。当 Q 与 O 重合时，运动停止。当 P 为 O, Q 两点的“友谊点”时，此时运动的时间为 t 秒，请直接写出 t 的所有可能取值。



2025-2026 学年北京市人大附中朝阳学校七年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	B	B	A	D	C	D	D

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

1. （3 分）-5 的倒数是（ ）

- A. $\frac{1}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. -5 D. 5

【分析】根据倒数的意义进行解答即可.

【解答】解：∵ $(-5) \times (-\frac{1}{5}) = 1$,

∴ -5 的倒数是 $-\frac{1}{5}$.

故选：B.

【点评】本题考查的是倒数，熟知乘积是 1 的两数互为倒数是解答此题的关键.

2. （3 分）北京故宫是中国明清两代的皇家宫殿，旧称为紫禁城，是中国古代宫廷建筑之精华，深受国内外游客的喜爱. 据报道，北京故宫在 2015 年全年参观的总人数约为 15 060 000 人. 将 15 060 000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 1.506×10^8 B. 1.506×10^7 C. 15.06×10^6 D. 15.06×10^7

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：15 060 000 = 1.506×10^7 .

故选：B.

【点评】此题考查科学记数法表示较大数的方法，准确确定 a 与 n 值是关键.

3. （3 分）单项式 $-5x^2y$ 的系数和次数分别是（ ）

- A. 5, 3 B. -5, 3 C. 5, 2 D. -5, 2

【分析】根据单项式的次数、系数的定义解答.

【解答】解：单项式 $-5x^2y$ 的系数和次数分别是 -5, 3,

故选：B.

【点评】此题考查了单项式，需要注意：单项式中的数字因数叫做这个单项式的系数，单项式中，所有字母的指数和叫做这个单项式的次数.

4. (3分) 下列计算正确的是 ()

A. $1-3=-2$

B. $-3+2=-5$

C. $3\times(-2)=6$

D. $(-4)\div(-2)=\frac{1}{2}$

【分析】计算出各个选项中式子的正确结果，即可判断哪个选项符合题意.

【解答】解： $1-3=-2$ ，故选项A正确，符合题意；

$-3+2=-1$ ，故选项B错误，不符合题意；

$3\times(-2)=-6$ ，故选项C错误，不符合题意；

$(-4)\div(-2)=2$ ，故选项D错误，不符合题意；

故选：A.

【点评】本题考查有理数的混合运算，熟练掌握运算法则是解答本题的关键.

5. (3分) 下列计算正确的是 ()

A. $3a+2b=5ab$

B. $5ab^2-5a^2b=0$

C. $7a+a=7a^2$

D. $-ab+3ba=2ab$

【分析】合并同类项是指同类项的系数相加，并把得到结果作为新系数，要保持同类项的字母和字母的指数不变，据此计算即可.

【解答】解：A、 $3a$ 与 $2b$ 不是同类项，所以不能合并，故本选项不合题意；

B、 $5ab^2$ 与 $-5a^2b$ 不是同类项，所以不能合并，故本选项不合题意；

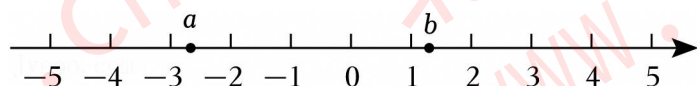
C、 $7a+a=8a$ ，故本选项不合题意；

D、 $-ab+3ba=2ab$ ，故本选项符合题意.

故选：D.

【点评】本题主要考查了合并同类项，熟记合并同类项法则是解答本题的关键.

6. (3分) 若有理数 a ， b 在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是 ()



A. $a > -2$

B. $a > -b$

C. $ab < 0$

D. $|a| < |b|$

【分析】根据数轴上点的位置，先确定 a 、 b 对应点的数的正负和它们的绝对值，再逐个判断得结论.

【解答】解：由数轴知： $-3 < a < -2$ ，故选项A结论错误，不符合题意；

由数轴知, $b < 2$, 所以 $-b > -2$, 又 $a < -2$, 所以 $a < -b$, 故选项 B 结论错误, 不符合题意;

因为 $a < 0$, $b > 0$, 所以 $ab < 0$, 故选项 C 结论正确, 符合题意;

因为 $-3 < a < -2$, $1 < b < 2$, 所以 $2 < |a| < 3$, $1 < |b| < 2$, 所以 $|a| < |b|$, 故选项 D 结论错误, 不符合题意.

故选: C .

【点评】 本题考查了数轴、绝对值及有理数乘法的符号法则. 认真分析数轴得到有用信息是解决本题的关键.

7. (3 分) 下列各对相关连的量中, 不成反比例关系的是 ()

A. 车间计划加工 1000 个零件, 加工时间与平均每天加工的零件个数

B. 社团共有 80 名学生, 按各组人数相等的要求分组, 组数与每组的人数

C. 圆柱的体积为 $15m^3$, 圆柱的底面积与高

D. 计划用 100 元购买苹果和香蕉两种水果, 购买苹果的金额与购买香蕉的金额

【分析】 根据反比例的定义解答即可.

【解答】 解: A 、加工时间与每天加工的零件个数的乘积为 1000, 成反比例, 不符合题意;

B 、组数与每组的人数的乘积为 80, 成反比例, 不符合题意;

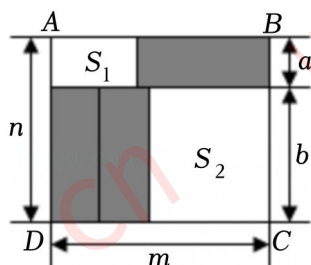
C 、圆柱的底面积与高的乘积为 15, 成反比例, 不符合题意;

D 、苹果的金额与购买香蕉的金额的乘积不是定值, 不成反比例, 符合题意,

故选: D .

【点评】 本题考查的是反比例, 熟知“反比例, 指的是两种相关联的变量, 一种量变化, 另一种量也随着变化, 如果这两种量中相对应的两个数的乘积一定, 那么他们就叫做成反比例的量, 他们的关系叫做反比例关系.” 是解题的关键.

8. (3 分) 三个完全相同的小长方形不重叠地放入大长方形 $ABCD$ 中, 将图中的两个空白小长方形分别记为 S_1 , S_2 , 各长方形中长与宽的数据如图所示. 则以下结论中正确的是 ()



A. $a + 2b = m$

B. 小长方形 S_1 的周长为 $a + m - b$

C. S_1 与 S_2 的周长和恰好等于长方形 $ABCD$ 的周长

D、只需知道 a 和 m 的值，即可求出 S_1 与 S_2 的周长和

【分析】A、由图可知， $a+2b \neq m$ ；

B、小长方形 S_1 的长为 $(m-b)$ ，宽为 a ，根据周长公式列式计算，即可判断；

C、分别计算 S_1 与 S_2 的周长，以及长方形 $ABCD$ 的周长，即可判断；

D、由 C 知，只需知道 a 和 m 的值，即可求出 S_1 与 S_2 的周长和。

【解答】解：A、由图可知， $a+2b \neq m$ ，故本选项结论错误，不符合题意；

B、小长方形 S_1 的周长为： $2(m-b)+2a=2m-2b+2a$ ，故本选项结论错误，不符合题意；

C、小长方形 S_1 的周长为 $2m-2b+2a$ ，小长方形 S_2 的周长为： $2(m-2a)+2b=2m-4a+2b$ ，

所以 S_1 与 S_2 的周长和为： $2m-2b+2a+2m-4a+2b=4m-2a=2m-2a+2m$ ，

长方形 $ABCD$ 的周长为： $2m+2n=2m-2a+4a+2b$ ，

如果 S_1 与 S_2 的周长和恰好等于长方形 $ABCD$ 的周长，那么 $2m=4a+2b$ ，即 $m=2a+b$ ，但是图中 $a+2b \neq m$ ，

故本选项结论错误，不符合题意；

D、由 C 知， S_1 与 S_2 的周长和为 $4m-2a$ ，

所以只需知道 a 和 m 的值，即可求出 S_1 与 S_2 的周长和，

故本选项结论正确，符合题意。

故选：D。

【点评】本题考查了整式加减运算的应用，准确识图，得出 m 、 n 与 a 、 b 之间的关系是解题关键。

二、填空题（每题 3 分，共 24 分）

9.（3 分） $-\frac{1}{3}$ 的相反数是 $-\frac{1}{3}$ 。

【分析】只有符号不同的两个数叫做互为相反数，由此即可得到答案。

【解答】解： $-\frac{1}{3}$ 的相反数是 $\frac{1}{3}$ 。

故答案为： $\frac{1}{3}$ 。

【点评】本题考查相反数，关键是掌握相反数的定义。

10.（3 分）比较大小： $-\frac{2}{3}$ $>$ $-\frac{3}{4}$ 。

【分析】先计算 $|\frac{2}{3}|=\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$ ， $|\frac{3}{4}|=\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$ ，然后根据负数的绝对值越大，这个数反而越小即可得到它们的关系关系。

【解答】解： $\because |\frac{2}{3}|=\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$ ， $|\frac{3}{4}|=\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$ ，

$$\text{而 } \frac{8}{12} < \frac{9}{12},$$

$$\therefore -\frac{2}{3} > -\frac{3}{4}.$$

故答案为：>.

【点评】本题考查了有理数的大小比较：正数大于零，负数小于零；负数的绝对值越大，这个数反而越小.

11. (3分) 用四舍五入法将 1.5368 精确到 0.01, 所得到的近似数为 1.54 .

【分析】对千分位数字四舍五入即可.

【解答】解：用四舍五入法将 1.5368 精确到 0.01, 所得到的近似数为 1.54,

故答案为：1.54.

【点评】本题主要考查近似数，解题的关键是掌握近似数的概念.

12. (3分) “ m 的 2 倍与 1 的差”用代数式表示为： $2m - 1$.

【分析】根据题意列出代数式即可.

【解答】解：由题知，

“ m 的 2 倍与 1 的差”用代数式表示为： $2m - 1$.

故答案为： $2m - 1$.

【点评】本题主要考查了列代数式，能根据题意列出代数式是解题的关键.

13. (3分) 《九章算术》中注有“今两算得失相反，要令正负以名之”. 意思是今有两数，若其意义相反，则分别叫做正数与负数. 如果钟表的分针逆时针方向旋转 50° ，记作 $+50^\circ$ ，则顺时针方向旋转 35° ，记作 -35 $^\circ$.

【分析】根据相反意义的量的定义即可解答.

【解答】解：钟表的分针逆时针方向旋转 50° ，记作 $+50^\circ$ ，顺时针方向旋转 35° ，记作 -35° .

故答案为： -35 .

【点评】本题主要考查了相反意义的量，掌握相反意义的量的定义是解题关键.

14. (3分) 写出 $-\frac{2}{3}a^2b$ 的一个同类项： $2a^2b$ (答案不唯一) .

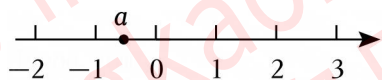
【分析】根据同类项的定义解答即可.

【解答】解：答案不唯一，如 $2a^2b$.

故答案为： $2a^2b$ (答案不唯一).

【点评】本题考查了同类项的定义，熟知所含字母相同，并且相同字母的指数也相同，这样的项叫做同类项是解题的关键.

15. (3分) 数 a 所表示的点在数轴上的位置如图所示, 化简 $|a|+|a+4| = \underline{4}$.



【分析】由数轴可得 $-1 < a < 0$, 则 $a+4 > 0$, 然后利用绝对值的性质化简即可.

【解答】解: 由数轴可得 $-1 < a < 0$,

则 $a+4 > 0$,

原式 $= -a + a + 4 = 4$,

故答案为: 4.

【点评】本题考查绝对值, 数轴, 熟练掌握其性质是解题的关键.

16. (3分) 中国古代很早就用算筹来表示数并进行计算, 算筹有横式和纵式两种, 表示个位、百位、万位…时用纵式算筹, 而表示十位、千位、十万位…时用横式算筹, 下面的图1是算筹的横式与纵式所表示的数字1-9, 当时并没有代表0的符号, 而是用空位表示0. 算筹不仅使用了十进制, 而且是“位值制”, 从右往左, 第一位表示有几个1, 第二位表示有几个10, …依此类推. 图2是用算筹进行加法计算的过程, 请补全图2中的数字和图形.



图1

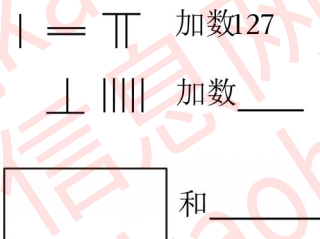


图2

【分析】根据算筹记数规定可知加数, 计算加法得到和, 再依规定即可得到和表示的数.

【解答】解: 一个加数是127, 根据题意得: 另一加数是65, 和是 $127+65=192$,

所以数字和的图形为:

故答案为: 65, 192,

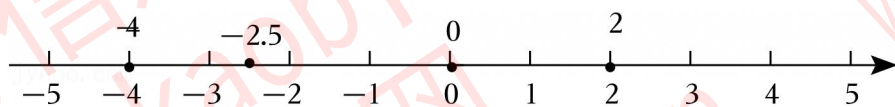
【点评】本题考查了有理数的加法, 用数字表示事件, 掌握有理数的加法的运算法则是关键.

三、解答题(本题共52分, 第17题4分, 18题8分; 19题8分; 第20-23题每题4分; 第24, 25题每题5分; 26题6分)

17. (4分) 把数2, 0, -4, -2.5表示在数轴上, 并用“<”号把这些数连接起来.

【分析】准确画出数轴, 把数表示在数轴上, 按照从小到大的顺序用“<”号连接起来即可.

【解答】解: 把数2, 0, -4, -2.5表示在数轴上, 如图,



用“<”号把这些数连接起来： $-4 < -2.5 < 0 < 2$.

【点评】 此题考查了用数轴上的点表示有理数和比较大小，准确找到数的位置是解题的关键.

18. (8分) 计算:

(1) $-20 - (-11)$;

(2) $-10 \div \frac{1}{3} \times \frac{3}{5}$.

【分析】 (1) 按照有理数运算法则计算即可求解;

(2) 按照有理数运算法则计算即可求解.

【解答】 解: (1) 原式 $= -20 + 11$

$$= -9;$$

(2) 原式 $= -10 \times 3 \times \frac{3}{5}$

$$= -18.$$

【点评】 本题考查有理数混合运算，熟练运用计算法则是解决本题的关键.

19. (8分) 计算:

(1) $-1^{2024} + (-5)^2 \times \frac{2}{5} - |-3|$;

(2) $(-2)^3 + (-\frac{2}{3} - \frac{5}{6} + \frac{11}{12}) \div (-\frac{1}{24})$.

【分析】 (1) 先计算乘方和绝对值，再计算乘法，最后计算加减即可;

(2) 先计算乘方、除法转化为乘法，继而利用乘法分配律展开，进一步计算即可.

【解答】 解: (1) 原式 $= -1 + 25 \times \frac{2}{5} - 3$

$$= -1 + 10 - 3$$

$$= 6;$$

(2) 原式 $= -8 + (-\frac{2}{3} - \frac{5}{6} + \frac{11}{12}) \times (-24)$

$$= -8 + 24 \times \frac{2}{3} + 24 \times \frac{5}{6} - 24 \times \frac{11}{12}$$

$$= -8 + 16 + 20 - 22$$

$$= 6.$$

【点评】 本题主要考查有理数的混合运算，解题的关键是掌握有理数的混合运算顺序和运算法则.

20. (4分) 化简: $-3mn+8+5mn-3$.

【分析】根据合并同类项法则计算即可.

【解答】解: $-3mn+8+5mn-3$

$$= (-3+5)mn + (8-3)$$

$$= 2mn+5.$$

【点评】本题考查的是合并同类项, 把同类项的系数相加, 所得结果作为系数, 字母和字母的指数不变.

21. (4分) 先化简, 再求值: $3(a^2b+ab^2) - (3a^2b-1) - ab^2-1$, 其中 $a=1, b=-3$.

【分析】去括号、合并同类项即可化简原式, 再将 a, b 的值代入计算即可.

【解答】解: 原式 $= 3a^2b+3ab^2 - 3a^2b+1 - ab^2 - 1$

$$= 2ab^2,$$

当 $a=1, b=-3$ 时,

$$\text{原式} = 2 \times 1 \times (-3)^2$$

$$= 2 \times 9$$

$$= 18.$$

【点评】本题主要考查整数的化简求值, 解题的关键是熟练掌握整式的混合运算顺序和运算法则.

22. (4分) 以下是一位同学所做的有理数运算解题过程的一部分:

$$\begin{aligned} & -1 + \frac{2^2}{3} + 4 \div (-6) \times (-\frac{1}{3}) + |-7\frac{1}{4}| + 4\frac{1}{2} \\ & = 1 - \frac{4}{9} + 4 + 2 + |-11\frac{3}{4}| \\ & \quad \text{④} \end{aligned} \quad \begin{array}{|l} \text{原式=} \end{array}$$

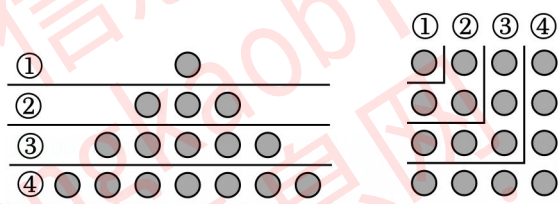
(1) 请你在上面的解题过程中仿照给出的方式改错; 并将正确的第一步运算完整地写在右侧方框内 (不用算出最终结果);

(2) 请就此题反映出的该同学有理数运算掌握的情况进行错因分析.

【分析】(1) 出错地方有 2 处, 一是绝对值求错, 一是乘除运算顺序错误, 改正即可;

(2) 根据有理数运算顺序写出建议即可.

【解答】解: (1)



图①

图②

【分析】(1) 根据所给图形，依次求出每层棋子的个数，发现规律即可解决问题.

(2) 根据所给规律即可解决问题.

(3) 根据(2)中发现的规律进行计算即可.

【解答】解：(1) 由题知，

因为第1层的棋子个数为 $1=1 \times 2 - 1$ ，第2层的棋子个数为 $3=2 \times 2 - 1$ ，第3层的棋子个数为 $5=3 \times 2 - 1$ ，第4层的棋子个数为 $7=4 \times 2 - 1$ ，...

所以第 n 层的棋子个数为 $(2n - 1)$ 个.

故答案为： $(2n - 1)$.

(2) 由题知，

前2层棋子的个数为： $1+3=2^2$ ；

前3层棋子的个数为： $1+3+5=3^2$ ；

前4层棋子的个数为： $1+3+5+7=4^2$ ；

...

所以前 n 层棋子的个数和用含 n 的代数式可以表示为： $1+3+5+\dots+(2n - 1) = n^2$.

故答案为： $1+3+5+\dots+(2n - 1) = n^2$.

(3) 由(2)知，

当 $2n - 1 = 99$ ，即 $n = 50$ 时，

$1+3+5+\dots+99 = 50^2 = 2500$.

【点评】本题主要考查了图形变化的规律及列代数式，能根据所给图形发现每层棋子个数及前 n 层棋子总数的变化规律是解题的关键.

25. (5分) 对于一个有理数 a ，定义其伙伴为 $f(a) = 2a - 1$ ，如：3的伙伴为 $f(3) = 2 \times 3 - 1 = 5$ ，即3的伙伴是5；5的伙伴为 $f(5) = 2 \times 5 - 1 = 9$ ，即5的伙伴是9；9的伙伴为 $f(9) = 2 \times 9 - 1 = 17$ ，...，如此继续下去，一个数的伙伴的伙伴...，构成这个数的伙伴群落.

(1) 已知 b 是 a 的伙伴，则 $b = \underline{2a - 1}$ ；(用含 a 的式子表示)

(2) 如果一个数的伙伴群落只有一个数，则这个数是 1；

(3) 若 a, b, c 是伙伴群落中连续的三个数(即 b 是 a 的伙伴， c 是 b 的伙伴)，用含 a 的代数式表示

c ;

(4) 在(3)的条件下, 你认为 $(c-1)-2(b-1)$ 是一个常数吗? 如果是, 请你求出这个常数. 如果不是, 请说明理由.

【分析】(1) 根据所给伙伴的定义进行表示即可;

(2) 根据题意得出 $2x-1=x$, 据此进行计算即可;

(3) 根据题意, 先用 a 表示 b , 再据此用 a 表示 c 即可;

(4) 结合(3)这发现的关系进行计算即可.

【解答】解: (1) 由题知,

因为 b 是 a 的伙伴,

所以 $b=2a-1$.

故答案为: $2a-1$;

(2) 设这个数为 x ,

则 $2x-1=x$,

解得 $x=1$,

所以这个数为 1.

故答案为: 1;

(3) 因为 b 是 a 的伙伴,

所以 $b=2a-1$;

因为 c 是 b 的伙伴,

所以 $c=2b-1$,

所以 $c=2(2a-1)-1=4a-3$;

(4) 是常数, 理由如下:

由(3)知,

$b=2a-1$, $c=4a-3$,

所以 $(c-1)-2(b-1)=4a-3-1-2(2a-1-1)=4a-3-1-4a+2+2=0$,

所以 $(c-1)-2(b-1)$ 是常数 0.

【点评】本题主要考查了列代数式, 理解所给伙伴得定义是解题的关键.

26. (6分) 如图 1, 点 A , B , C 是数轴上从左到右排列的三个点, 分别对应的数 -2 , b , 8 . 某同学将测度尺如图 2 放置, 使刻度尺上的数字 0 对齐数轴上的点 A , 发现点 B 对齐刻度 1.2cm , 点 C 对齐刻度 6.0cm , 我们把数轴上点 A 到点 C 的距离表示为 AC , 同理, A 到点 B 的距离表示为 AB .

(1) 在图 1 的数轴上, $AC = 10$ 个长度单位; 在图 2 的刻度尺上, $AC = 6$ cm; 数轴上的 1 个长度单位对应刻度尺上的 $\frac{3}{5}$ cm;

(2) 在数轴上点 B 所对应的数为 b , 若点 Q 是数轴上一点, 且满足 $CQ = 2AB$, 请通过计算, 求 b 的值及点 Q 所表示的数;

(3) 在 (2) 的条件下, 点 M, N 分别从 B, C 出发, 同时向右匀速运动, 点 M 的运动速度为 5 个单位长度/秒, 点 N 的速度为 3 个单位长度/秒, 设运动的时间为 t 秒 ($t > 0$). 在 M, N 运动过程中, 若 $AM - \frac{5}{2}MN = 22$ 成立, 请直接写出一个满足条件的 t 的值, $t = 4$ (答案不唯一) .



图 1

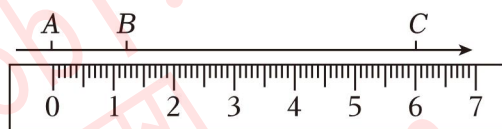


图 2



备用图

【分析】(1) 数轴上 AC 之间的距离 = 点 C 表示的数 - 点 A 表示的数, 刻度尺上的 $AC =$ 刻度尺上点 C 表示的数 - 点 A 表示的数, 取 6 除以数轴上 AC 之间的距离 10 即可求得数轴上的 1 个长度单位对应刻度尺上的几厘米;

(2) 求得数轴上 AB 之间的距离, 根据点 A 表示的数即可求得 b 的值, 进而求得 CQ 之间的距离, 根据点 C 的坐标即可求得点 Q 的坐标;

(3) 易得 MA 之间的距离及点 M 和点 N 的坐标, 进而表示出 MN 之间的距离, 根据所给条件求得合适的 t 的值即可.

【解答】解: (1) 数轴上的 $AC = 8 - (-2) = 8 + 2 = 10$, 刻度尺上的 $AC = 6 - 0 = 6$ (cm),

$\therefore$ 数轴上的 1 个长度单位对应刻度尺上的 $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$,

故答案为: 10, 6, $\frac{3}{5}$;

(2) $\because$ 点 B 对齐刻度 1.2cm, 数轴上的 1 个长度单位对应刻度尺上的 $\frac{3}{5}$,

$\therefore$ 数轴上 $AB = 1.2 \div \frac{3}{5} = 1.2 \times \frac{5}{3} = 2$,

$\therefore b = -2 + 2 = 0$,

$\because CQ = 2AB$,

$\therefore CQ = 4$,

∵点 C 表示的数是 8,

∴点 Q 表示的数为 4 或 12,

答: $b=0$, 点 Q 表示的数为 4 或 12;

(3) 由题意得: $AM=2+5t$, 点 M 表示的数为: $5t$, 点 N 表示的数为 $8+3t$,

∴ $MN=|8+3t-5t|=|8-2t|$,

∴ $AM-\frac{5}{2}MN=22$,

∴ $2+5t-\frac{5}{2}|8-2t|=22$,

∴ $5t-20=\frac{5}{2}|8-2t|$,

① $t \geq 4$ 时, $5t-20=\frac{5}{2}(8-2t)$,

$5t-20=20-5t$,

解得: $t=4$;

② $0 < t < 4$ 时, $5t-20=\frac{5}{2}(2t-8)$,

$5t-20=5t-20$,

原方程无解, 舍去.

故答案为: 4 (答案不唯一).

【点评】 本题考查和数轴相关的一元一次方程的应用. 用到的知识点为: 数轴上两点间的距离等于数轴上表示这两点的右边的数减去左边的数, 或者等于数轴上表示这两点的数的差的绝对值.

四、附加题 (10 分)

27. 如图是一个 400 米长的圆形跑道, 从 O 点出发, 沿跑道顺时针跑出 52 米的距离记作 +52 米, 逆时针跑出 60 米记作 -60 米. 已知跑道上的两点 A, B 对应的有理数分别为 a, b , 且满足: $(a+80)^2+|b-40|=0$.

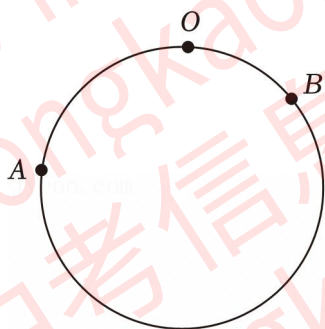
(1) $a+b=$ -40 ;

(2) 定义 1: 跑道上任意两点之间较短圆弧的长度叫做这两点的弧距.

定义 2: 若点 M 为跑道上 A, B 两点之间较短圆弧上的一点, 且到 A, B 两点的弧距满足: 其中一个弧距是另一个弧距的 3 倍, 则称 M 为 A, B 两点的“友谊点”. ①直接写出 A, B 两点的“友谊点” M 在跑道上对应的有理数;

②点 P 以每秒 40 个单位长度的速度从点 A 出发, 沿跑道逆时针运动, 同时点 Q 以每秒 20 个单位长度的速度从点 B 出发, 沿跑道顺时针运动. 当 Q 与 O 重合时, 运动停止. 当 P 为 O, Q 两点的“友谊点”

时，此时运动的时间为 t 秒，请直接写出 t 的所有可能取值.



【分析】(1) 根据非负数的性质即可求解；

(2) ① 设 M 在跑道上对应的有理数为 x ，则 $AM = x - (-80) = x + 80$ ， $BM = 40 - x$ ，根据定义可列方程 $3AM = BM$ 或 $AM = 3BM$ ，即可求解；

② 根据“友谊点”的定义，当 P 为 O ， Q 两点的“友谊点”时， OQ 必须为 O 、 Q 两点间的较短圆弧，由于 Q 点运动到 O 点后停止，所以考虑两个主要情形：I： Q 点过 O' 点前；II： Q 点过 O' 点后. 再根据每种情形列方程 $3OP = PQ$ 或 $OP = 3PQ$ ，再分别求解即可.

【解答】解：(1) 由 $(a+80)^2 + |b-40| = 0$ ，可知 $a+80=0$ ， $b-40=0$ ，

$$\therefore a = -80, b = 40,$$

$$\therefore a+b = -40.$$

故答案为：-40.

(2) ① 设 M 在跑道上对应的有理数为 x ，则 $AM = x - (-80) = x + 80$ ， $BM = 40 - x$ ，根据定义，可得 $3AM = BM$ 或 $AM = 3BM$ ，

可列方程为 $3(x+80) = 40 - x$ 或 $x+80 = 3(40 - x)$ ，

解得： $x = -50$ 或 $x = 10$ ，

由于 M 点可绕圆周顺时针或逆时针运动，

$\therefore x$ 可加上任意 n 圈，

故 M 在跑道上对应的有理数为：-50+400 k 或 10+400 k (k 为任意整数).

② $\because$ 点 P 以每秒 40 个单位长度的速度从点 A 出发，沿跑道逆时针运动，

同时点 Q 以每秒 20 个单位长度的速度从点 B 出发，沿跑道顺时针运动.

根据“友谊点”的定义，当 P 为 O ， Q 两点的“友谊点”时，

OQ 必须为 O 、 Q 两点间的较短圆弧，如图所示， O' 点与 O 点对称.

由于 Q 点运动到 O 点后停止，所以本题考虑两个主要情形：

I： Q 点过 O' 点前；

II: Q 点过 O' 点后.

先讨论 I 情形:

由题意可得 $OQ=40+20t$,

此时 OP 较长的弧距 $=80+40t$,

所以 OP 较短的弧距 $=400 - (80+40t) = 320 - 40t$,

则 $PQ=OQ - OP$ 较短的弧距 $=40+2t - (320 - 40t) = 60t - 280$.

$\therefore$ 当 $OP=3PQ$ 时, 即 $320 - 40t = 3(60t - 280)$,

解得: $t = \frac{58}{11}s$;

当 $3OP=PQ$ 时, 即 $3(320 - 40t) = 60t - 280$,

解得: $t = \frac{62}{9}s$.

再讨论 II 情形:

此时 P 点已第一次过 O 点,

$\therefore OP=40t+80 - 400 = 40t - 320$,

$\therefore PQ=OQ - OP = [400 - (20t+40)] - (40t - 320) = -60t+680$,

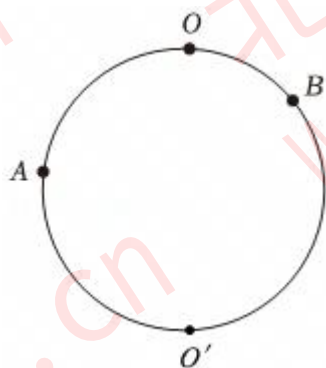
当 $3OP=PQ$ 时, 即 $3(40t - 320) = -60t+680$,

解得: $t = \frac{82}{9}s$;

当 $OP=3PQ$ 时, 即 $40t - 320 = 3(-60t+680)$,

解得: $t = \frac{118}{11}s$.

综上所述: t 的所有可能取值为 $\frac{58}{11}s$ 或 $\frac{62}{9}s$ 或 $\frac{82}{9}s$ 或 $\frac{118}{11}s$.



【点评】 本题考查了非负数的性质, 列一元一次方程解决实际问题, 分类讨论的数学思想, 此题最后一问在环形跑道上考虑行程问题综合性比较强, 分类讨论到位是解题的关键.