

2025-2026 学年北京市通州区潞河中学七年级（上）期中数学试卷

一、选择题（每题 2 分，共 16 分）

- 1.（2 分）2025 年 5 月 29 日，行星探测工程天问二号探测器在西昌卫星发射中心成功发射，开启对近地小行星 2016HO3 的探测与采样返回之旅．已知该小行星与地球的最近距离约为 18000000，用科学记数法表示为（ ）

A. $1.8 \times 10^5 km$ B. $1.8 \times 10^6 km$
C. $1.8 \times 10^7 km$ D. $1.8 \times 10^{10} km$

- 2.（2 分）有理数 m , n 在数轴上的位置如图所示，下列结论中正确的是（ ）



A. $m+n < 0$ B. $m - n > 0$ C. $mn < 0$ D. $|m| - |n| > 0$

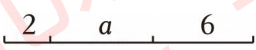
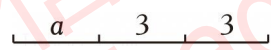
- 3.（2 分）下列各组数中，结果相等的一组是（ ）

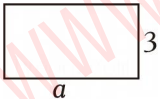
A. $- (+7)$ 与 $+ (-7)$ B. $- 3^2$ 与 $(-3)^2$
C. $-(-1\frac{1}{4})$ 与 $-|\frac{5}{4}|$ D. $(\frac{2}{3})^2$ 与 $\frac{2^2}{3}$

- 4.（2 分）下列说法中正确的是（ ）

A. $-\frac{xy^2}{5}$ 的系数是 -5
B. 单项式 x 的系数为 1，次数为 0
C. -2^2xyz^2 的次数是 6
D. $xy+x-1$ 是二次三项式

- 5.（2 分）下列选项中，能用 $2a+6$ 表示的是（ ）

A. 整条线段的长度： B. 整条线段的长度：

C. 这个长方形的周长： D. 这个图形的面积：

- 6.（2 分）下列计算正确的是（ ）

A. $3a+2b=5ab$ B. $3a - (-2a) = 5a$
C. $3a^2 - 2a = a$ D. $(3 - a) - (2 - a) = 1 - 2a$

- 7.（2 分）潞河中学组织若干师生到中国科技馆进行社会实践活动，若学校租用 45 座的客车 x 辆，则余下 20 人无座位；若租用 60 座的客车则可少租用 2 辆，且最后一辆还没坐满，则乘坐最后一辆 60 座客车的人数是（ ）

A. $200 - 60x$

B. $140 - 15x$

C. $200 - 15x$

D. $140 - 16x$

8. (2分) 关于 x, y 的单项式, 若 x 的指数与 y 的指数是相等的正整数, 则称该单项式是“等次单项式”, 如 $x^2y^2, -3xy$. 给出下面四个结论:

① $-2x^3y^3$ 是“等次单项式”;

② “等次单项式”的次数可能是奇数;

③ 两个次数相等的“等次单项式”的和一定是“等次单项式”;

④ 若五个“等次单项式”的次数均不高于 8, 则它们中必有同类项.

上述结论中, 所有正确结论的序号是 ()

A. ①③

B. ①④

C. ②③

D. ②④

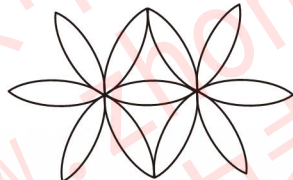
二、填空题 (每题 2 分, 共 16 分)

9. (2分) 祖冲之是我国南北朝时期著名科学家, 他推算出圆周率 π 的值在 3.1415926 和 3.1415927 之间. 如果用四舍五入法把 3.1415926 精确到 0.001, 所得到的近似数为 _____.

10. (2分) 如图, 第 1 个图案由 6 个基础图形组成, 第 2 个图案由 11 个基础图形组成, 按此规律, 第 6 个图案由 _____ 个基础图形组成, ..., 第 n (n 是正整数) 个图案中由 _____ 个基础图形组成. (用含 n 的代数式表示)



(1)



(2)

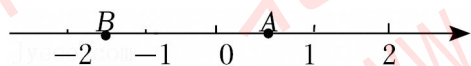


(3)

.....

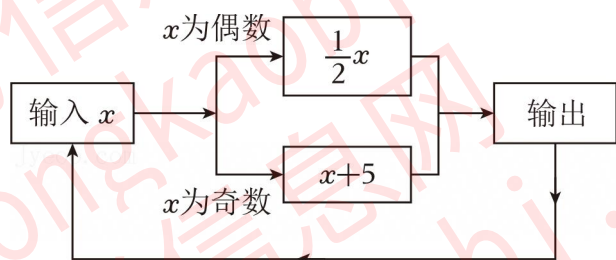
11. (2分) 已知 $2a - b = -1$, 则 $4a - 2b + 1$ 的值为 _____.

12. (2分) 若 a, b 两数在数轴上分别对应 A, B 的位置, 如图所示, $|b| + |a - b| =$ _____.



13. (2分) 多项式 $x^2y + 2xy$ 与一个整式的和是单项式, 则这个整式可以是 _____ . (写出一个整式即可)

14. (2分) 有一数值转换器, 原理如图所示, 若开始输入 x 的值是 12, 可发现第 1 次输出的结果是 6, 第 2 次输出的结果是 3, 依次继续下去... 第 2025 次输出的结果是 _____.



15. (2分) 在数轴上, 点 A 、 B 在 origin O 的两侧, 分别表示数 a 、 2 , 将点 A 向右平移 3 个单位长度, 得到点 C . 若 $CO=2BO$, 则 a 的值为_____.

16. (2分) 在一次数学活动课上, 李老师将一副扑克牌中的红桃 2~10 共 9 张牌挑出, 打乱顺序随机发给了甲、乙、丙三名同学, 每人三张牌. 已知甲的三张牌数字之和是 12, 乙的三张牌数字之和与丙的三张牌数字之和相同, 且乙的三张牌上的数字都是奇数. 写出甲的三张牌上的数字是_____, 丙的三张牌上的数字是_____.

三、解答题 (17, 20, 21, 24, 25 每题 6 分, 18, 19 题 8 分, 22, 23, 26 每题 5 分, 27 题 7 分, 共 68 分)

17. (6分) 已知下列 5 个数字:

① -4 、② $|- \frac{1}{2}|$ 、③ 0 、④ $-(-3)$ 、⑤ -1.5

(1) 把上述 5 个数的序号填入相应的大括号内:

负分数集: {_____ ...};

非负整数集: {_____ ...};

正有理数集: {_____ ...};

(2) 把这 5 个数在数轴上表示, 并用 “ $>$ ” 连接.

18. (8分) 计算:

(1) $\frac{1}{4} - (+\frac{2}{3}) - (-\frac{3}{4}) + (-\frac{1}{3})$;

(2) $(-\frac{5}{12} + \frac{4}{15} - \frac{3}{20}) \div (-\frac{1}{60})$.

19. (8分) 计算:

(1) $3 \times (-2) - (-8) \div (-4) + |-6|$;

(2) $(-1)^{2025} \times |-3| - (-2)^3 + 4 \div (-\frac{2}{3})^2$.

20. (6分) 化简:

(1) $2a - 5b + 3a + b$;

(2) $(2m^2n - mn^2) - 2(mn^2 - 3m^2n)$.

21. (6分) 先化简, 再求值, $2(a^2b + \frac{1}{2}ab^2) - 3(a^2b - 1) - 2ab^2 - 1$, 其中 $a = -\frac{1}{3}$, $b = 3$.

22. (5分) “圆楼之王”承启楼位于福建省龙岩市, 始建于明崇祯年间, 是永定客家土楼群的组成部分. 整座楼造型奇特, 三环主楼环环叠套. 如图, 中心位置耸立着一座祠堂. 第三环楼为单层, 有 m 间房间; 第二环楼为两层, 每层的房间数均比第三环楼的房间数多 8 间; 外环楼为四层、每层的房间数均等于第二环楼每层的房间数与第三环楼的房间数之和.

(1) 第二环楼每层有 _____ 间房间, 外环楼共有 _____ 间房间; (用含 m 的式子表示)

(2) 民间流传一首顺口溜: “高四层, 楼四圈. 上上下下*间; 圈套圈, 圆中圆, 历经沧桑数百年”, “*”处所填内容是三环主楼所有房间数之和, 已知 $m = 32$, 求 “*”处所填的数.



23. (5分) 党和国家非常重视青少年的身心健康, 采取多种举措增强青少年体质, 有数据显示, 近几年, 青少年身体健康状况有一定提升, 但肥胖问题仍不容忽视. 一种少年儿童的标准体重 (单位: kg) 的计算方式为: 标准体重 = (年龄 $\times 7 - 5$) $\div 2$. 如表是某一组 13 岁同学的体重情况, 其中超出标准体重的千克数记为正数.

学生	甲	乙	丙	丁	戊	己
体重情况	- 1.1	m	- 0.6	0	- 2	+3

已知乙同学的体重是 $48.5kg$.

- (1) 请计算: 标准体重为 _____ ;
- (2) m 的值为 _____ ;
- (3) 体重是标准体重的同学为 _____ ;
- (4) 这组同学的平均体重是否超出标准体重? 请你通过计算说明你的观点.

24. (6分) 在解决数学问题的过程中, 我们常用到“分类讨论”的数学思想, 下面是运用分类讨论的数学思想解决问题的过程, 请仔细阅读, 并解答题目后提出的【探究】.

【提出问题】

两个不为0的有理数 a, b 满足 a, b 同号, 求 $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b}$ 的值.

【解决问题】

解: 由 a, b 同号且都不为0可知 a, b 有两种可能: ① a, b 都是正数; ② a, b 都是负数.

①若 a, b 都是正数, 即 $a > 0, b > 0$, 有 $|a| = a$ 及 $|b| = b$, 则 $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} = \frac{a}{a} + \frac{b}{b} = 1 + 1 = 2$;

②若 a, b 都是负数, 即 $a < 0, b < 0$, 有 $|a| = -a$ 及 $|b| = -b$, $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} = \frac{(-a)}{a} + \frac{(-b)}{b} = (-1) + (-1) = -2$;

所以 $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b}$ 的值为2或-2.

【探究】

请根据上面的解题思路解答下面的问题:

(1) 已知 $|a| = 3$ 且 $|b| = 7$, 且 $a < b$, 则 $a + b =$ _____.

(2) 两个不为0的有理数 a, b 满足 $ab < 0$, 求 $\frac{|a|}{a} - \frac{|b|}{b}$ 的值.

(3) 若 $abc > 0$, 则 $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c}$ 的值=_____.

25. (6分) 我们学习过了有理数的五种运算和研究运算的方法, 现在定义了一个新运算:

$a \otimes b =$. 定义的内容被遮盖住了, 请观察下列各式, 回答问题:

$$1 \otimes 3 = 1 \times 4 + 3 = 7;$$

$$3 \otimes (-1) = 3 \times 4 - 1 = 11;$$

$$(-8) \otimes 5 = (-8) \times 4 + 5 = -27;$$

$$(-4) \otimes (-3) = (-4) \times 4 - 3 = -19.$$

(1) 请你仿照上面各式的形式, 再写出一个不同的式子: _____;

(2) 补全定义内容: $a \otimes b =$ _____; (用含 a, b 的代数式表示)

(3) 当 $a \neq b$ 时, 这种新定义的运算是否满足交换律, 即 $a \otimes b = b \otimes a$ 是否成立, 请说明理由.

26. (5分) 观察下列两个等式: $5 + \frac{1}{4} = 5 \times \frac{1}{4} + 4$, $6 + \frac{2}{5} = 6 \times \frac{2}{5} + 4$, 给出定义如下: 若对于数对 (a, b) ,

使等式 $a + b = ab + 4$ 成立, 则称数对 (a, b) 是“4相关数对”, 如: $2 + (-2) = 2 \times (-2) + 4$, 所以数对 $(2, -2)$ 是“4相关数对”.

(1) 数对 $(4, 0)$, $(1, 1)$ 中是“4相关数对”的是 _____;

(2) 一名同学, 在数对 (m, n) 和 $(-m, -n)$ 都是“4相关数对”的条件下, 得到下面两条结论:

结论一： m 和 n 互为相反数；

结论二： m 和 n 互为倒数.

请你判断，两条结论是否正确，并说明理由.

27. (7分) 点 A, B, C 为数轴上的三点，如果点 C 到 A 的距离是点 C 到 B 的距离的 2 倍，那么我们就称点 C 是 $\{A, B\}$ 的特征点.

(1) 如图 1，点 C 和点 D 中是 $\{A, B\}$ 的特征点的是_____；且 $\{B, A\}$ 的特征点的是_____；

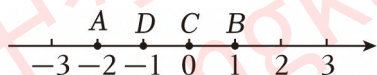


图1

(2) 如图 2， M, N 为数轴上两点，点 M 表示的数为 -1 ，点 N 表示的数为 5 ， F 为数轴上一点，若点 F 是 $\{M, N\}$ 的特征点，点 F 表示的数为_____；

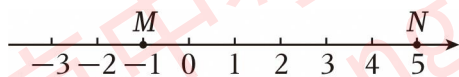


图2

(3) P, Q 为数轴上两点，点 P 表示的数为 -20 ，点 Q 表示的数为 40 ，现有一个动点 E 从点 Q 出发，以每秒 2 个单位的速度向左运动，到达点 P 停止，若运动时间为 t ，求当 t 为何值时， P, Q, E 中恰有一个点为其余两点的特征点？直接写出 t 的值_____.

四、附加题 (6分)

28. (6分) 给定有理数 a, b ，对整式 A, B ，定义新运算“ $\oplus$ ”： $A \oplus B = aA + bB$ ；对正整数 n ($n \geq 2$) 和整式 A ，定义新运算“ $\otimes$ ” $n \otimes A = \underbrace{A \oplus A \oplus \cdots \oplus A}_{n \text{ 个 } A}$ (按从左到右的顺序依次做“ $\oplus$ ”运算). 特别地， $1 \otimes A = A$.

例如，当 $a=1, b=2$ 时，若 $A=x, B=-y$ ，则 $A \oplus B = A + 2B = x - 2y$ ， $2 \otimes A = A \oplus A = 3x$.

- (1) 当 $a=2, b=1$ 时，若 $A=x+y, B=x-2y$ ，则 $A \oplus B = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $3 \otimes B = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
(2) 对每一个正整数 n 和整式 A ，均有 $n \otimes A = A$ ，直接写出 a, b 满足的关系；
(3) 当 $a=2, b=1$ 时，若 $A=3x^2+15xy, B=2x^2-62xy-y^2$ ， p, q 是正整数，令 $P=p \otimes A, Q=q \otimes B$ ，且 $P \oplus Q$ 不含 xy 项，直接写出 p 和 q 的值.

2025-2026 学年北京市通州区潞河中学七年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C.	C	A	D	C	B	C	B

一、选择题（每题 2 分，共 16 分）

1. （2 分）2025 年 5 月 29 日，行星探测工程天问二号探测器在西昌卫星发射中心成功发射，开启对近地小行星 2016HO3 的探测与采样返回之旅．已知该小行星与地球的最近距离约为 18000000，用科学记数法表示为（ ）

- A. $1.8 \times 10^5 km$ B. $1.8 \times 10^6 km$
C. $1.8 \times 10^7 km$ D. $1.8 \times 10^{10} km$

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】解：18000000 = 1.8×10^7 ．

故选：C．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

2. （2 分）有理数 m ， n 在数轴上的位置如图所示，下列结论中正确的是（ ）



- A. $m+n < 0$ B. $m - n > 0$ C. $mn < 0$ D. $|m| - |n| > 0$

【分析】根据数轴上的点表示的数的大小关系、实数的乘法法则、绝对值的定义解决此题．

【解答】解：由图知 $-1 < m < 0 < 1 < n < 2$ ，

A. $m+n > 0$ ，A 不符合题意；

B. $m - n < 0$ ，B 不符合题意；

C. $mn < 0$ ，C 符合题意；

D. $|m| - |n| < 0$ ，D 不符合题意；

故选：C．

【点评】本题主要考查数轴上的点表示的数、有理数的乘法、绝对值，熟练掌握数轴上的点表示的数的大小关系、有理数的乘法法则、绝对值的定义是解决本题的关键。

3. (2分) 下列各组数中，结果相等的一组是 ()

- A. $- (+7)$ 与 $+ (-7)$ B. $- 3^2$ 与 $(-3)^2$
C. $-(-1\frac{1}{4})$ 与 $-|\frac{5}{4}|$ D. $(\frac{2}{3})^2$ 与 $\frac{2^2}{3}$

【分析】根据有理数的乘方运算法则，绝对值的意义分别计算出每一项，判断结果是否相等即可。

【解答】解：A. $- (+7) = -7$, $+ (-7) = -7$, 计算结果相等，符合题意；

B. $- 3^2 = -9$, $(-3)^2 = 9$, 结果不相等，不符合题意；

C. $-(-1\frac{1}{4}) = \frac{5}{4}$, $-|\frac{5}{4}| = -\frac{5}{4}$, 结果不相等，不符合题意；

D. $(\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$, $\frac{2^2}{3} = \frac{4}{3}$, 结果不相等，不符合题意。

故选：A.

【点评】本题主要考查了有理数的乘方，绝对值，相反数，掌握相应的运算法则是关键。

4. (2分) 下列说法中正确的是 ()

- A. $-\frac{xy^2}{5}$ 的系数是 -5
B. 单项式 x 的系数为 1 , 次数为 0
C. -2^2xyz^2 的次数是 6
D. $xy+x-1$ 是二次三项式

【分析】根据单项式的系数、次数：单项式中的数字因数叫做单项式的系数，一个单项式中所有字母的指数的和叫做单项式的次数；几个单项式的和叫做多项式，每个单项式叫做多项式的项，多项式中次数最高的项的次数叫做多项式的次数进行分析即可。

【解答】解：A、 $-\frac{xy^2}{5}$ 的系数是 $-\frac{1}{5}$, 此选项错误；

B、单项式 x 的系数为 1 , 次数为 1 , 此选项错误；

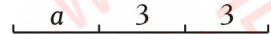
C、 -2^2xyz^2 的次数是 4 , 此选项错误；

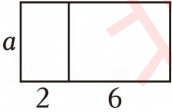
D、 $xy+x-1$ 是二次三项式，此选项正确；

故选：D.

【点评】此题主要考查了单项式，关键是掌握单项式的系数、次数的定义，以及多项式的次数的计算方法。

5. (2分) 下列选项中，能用 $2a+6$ 表示的是 ()

A. 整条线段的长度:  B. 整条线段的长度: 

C. 这个长方形的周长:  D. 这个图形的面积: 

【分析】分别计算各选项的结果，化简即可判断。

【解答】解：A、整条线段的长度为 $2+a+6=a+8$ ，故 A 不合题意；

B、整条线段的长度为 $a+3+3=a+6$ ，故 B 不合题意；

C、这个长方形的周长为 $2(a+3)=2a+6$ ，故 C 符合题意；

D、这个图形的面积为 $a \times (2+6)=8a$ ，故 D 不合题意。

故选：C。

【点评】本题考查了列代数式，解题的关键是掌握线段的长度和图形的周长、面积计算方法

6. (2 分) 下列计算正确的是 ()

A. $3a+2b=5ab$

B. $3a - (-2a) = 5a$

C. $3a^2 - 2a = a$

D. $(3-a) - (2-a) = 1-2a$

【分析】根据各个选项中的式子，可以计算出正确的结果，从而可以解答本题。

【解答】解： $\because 3a+2b$ 不能合并，故选项 A 错误；

$\because 3a - (-2a) = 3a+2a=5a$ ，故选项 B 正确；

$\because 3a^2 - 2a$ 不能合并，故选项 C 错误；

$\because (3-a) - (2-a) = 3-a-2+a=1$ ，故选项 D 错误，

故选：B。

【点评】本题考查整式的运算，解题的关键是熟练运用整式的运算法则，本题属于基础题型。

7. (2 分) 潞河中学组织若干师生到中国科技馆进行社会实践活动，若学校租用 45 座的客车 x 辆，则余下 20 人无座位；若租用 60 座的客车则可少租用 2 辆，且最后一辆还没坐满，则乘坐最后一辆 60 座客车的人数是 ()

A. $200 - 60x$

B. $140 - 15x$

C. $200 - 15x$

D. $140 - 16x$

【分析】根据学校租用 45 座的客车 x 辆，则余下 20 人无座位，得到学生总人数为 $(45x+20)$ 人，根据租用 60 座的客车则可少租用 2 辆，且最后一辆还没坐满，得到坐满的人数为 $60(x-2-1)$ 人，两式相减即可得出结果。

【解答】解：由题意得，学生的总人数为 $(45x+20)$ 人，60 座的客车坐满的人数为 $60(x-2-1)$ 人，

$\therefore$ 乘坐最后一辆 60 座客车的人数是 $(45x+20) - 60(x-2-1) = 45x+20 - 60x+180 = (-15x+200)$ 人；

故选：C.

【点评】本题考查列代数式，根据题意正确列出式子是解题的关键.

8. (2分) 关于 x, y 的单项式，若 x 的指数与 y 的指数是相等的正整数，则称该单项式是“等次单项式”，

如 $x^2y^2, -3xy$. 给出下面四个结论：

- ① $-2x^3y^3$ 是“等次单项式”；
- ② “等次单项式”的次数可能是奇数；
- ③ 两个次数相等的“等次单项式”的和一定是“等次单项式”；
- ④ 若五个“等次单项式”的次数均不高于 8，则它们中必有同类项.

上述结论中，所有正确结论的序号是 ()

- A. ①③ B. ①④ C. ②③ D. ②④

【分析】依题意，结合单项式的定义和新定义“等次单项式”直接判断各选项即可.

【解答】解：依题意，结合单项式的定义和新定义“等次单项式”可得：

对于①，正确；

对于②，等次单项式 x 和 y 的次数要相同，次数和一定是偶数，故②错误；

对于③，两个次数相等的“等次单项式”的和可以为 0，故③错误；

对于④，依题意，五个“等次单项式”次数不高于 8 的次数最大只能是 6 次，只能是 3 种，所以一定有同类项，故④正确；

综上可得，选 B.

故选：B.

【点评】本题主要考查了新定义题型，做题的关键是读懂新定义进行求解即可.

二、填空题（每题 2 分，共 16 分）

9. (2分) 祖冲之是我国南北朝时期著名科学家，他推算出圆周率 π 的值在 3.1415926 和 3.1415927 之间. 如

果用四舍五入法把 3.1415926 精确到 0.001，所得到的近似数为 3.142 .

【分析】根据近似数精确到哪一位，应当看末位数字实际在哪一位，找出 0.001 位上的数字，再通过四舍五入即可得出答案.

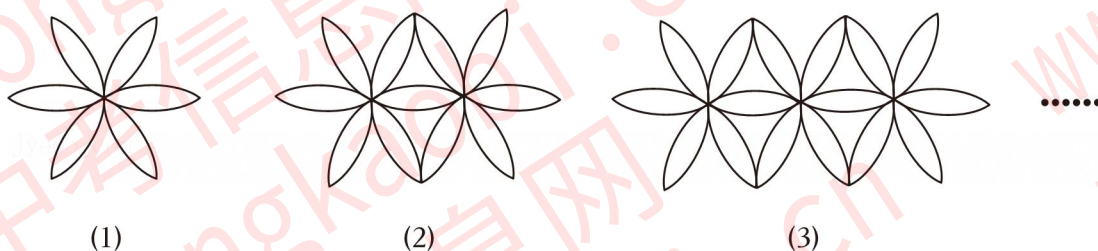
【解答】解：3.1415926 取近似数，精确到 0.001，得到的结果是 3.142；3.1415927 取近似数，精确到 0.001，得到的结果是 3.142；

所以用四舍五入法对圆周率 π 取近似数，精确到 0.001，得到的数为 3.142.

故答案为：3.142.

【点评】此题考查了近似数与有效数字，用到的知识点是四舍五入法取近似值，关键是找出末位数字.

10. (2分) 如图, 第1个图案由6个基础图形组成, 第2个图案由11个基础图形组成, 按此规律, 第6个图案由 31 个基础图形组成, ..., 第 n (n 是正整数)个图案中由 $(5n+1)$ 个基础图形组成. (用含 n 的代数式表示)



【分析】通过观察前几个图案中基础图形, 找出数量随图案序号 n 变化的规律, 进而推导出第 n 个图案中基础图形的个数.

【解答】解: 根据题意,

第1个图案有6个基础图形,

第2个图案有 $6+5=6+(2-1)\times 5=11$ 个基础图形;

第3个图案有 $6+5+5=6+(3-1)\times 5=16$ 个基础图形;

发现规律, 第 n 个图案有 $(5n+1)$ 个基础图形;

故第六个图案有 $6+(6-1)\times 5=31$ 个基础图形

故第 n 个图案基础图形个数为: $(5n+1)$.

故答案为: 31, $(5n+1)$.

【点评】本题属于图形变化类规律题, 关键在于通过观察前几个图案的数量特征, 归纳出通用的数学表达式. 解题时需仔细统计每个图案的基础图形数量, 分析其与序号 n 的线性关系, 从而确定规律.

11. (2分) 已知 $2a-b=-1$, 则 $4a-2b+1$ 的值为 -1 .

【分析】原式变形后, 将已知等式代入计算即可求出值.

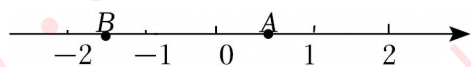
【解答】解: $\because 2a-b=-1$,

$\therefore$ 原式 $=2(2a-b)+1=-2+1=-1$,

故答案为: -1

【点评】此题考查了代数式求值, 熟练掌握运算是解本题的关键.

12. (2分) 若 a 、 b 两数在数轴上分别对应 A 、 B 的位置, 如图所示, $|b|+|a-b|=\underline{a-2b}$.



【分析】根据数轴上点的位置及绝对值的意义进行化简计算.

【解答】解: 由题意可得 $b<0<a$,

$$\therefore a - b > 0,$$

$$\therefore \text{原式} = -b + a - b = a - 2b,$$

故答案为: $a - 2b$.

【点评】 本题考查绝对值, 合并同类项, 理解绝对值的意义, 掌握合并同类项的运算法则是解题关键.

13. (2分) 多项式 $x^2y + 2xy$ 与一个整式的和是单项式, 则这个整式可以是 $-2xy$ (答案不唯一). (写出一个整式即可)

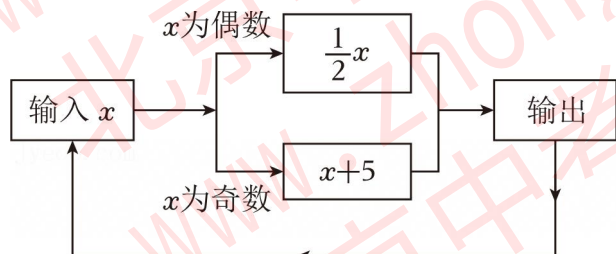
【分析】 多项式 $x^2y + 2xy$ 有两项, 当该多项式加上 $-2xy$ 时, 其结果为 x^2y , 是一个单项式, 符合题目要求即可.

【解答】 解: $(x^2y + 2xy) + (-2xy) = x^2y + 2xy - 2xy = x^2y$,
 x^2y 是一个单项式.

故答案为: $-2xy$ (答案不唯一).

【点评】 本题考查了整式的概念, 涉及到单项式, 多项式的概念, 整式的加减运算, 熟练掌握相关概念是解题的关键.

14. (2分) 有一数值转换器, 原理如图所示, 若开始输入 x 的值是 12, 可发现第 1 次输出的结果是 6, 第 2 次输出的结果是 3, 依次继续下去... 第 2025 次输出的结果是 8.



【分析】 根据程序计算解答即可.

【解答】 解: 根据程序计算可得: $S_1 = \frac{1}{2}x = \frac{1}{2} \times 12 = 6$, 是偶数,

$$\therefore S_2 = \frac{1}{2}S_1 = 3, \text{ 是奇数,}$$

$$\therefore S_3 = S_2 + 5 = 8, \text{ 是偶数,}$$

$$\therefore S_4 = \frac{1}{2}S_3 = 4, \text{ 是偶数,}$$

$$\therefore S_5 = \frac{1}{2}S_4 = \frac{1}{2} \times 4 = 2, \text{ 是偶数,}$$

$$\therefore S_6 = \frac{1}{2}S_5 = \frac{1}{2} \times 2 = 1, \text{ 是奇数,}$$

$$\therefore S_7 = S_6 + 5 = 6, \text{ 是偶数,}$$

$$\therefore S_8 = \frac{1}{2}S_7 = 3, \text{ 是奇数,}$$

$$\therefore S_9 = S_8 + 5 = 8, \text{ 是偶数,}$$

$$\therefore S_{10} = \frac{1}{2}S_9 = \frac{1}{2} \times 8 = 4, \text{ 是偶数,}$$

$$\therefore S_{11} = 2, S_{12} = 1, S_{13} = 6, \dots,$$

发现规律：每 6 次输出的结果循环一次，

又 $2025 \div 6 = 337 \dots 3$ ，与 S_3 的数字一致，

$\therefore$ 2025 次输出结果为 8，

故答案为：8.

【点评】 本题考查了程序式计算，熟练掌握程序式计算是解题的关键.

15. (2 分) 在数轴上，点 A 、 B 在点 O 的两侧，分别表示数 a 、2，将点 A 向右平移 3 个单位长度，得到点 C 。若 $CO = 2BO$ ，则 a 的值为 -7。

【分析】 利用数轴知识解答。

【解答】 解：根据题意 $OB = 2$ ， $CO = 2BO$ ，

$$\therefore CO = 2BO = 4,$$

$\therefore$ 点 A 、 B 在点 O 的两侧，分别表示数 a 、2，

$$\therefore a < 0,$$

$$\therefore a + 3 = 4, a = 1 \text{ (不合题意, 舍去)}$$

$$a + 3 = -4, a = -7,$$

故答案为：-7.

【点评】 本题考查了数轴，解题的关键是掌握数轴知识。

16. (2 分) 在一次数学活动课上，李老师将一副扑克牌中的红桃 2~10 共 9 张牌挑出，打乱顺序随机发给了甲、乙、丙三名同学，每人三张牌。已知甲的三张牌数字之和是 12，乙的三张牌数字之和与丙的三张牌数字之和相同，且乙的三张牌上的数字都是奇数。写出甲的三张牌上的数字是 2, 4, 6，丙的三张牌上的数字是 3, 8, 10。

【分析】 根据题意先分析出甲的可能结果，然后结合乙的三个奇数，筛选出合适的，最后再按照乙丙的三张牌数字和相同进行分配即可。

【解答】 解：已知红桃 2~10 有数字 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 共计 9 张牌，

甲的三张牌数字之和为 12 的情况有 2, 4, 6; 2, 3, 7; 3, 4, 5 三种组合，

$\therefore$ 9 张牌中共有 4 个奇数，乙的三张牌上的数字都是奇数，

∴甲最多只能有一个奇数，只有 2，4，6 符合，

∴乙的三张牌数字之和与丙的三张牌数字之和相同，

∴乙的三张牌数字为 5，7，9，丙的三张牌数字为 3，8，10，

故答案为：2，4，6；3，8，10.

【点评】 本题考查了数字类组合运算，按照题目进行逐步筛选和分析是解题关键.

三、解答题 (17, 20, 21, 24, 25 每题 6 分, 18, 19 题 8 分, 22, 23, 26 每题 5 分, 27 题 7 分, 共 68 分)

17. (6 分) 已知下列 5 个数字:

① - 4、② $|\frac{1}{2}|$ 、③ 0、④ $-(-3)$ 、⑤ - 1.5

(1) 把上述 5 个数的序号填入相应的大括号内:

负分数集: { ⑤ ... };

非负整数集: { ③④ ... };

正有理数集: { ②④ ... };

(2) 把这 5 个数在数轴上表示, 并用 “>” 连接.

【分析】 (1) 根据有理数的分类, 可得答案;

(2) 根据数轴上的点表示的数右边的总比左边的大, 可得答案.

【解答】 解: (1) 负分数集: { ⑤ - 1.5 ... };

非负整数集: { ③ 0、④ $-(-3)$... };

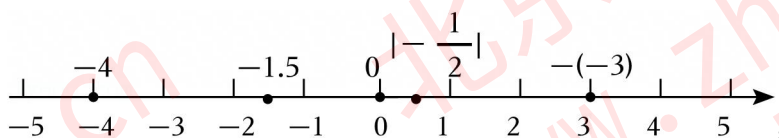
正有理数集: { ② $|\frac{1}{2}|$ 、④ $-(-3)$... };

故答案为: ⑤;

③④;

②④.

(2) 如图所示:



故 $-(-3) > |\frac{1}{2}| > 0 > -1.5 > -4$.

【点评】 本题考查了有理数大小比较与数轴, 利用数轴上的点表示的数右边的总比左边的大是解题关键.

18. (8 分) 计算:

$$(1) \frac{1}{4} - (+\frac{2}{3}) - (-\frac{3}{4}) + (-\frac{1}{3});$$

$$(2) (-\frac{5}{12} + \frac{4}{15} - \frac{3}{20}) \div (-\frac{1}{60}).$$

【分析】(1) 利用有理数的混合运算法则计算;

(2) 利用有理数的混合运算法则计算.

【解答】解: (1) $\frac{1}{4} - (+\frac{2}{3}) - (-\frac{3}{4}) + (-\frac{1}{3})$
 $= \frac{1}{4} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3} - \frac{1}{3}$
 $= 1 - 1$
 $= 0;$

(2) $(-\frac{5}{12} + \frac{4}{15} - \frac{3}{20}) \div (-\frac{1}{60})$
 $= (-\frac{5}{12} + \frac{4}{15} - \frac{3}{20}) \times (-60)$
 $= 25 - 16 + 9$
 $= 18.$

【点评】本题考查了有理数的混合运算, 解题的关键是掌握有理数的混合运算法则.

19. (8分) 计算:

$$(1) 3 \times (-2) - (-8) \div (-4) + |-6|;$$

$$(2) (-1)^{2025} \times |-3| - (-2)^3 + 4 \div (-\frac{2}{3})^2.$$

【分析】(1) 去绝对值, 然后算乘除, 再算减、加;

(2) 先算乘方、去绝对值, 再算乘除, 然后算加减.

【解答】解: (1) $3 \times (-2) - (-8) \div (-4) + |-6|$
 $= -3 \times 2 - 8 \div 4 + 6$
 $= -6 - 2 + 6$
 $= -2;$

(2) $(-1)^{2025} \times |-3| - (-2)^3 + 4 \div (-\frac{2}{3})^2$
 $= -1 \times 3 - (-8) + 4 \div \frac{4}{9}$
 $= -3 + 8 + 9$
 $= 14.$

【点评】本题考查了有理数的混合运算, 解决本题的关键是按照计算法则和计算顺序计算.

20. (6分) 化简:

(1) $2a - 5b + 3a + b$;

(2) $(2m^2n - mn^2) - 2(mn^2 - 3m^2n)$.

【分析】(1) 将原式合并同类项即可;

(2) 将原式去括号后合并同类项即可.

【解答】解: (1) 原式 $= (2a + 3a) + (b - 5b)$
 $= 5a - 4b$;

(2) 原式 $= 2m^2n - mn^2 - 2mn^2 + 6m^2n$
 $= 8m^2n - 3mn^2$.

【点评】本题考查整式的加减, 熟练掌握相关运算法则是解题的关键.

21. (6分) 先化简, 再求值, $2(a^2b + \frac{1}{2}ab^2) - 3(a^2b - 1) - 2ab^2 - 1$, 其中 $a = -\frac{1}{3}$, $b = 3$.

【分析】将原式去括号, 合并同类项后代入数值计算即可.

【解答】解: 原式 $= 2a^2b + ab^2 - 3a^2b + 3 - 2ab^2 - 1$
 $= -a^2b - ab^2 + 2$;

当 $a = -\frac{1}{3}$, $b = 3$ 时,

原式 $= -(-\frac{1}{3})^2 \times 3 - (-\frac{1}{3}) \times 3^2 + 2$
 $= -\frac{1}{3} + 3 + 2$
 $= \frac{14}{3}$.

【点评】本题考查整式的加减 - 化简求值, 熟练掌握相关运算法则是解题的关键.

22. (5分) “圆楼之王”承启楼位于福建省龙岩市, 始建于明崇祯年间, 是永定客家土楼群的组成部分. 整座楼造型奇特, 三环主楼环环叠套. 如图, 中心位置耸立着一座祠堂. 第三环楼为单层, 有 m 间房间; 第二环楼为两层, 每层的房间数均比第三环楼的房间数多 8 间; 外环楼为四层, 每层的房间数均等于第二环楼每层的房间数与第三环楼的房间数之和.

(1) 第二环楼每层有 $(m+8)$ 间房间, 外环楼共有 $(8m+32)$ 间房间; (用含 m 的式子表示)

(2) 民间流传一首顺口溜: “高四层, 楼四圈, 上上下下*间; 圈套圈, 圆中圆, 历经沧桑数百年”, “*”处所填内容是三环主楼所有房间数之和, 已知 $m = 32$, 求 “*”处所填的数.



【分析】(1) 根据题意列出代数式即可；

(2) 根据题意列出代数式并进行化简，再把 $m=32$ 代入进行计算即可。

【解答】解：(1) 第二环楼每层有 $(m+8)$ 间房间，外环楼共有： $4(m+8+m) = 4(2m+8) = (8m+32)$ 间房间；

故答案为： $(m+8)$ ， $(8m+32)$ ；

(2) 根据题意得： $m+2(m+8)+8m+32$
 $=m+2m+16+8m+32$

$=11m+48$ ，

当 $m=32$ 时，

原式 $=11 \times 32 + 48$

$=352 + 48 = 400$ ，

$\therefore$ “*” 处所填的数是 400.

【点评】本题考查了列代数式和代数式求值，能正确根据题意列出代数式是解此题的关键。

23. (5 分) 党和国家非常重视青少年的身心健康，采取多种举措增强青少年体质，有数据显示，近几年，青少年身体健康状况有一定提升，但肥胖问题仍不容忽视. 一种少年儿童的标准体重 (单位: kg) 的计算方式为: 标准体重 $= (\text{年龄} \times 7 - 5) \div 2$. 如表是某一组 13 岁同学的体重情况，其中超出标准体重的千克数记为正数.

学生	甲	乙	丙	丁	戊	己
体重情况	- 1.1	m	- 0.6	0	- 2	+3

已知乙同学的体重是 $48.5kg$.

(1) 请计算: 标准体重为 $43kg$;

(2) m 的值为 $+5.5$;

(3) 体重是标准体重的同学为 丁 ;

(4) 这组同学的平均体重是否超出标准体重？请你通过计算说明你的观点.

【分析】(1) 利用正数和负数的意义解答；

(2) 利用正数和负数的意义解答；

(3) 利用有理数的混合运算计算；

(4) 利用有理数的混合运算计算.

【解答】解：(1) $(13 \times 7 - 5) \div 2 = 86 \div 2 = 43$ (kg)；

故答案为：43kg；

(2) $48.5 - 43 = 5.5$ ，

$\therefore m = +5.5$ ；

故答案为：+5.5；

(3) 体重是标准体重的同学为丁；

故答案为：丁；

(4) $-1.1 + 5.5 - 0.6 + 0 - 2 + 3 = 4.8$ (kg)， $4.8 > 0$ ，

$\therefore$ 这组同学的平均体重超出标准体重.

【点评】本题考查了正数和负数，有理数的混合运算，解题的关键是掌握正数和负数的意义，有理数的混合运算法则.

24. (6分) 在解决数学问题的过程中，我们常用到“分类讨论”的数学思想，下面是运用分类讨论的数学思想解决问题的过程，请仔细阅读，并解答题目后提出的【探究】.

【提出问题】

两个不为0的有理数 a ， b 满足 a ， b 同号，求 $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b}$ 的值.

【解决问题】

解：由 a 、 b 同号且都不为0可知 a 、 b 有两种可能：① a 、 b 都是正数；② a 、 b 都是负数.

① 若 a 、 b 都是正数，即 $a > 0$ ， $b > 0$ ，有 $|a| = a$ 及 $|b| = b$ ，则 $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} = \frac{a}{a} + \frac{b}{b} = 1 + 1 = 2$ ；

② 若 a 、 b 都是负数，即 $a < 0$ ， $b < 0$ ，有 $|a| = -a$ 及 $|b| = -b$ ， $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} = \frac{(-a)}{a} + \frac{(-b)}{b} = (-1) + (-1) = -2$ ；

所以 $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b}$ 的值为2或-2.

【探究】

请根据上面的解题思路解答下面的问题：

(1) 已知 $|a|=3$ 且 $|b|=7$, 且 $a<b$, 则 $a+b=$ 10 或 4 .

(2) 两个不为 0 的有理数 a, b 满足 $ab<0$, 求 $\frac{|a|}{a} - \frac{|b|}{b}$ 的值.

(3) 若 $abc>0$, 则 $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c}$ 的值=3 或 -1 .

【分析】(1) 根据 $|a|=3$ 且 $|b|=7$, 且 $a<b$, 可以得到 $a、b$ 的值, 然后代入所求式子计算即可;

(2) 分两种情况, 根据题意, 化简所求式子即可;

(3) 根据题意, 可以得到 $a、b、c$ 的正负情况, 然后求出所求式子的值即可.

【解答】解: (1) $\because |a|=3$ 且 $|b|=7$, 且 $a<b$,

$$\therefore a=\pm 3, b=7,$$

$$\therefore \text{当 } a=3, b=7 \text{ 时, } a+b=3+7=10,$$

$$\text{当 } a=-3, b=7 \text{ 时, } a+b=-3+7=4,$$

由上可得, $a+b$ 的值是 10 或 4,

故答案为: 10 或 4;

(2) $\because$ 两个不为 0 的有理数 a, b 满足 $ab<0$,

$\therefore$ 当 $a>0, b<0$ 时,

$$\therefore \frac{|a|}{a} - \frac{|b|}{b}$$

$$= \frac{a}{a} - \frac{-b}{b}$$

$$= 1+1$$

$$= 2;$$

当 $a<0, b>0$ 时,

$$\therefore \frac{|a|}{a} - \frac{|b|}{b}$$

$$= \frac{-a}{a} - \frac{b}{b}$$

$$= -1-1$$

$$= -2;$$

综上, $\frac{|a|}{a} - \frac{|b|}{b}$ 的值为 2 或 -2;

(3) $\because abc>0$,

$\therefore a>0, b>0, c>0$ 或两负一正, 不妨设 $a>0, b<0, c<0$,

$$\text{当 } a>0, b>0, c>0 \text{ 时, } \frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} = \frac{a}{a} + \frac{b}{b} + \frac{c}{c} = 1+1+1=3,$$

当 $a > 0, b < 0, c < 0$ 时, $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} = \frac{a}{a} + \frac{-b}{b} + \frac{-c}{c} = 1 - 1 - 1 = -1$,

由上可得, $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c}$ 的值是 3 或 -1.

故答案为: 3 或 -1.

【点评】 本题考查有理数的混合运算, 解答本题的关键是明确题意, 求出所求式子的值.

25. (6 分) 我们学习过了有理数的五种运算和研究运算的方法, 现在定义了一个新运算:

$a \otimes b =$. 定义的内容被遮盖住了, 请观察下列各式, 回答问题:

$$1 \otimes 3 = 1 \times 4 + 3 = 7;$$

$$3 \otimes (-1) = 3 \times 4 - 1 = 11;$$

$$(-8) \otimes 5 = (-8) \times 4 + 5 = -27;$$

$$(-4) \otimes (-3) = (-4) \times 4 - 3 = -19.$$

(1) 请你仿照上面各式的形式, 再写出一个不同的式子: $5 \otimes 6 = 5 \times 4 + 6 = 26$ (答案不唯一).

(2) 补全定义内容: $a \otimes b = 4a + b$; (用含 a, b 的代数式表示)

(3) 当 $a \neq b$ 时, 这种新定义的运算是否满足交换律, 即 $a \otimes b = b \otimes a$ 是否成立, 请说明理由.

【分析】 (1) 根据题目中所给出的算式, 找出规律即可得出答案;

(2) 根据 (1) 中的规律可得出答案;

(3) 根据 (2) 中补全的新运算定义可得出 $a \otimes b = 4a + b$, $b \otimes a = 4b + a$, 然后再根据 $a \neq b$ 即可得出结论.

【解答】 解: (1) $5 \otimes 6 = 5 \times 4 + 6 = 26$ (答案不唯一),

故答案为: $5 \otimes 6 = 5 \times 4 + 6 = 26$ (答案不唯一).

$$(2) a \otimes b = 4a + b;$$

故答案为: $4a + b$.

(3) 不成立, 理由如下:

$$\because a \otimes b = 4a + b, b \otimes a = 4b + a,$$

$$\because a \neq b,$$

$$\therefore 4a + b \neq 4b + a.$$

$$\therefore a \otimes b = b \otimes a \text{ 不成立.}$$

【点评】 此题主要考查了列代数式, 有理数的运算, 理解题意, 熟练掌握题目中给出的新运算定义和有理数的运算法则是解决问题的关键.

26. (5 分) 观察下列两个等式: $5 + \frac{1}{4} = 5 \times \frac{1}{4} + 4$, $6 + \frac{2}{5} = 6 \times \frac{2}{5} + 4$, 给出定义如下: 若对于数对 (a, b) ,

使等式 $a+b=ab+4$ 成立, 则称数对 (a, b) 是“4 相关数对”, 如: $2+(-2)=2 \times (-2)+4$, 所以数对 $(2, -2)$ 是“4 相关数对”.

(1) 数对 $(4, 0)$, $(1, 1)$ 中是“4 相关数对”的是 $(4, 0)$;

(2) 一名同学, 在数对 (m, n) 和 $(-m, -n)$ 都是“4 相关数对”的条件下, 得到下面两条结论:

结论一: m 和 n 互为相反数;

结论二: m 和 n 互为倒数.

请你判断, 两条结论是否正确, 并说明理由.

【分析】(1) 根据题意分别进行解答, 选出符合条件的即可;

(2) 根据 4 的相关数对的定义进行证明即可.

【解答】解: (1) 数对 $(4, 0)$: $4+0=4 \times 0+4$, 即 $(4, 0)$ 是 4 相关数对;

数对 $(1, 1)$: $1+1 \neq 1 \times 1+4$, 即 $(1, 1)$ 不是 4 的相关数对.

故答案为: $(4, 0)$.

(2) 结论一正确, 理由如下:

由 (2) 可知, $m+n=m \times n+4$, $-m+(-n)=(-m) \times (-n)+4$,

则 $m+n=-m+(-n)$,

解得 $m+n=0$,

故 m 和 n 互为相反数,

故结论一正确.

【点评】本题考查倒数和相反数, 能够读懂题意, 理解题意是解题的关键.

27. (7 分) 点 A, B, C 为数轴上的三点, 如果点 C 到 A 的距离是点 C 到 B 的距离的 2 倍, 那么我们就称点 C 是 $\{A, B\}$ 的特征点.

(1) 如图 1, 点 C 和点 D 中是 $\{A, B\}$ 的特征点的是 C ; 且 $\{B, A\}$ 的特征点的是 D ;

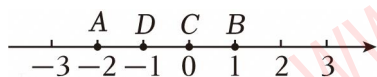


图1

(2) 如图 2, M, N 为数轴上两点, 点 M 表示的数为 -1 , 点 N 表示的数为 5 , F 为数轴上一点, 若点 F 是 $\{M, N\}$ 的特征点, 点 F 表示的数为 3 或 11 ;

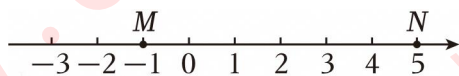


图2

(3) P, Q 为数轴上两点, 点 P 表示的数为 -20 , 点 Q 表示的数为 40 , 现有一个动点 E 从点 Q 出发, 以每秒 2 个单位的速度向左运动, 到达点 P 停止, 若运动时间为 t , 求当 t 为何值时, P, Q, E 中恰有

一个点为其余两点的特征点？直接写出 t 的值 10 秒或 15 秒或 20 秒 .

【分析】(1) 根据数轴确定点表示的数，计算两点间的距离，后根据定义判定是否满足条件，解答即可；

(2) 设点 F 表示的数记作 x_F ，根据题意，得 $FM = x_F - (-1) = x_F + 1$ ， $FN = 5 - x_F$ ，

根据点 F 是 $\{M, N\}$ 的特征点， $FM = 2FN$ ，建立等式解答即可；

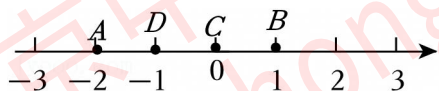
(3) 设点 E 表示的数记作 x_E ， t 秒运动的距离为 $2t$ ，则 $x_E = 40 - 2t$ ，

根据题意，得 $QE = 2t$ ， $EP = x_E - (-20) = 60 - 2t$ ，后分类解答即可.

【解答】解：(1) 根据题意可知： $CA = 0 - (-2) = 2$ ， $CB = 1 - 0 = 1$ ， $DA = -1 - (-2) = 1$ ， $DB = 1 - (-1) = 2$ ，

且 $CA = 2CB$ ， $DA = \frac{1}{2}DB$ ，

故点 C 符合定义，点 D 不符合定义，



故点 C 和点 D 中是 $\{A, B\}$ 的特征点的是点 C ，

故答案为： C ；

由 $CA = 0 - (-2) = 2$ ， $CB = 1 - 0 = 1$ ， $DA = -1 - (-2) = 1$ ， $DB = 1 - (-1) = 2$ ，

且 $CB = \frac{1}{2}CA$ ， $DB = 2DA$ ，

故点 C 不符合定义，点 D 符合定义，

故 $\{B, A\}$ 的特征点的是 D ；

故答案为： D ；

(2) 设点 F 表示的数记作 x_F ，则 $FM = x_F - (-1) = x_F + 1$ ， $FN = 5 - x_F$ ，

根据点 F 是 $\{M, N\}$ 的特征点，得 $FM = 2FN$ ，

故 $|x_F + 1| = 2|5 - x_F|$ ，

故 $x_F + 1 = 2(5 - x_F)$ 或 $x_F + 1 = -2(5 - x_F)$

解得 $x_F = 3$ 或 $x_F = 11$ ；

故点 F 表示的数为 3 或 11，

故答案为：3 或 11；

(3) 设点 E 表示的数记作 x_E ， t 秒运动的距离为 $2t$ ，则 $x_E = 40 - 2t$ ，

根据题意得 $QE = 2t$ ， $EP = x_E - (-20) = 60 - 2t$ ，

点 E 是 $\{P, Q\}$ 的特征点时， $60 - 2t = 2 \times 2t$ ，

解得 $t=10$ (s);

点 E 是 $\{Q, P\}$ 的特征点时, $2(60-2t)=2t$,

解得 $t=20$ (s);

点 Q 是 $\{P, E\}$ 的特征点时, $40-(-20)=2\times 2t$,

解得 $t=15$ (s);

点 P 是 $\{Q, E\}$ 的特征点时, $40-(-20)=2\times (60-2t)$,

解得 $t=15$ (s);

綜上当运动 10 秒或 15 秒或 20 秒时, 三点中恰有一个点为其余两点的特征点,

故答案为: 10 秒或 15 秒或 20 秒.

【点评】 本题考查了数轴表示数, 数轴上两点间的距离公式, 绝对值的意义, 新定义计算, 一元一次方程的应用, 熟练掌握新定义是解题的关键.

四、附加题 (6 分)

28. (6 分) 给定有理数 a, b , 对整式 A, B , 定义新运算 “ $\oplus$ ”: $A\oplus B=aA+bB$; 对正整数 n ($n\geq 2$) 和整

式 A , 定义新运算 “ $\otimes$ ” $n\otimes A=A\oplus A\oplus\cdots\oplus A$ (按从左到右的顺序依次做 “ $\oplus$ ” 运算). 特别地,

$$1\otimes A=A.$$

例如, 当 $a=1, b=2$ 时, 若 $A=x, B=-y$, 则 $A\oplus B=A+2B=x-2y, 2\otimes A=A\oplus A=3x$.

(1) 当 $a=2, b=1$ 时, 若 $A=x+y, B=x-2y$, 则 $A\oplus B=\underline{3x}$, $3\otimes B=\underline{7x-14y}$;

(2) 对每一个正整数 n 和整式 A , 均有 $n\otimes A=A$, 直接写出 a, b 满足的关系;

(3) 当 $a=2, b=1$ 时, 若 $A=3x^2+15xy, B=2x^2-62xy-y^2, p, q$ 是正整数, 令 $P=p\otimes A, Q=q\otimes B$, 且 $P\oplus Q$ 不含 xy 项, 直接写出 p 和 q 的值.

【分析】 (1) 根据新定义直接代入化简即可;

(2) 将 $n\otimes A$ 根据不同的 n 值运算展开发现规律, 据此确定 a, b 满足的关系;

(3) 根据已知条件分别表示出 P, Q , 然后化简, 根据不含有 xy 的项的系数为 0, 然后列举验证, 找出正整数的解即可.

【解答】 解: (1) 当 $a=2, b=1$ 时, 若 $A=x+y, B=x-2y$,

$$\therefore AB=aA+bB=2(x+y)+1(x-2y)=2x+2y+x-2y=3x,$$

$$\therefore 3\otimes B=B\oplus B\oplus B$$

$$=[2(x-2y)+1(x-2y)](x-2y)$$

$$=(3x-6y)\oplus(x-2y)$$

$$=2(3x-6y)+(x-2y)$$

$$=6x-12y+x-2y$$

$$=7x-14y.$$

故答案为: $3x, 7x-14y$.

(2) 要使对每一个正整数 n 和整式 A , 均有 $n \otimes A = A$, 我们先分析 $n \otimes A$ 的规律:

当 $n=1$ 时, $1 \otimes A = A$ (符合要求);

当 $n=2$ 时, $2 \otimes A = A \oplus A = aA + bA = (a+b)A$,

由 $2 \otimes A = A$, 得 $a+b=1$;

当 $n=3$ 时, $3 \otimes A = (2 \otimes A) \oplus A = (a+b)AA = a \times (a+b)A + bA = (a(a+b) + b)A$, 代入 $a+b=1$, 得 $a \times 1 + b = a+b=1$, 即 $3 \otimes A = A$;

以此类推, 可得 $a+b=1$.

(3) 分析 $p \otimes A$,

当 $a=2, b=1$ 时, $2 \otimes A = AA = 2A + A = 3A$;

$$3 \otimes A = (2 \otimes A) \oplus A = 3A \oplus A = 2 \times (3A) + A = 7A.$$

观察规律可得, $p \otimes A = (2^p - 1)A$ 即 $P = (2^p - 1)A$,

同理, $Q = q \otimes B = (2^q - 1)B$.

$$\therefore P \oplus Q = 2P + Q = 2(2^p - 1)A + (2^q - 1)B,$$

将 $A = 3x^2 + 15xy, B = 2x^2 - 62xy - y^2$ 代入, 得:

$$2(2^p - 1)A + (2^q - 1)B$$

$$= 2(2^p - 1)(3x^2 + 15xy) + (2^q - 1)(2x^2 - 62xy - y^2)$$

$$= (6 \times 2^p - 6 + 2 \times 2^q - 2)x^2 + (30 \times 2^p - 30 - 62 \times 2^q + 62)xy + (-2^q + 1)y^2$$

$$= (6 \times 2^p - 6 + 2 \times 2^q - 2)x^2 + (30 \times 2^p - 62 \times 2^q + 32)xy + (-2^q + 1)y^2,$$

$\therefore P \oplus Q$ 不含 xy 项,

$$\therefore 30 \times 2^p - 62 \times 2^q + 32 = 0,$$

$$\therefore 15 \times 2^p - 31 \times 2^q + 16 = 0,$$

试 $q=2$, 则 $31 \times 4 = 124, 15 \times 2^p = 124 - 16 = 108, 2^p = 108 \div 15 = 7.2$ 不是整数;

试 $q=3$, 则 $31 \times 8 = 248, 15 \times 2^p = 248 - 16 = 232, 2^p = 232 \div 15 \approx 15.47$, 不是整数;

试 $q=4$, 则 $31 \times 16 = 496, 15 \times 2^p = 496 - 16 = 480, 2^p = 480 \div 15 = 32, 2^p = 32$, 则 $p=5$;

验证 $p=5, q=4$ 时:

$$30 \times 2^5 - 62 \times 2^4 + 32 = 30 \times 32 - 62 \times 16 + 32 = 960 - 992 + 32 = 0, \text{符合要求.}$$

所以 $p=5$, $q=4$.

【点评】 本题主要考查了新运算的定义、指数运算、数字规律、整式运算等知识点，熟练掌握新运算的理解和相关运算法则是解题的关键.