

2025-2026 学年北京市西城区德胜中学七年级（上）期中数学试卷

一、选择题（本题共 16 分，每题 2 分）

1.（2 分） $-\frac{1}{2}$ 的相反数是（ ）

A. $\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. 2

D. -2

2.（2 分）紫金山 - 阿特拉斯彗星被称为“2024 年最值得期待的彗星”，它是一颗带有黄色彗尾的非周期彗星，运行轨道是一个特殊的椭圆形，绕太阳一圈需约 61700 年，即每隔六万多年才有机会见到一次，其中数据 61700 用科学记数法表示为（ ）

A. 61.7×10^3

B. 6.17×10^5

C. 0.617×10^6

D. 6.17×10^4

3.（2 分）下列说法中正确的是（ ）

A. 相反数是本身的数只有 0

B. $-a$ 表示的数是负数

C. 如果 $|x| = |-3|$ ，那么 $x = -3$

D. 如果 $x^2 = 25$ ，那么 $x = -5$

4.（2 分）下列关于单项式 $-\frac{3x^2y}{5}$ 的说法中，正确的是（ ）

A. 系数是 $-\frac{3}{5}$ ，次数是 3

B. 系数是 $-\frac{3}{5}$ ，次数是 2

C. 系数是 -3，次数是 3

D. 系数是 -3，次数是 2

5.（2 分）下面计算正确的是（ ）

A. $-2x - 2x = 0$

B. $x^4 - x^2 = x^2$

C. $x^2 + x^2 = 2x^4$

D. $xy - 2xy = -xy$

6.（2 分）已知关于 x 的方程 $ax - 5 = 7a + 5 - x$ 的解为 $x = 4$ ，则 a 的值是（ ）

A. -2

B. 2

C. 3

D. -3

7.（2 分）根据等式的性质，下列各式变形正确的是（ ）

A. 若 $a = b$ ，则 $a - 2 = b - 2$

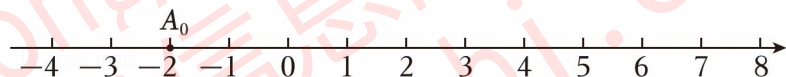
B. 若 $a = b$ ，则 $\frac{a}{c^2} = \frac{b}{c^2}$

C. 若 $a^2 = ab$ ，则 $a = b$

D. 若 $3a - 2b = 2$ ，则 $b = \frac{3}{2}a - 2$

8.（2 分）如图，数轴上点 A_0 表示的数为 -2，点 A_0, A_1 （不与 A_0 重合）到 0 对应的点的距离相等，点

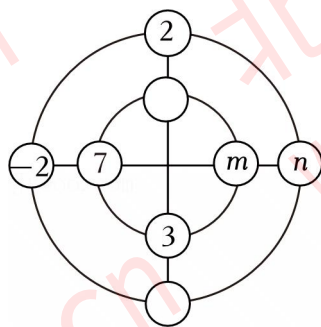
A_1, A_2 (不与 A_1 重合) 到 1 对应的点的距离相等, 点 A_2, A_3 (不与 A_2 重合) 分别到 2 对应的点的距离相等, 点 A_3, A_4 (不与 A_3 重合) 分别到 3 对应的点的距离相等, $\dots$, 按此规律, 点 A_{2025} 表示的数为 ()



- A. 2025 B. 2026 C. 2027 D. 2028

二. 填空题 (本题共 16 分, 每题 2 分)

9. (2 分) 某校组织学生去劳动实践基地采摘苹果, 并称重、封装. 一箱苹果的标准质量为 5kg , 如果比标准质量多 42g 记作 $+42\text{g}$, 那么比标准质量少 30g 应记作 _____ g .
10. (2 分) 若 $a < 0$, 且 $|a| = 2$, 则 $a =$ _____.
11. (2 分) 请写出一个只含有字母 a 的二次三项式 _____.
12. (2 分) 如果单项式 $-3x^{a+2}y^{2025}$ 与 xy^b 是同类项, 那么 $a^b =$ _____.
13. (2 分) 已知 $m^2 - m = 4$, 则代数式 $2m^2 - 2m + 1$ 的值为 _____.
14. (2 分) 若多项式 $2x^2 - 4x^3 + ax - 5 - 3x$ 不含 x 的一次项, 则 a 的值为 _____.
15. (2 分) 我国古代数学著作《增删算法统宗》记载“绳索量竿”问题: “一条竿子一条索, 索比竿子长一托, 折回索子却量竿, 却比竿子短一托.” 其大意为: 现有一根竿和一条绳索, 用绳索去量竿, 绳索比竿长 5 尺; 如果将绳索对半折后再去量竿, 就比竿短 5 尺. 设绳索长 x 尺, 可列一元一次方程为 _____.
16. (2 分) 如图, 将 $-4, -2, 0, 1, 2, 3, 5, 7$ 这八个数分别填入“幻圆”的八个“圆圈”中, 使大圆、小圆以及大圆的两条直径上的四个数的和都相等, 其中 $-2, 2, 3, 7$ 已填入如图所示的位置, 则图中 m, n 表示的两个数的和为 _____, 其中 m 为 _____.



三. 解答题 (共 68 分, 第 17 题 16 分, 第 18-22 题每题 5 分, 第 23 题 6 分, 第 24-26 题每题 7 分)

17. (16 分) 计算:

(1) $6 - (-5) + (-18)$;

(2) $(-4) \div \frac{1}{7} \times (-0.75)$;

$$(3) (-42) \times \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{14} - \frac{2}{7}\right);$$

$$(4) -3^2 + \frac{1}{4} \times 2^3 + (-3)^2.$$

18. (5分) 解方程: $2(x-1) = 2 - 5(x+2).$

19. (5分) 下面是小红同学解方程的过程, 请认真阅读并完成相应问题.

$$\frac{x+3}{2} - \frac{2x-1}{3} = 1,$$

解: $3(x+3) - 2(2x-1) = 6 \cdots$ 第一步,

$$3x+9 - 4x+2=6 \cdots$$
 第二步,

$$3x - 4x = 6+9+2 \cdots$$
 第三步,

$$-x = 17 \cdots$$
 第四步,

$$x = -17 \cdots$$
 第五步.

(1) 以上解题过程中, 第一步是依据_____进行变形的;

(2) 从第_____步开始出现错误, 这一步错误的原因是_____;

(3) 请写出该方程的正确解答过程.

20. (5分) 先化简, 再求值: $(2x^2y + xy^2) - 2(x^2y - 1) - 4xy^2 - 2$, 其中 $x=2$, $y=-2$.

21. (5分) 如表是某校年龄都是 13 岁的 5 位同学的体重 (单位: kg) 情况, 其中高于标准体重的千克数记为正数, 低于标准体重的千克数记为负数. 一种少年儿童的标准体重 (单位: kg) 的计算方式为:

标准体重 = (年龄 $\times$ 7 - 5) $\div$ 2.

编号	1	2	3	4	5
体重情况	-0.1	-1.0	+3.6	0	m

已知编号为 5 的同学的体重是 $48.5kg$.

(1) ①请计算: 标准体重为_____, m 的值为_____;

②体重是标准体重的同学编号为_____;

(2) 求这 5 位同学体重的平均值.

22. (5分) 已知代数式 $A=4x^2+6xy+1$, $B=x^2+2xy-2$. 请通过计算比较 A 与 $3B$ 的大小.

23. (6分) 一种新运算定义如下: $a \oplus b = a + b + |a - b|$.

(1) 计算: $6 \oplus (-5) =$ _____;

(2) 计算: $3 \oplus [(-2) \oplus 4] =$ _____ ; (括号内的式子先进行运算)

(3) 我们知道有理数加法和乘法都满足交换律和结合律, 请对该新运算进行关于运算律的探究:

①判断该新运算是否满足结合律: _____ (填“是”或“否”);

②判断该新运算是否满足交换律: _____ (填“是”或“否”); 若填“是”请说明理由; 若填“否”, 请举出一个反例.

24. (7 分) 材料阅读:

《好玩儿的思维游戏》是我校开设的一门兴趣类选修课, 课程不仅拓宽了同学们认识世界、分析问题的角度, 也丰富了同学们的知识背景. 一次课上, 老师给同学们讲解了身份证背后的编码规则如下.

我国现行的二代身份证号码是 18 位数字 (第 18 位可能由罗马数字 X 表示, 用来代替 10), 它由前 17 位数字本体码和最后 1 位校验码组成. 前 6 位为行政区划代码, 第 7 至 14 位为出生日期码, 第 15 至 17 位为顺序码, 第 18 位为校验码. 第 18 位校验码由前 17 位数字按照一定规则计算得出. 为了方便表示, 现将身份证的 18 位数字从左至右依次记为: $a_1, a_2, \dots, a_{17}, a_{18}$, 其中 a_i ($i=1, 2, 3, \dots, 18$) 表示第 i 位的数字. 计算校验码 a_{18} 的步骤如下.

步骤 1: 将每位数字本体码分别乘以指定的数, 之后将乘积相加求得 S , 公式为: $S = 7a_1 + 9a_2 + 10a_3 + 5a_4 + 8a_5 + 4a_6 + 2a_7 + a_8 + 6a_9 + 3a_{10} + 7a_{11} + 9a_{12} + 10a_{13} + 5a_{14} + 8a_{15} + 4a_{16} + 2a_{17}$;

步骤 2: 将 S 除以 11 所得的余数记为 Y ;

步骤 3: 查阅如下编码表, 得到余数 Y 对应的校验码 a_{18} .

余数 Y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
校验码 a_{18}	1	0	X	9	8	7	6	5	4	3	2

问题探究:

以上内容激发了小德同学的探究兴趣. 课后他验证了自己的身份证号码, 他的身份证号码前 17 位数字本体码是: 11010220121081322, 经计算得 $S=123$.

(1) 按照计算规则, 上述 S 对应的余数 Y 是 _____, 校验码 a_{18} 是 _____;

(2) 他无意间获知了小胜同学身份证号码的一部分, 如下:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
a_i	1	1	0	1	0	5	2	0		2			0	8	1	5	1	0

小德同学想应用自己学习到的身份证编码规则, 推算出小胜同学的生日, 以便在小胜生日当天准备惊喜. 小德同学的推算过程如下:

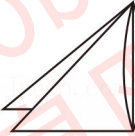
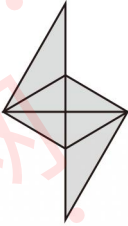
①小胜同学与自己的年龄差最多不超过 2 岁, 第 7 - 10 位为出生年份, 所以小胜同学一定是年出生的;

②由第 11 - 12 位为出生月份，可以推知_____（在横线上补充一条有效信息，以便后续推算）；

③ 设第 11 位数字为 x ，第 12 位数字为 y ，由第 18 位校验码为 0，可以推知 x, y 满足（填关系式或文字描述均可）；

④经过进一步的推算可以确定小胜同学的生日是_____ 月 8 日。

25.（7 分）在数学综合实践活动中，同学们准备用某种规格的长方形彩纸制作几何体．经讨论，形成了如下制作方案：

几何体制作方案	
步骤 1 裁剪长方形彩纸： 一张长方形彩纸可按图 1 方式裁为 2 块小长方形纸片，或按图 2 方式裁为 3 块小正方形纸片．	 图 1  图 2
步骤 2 制作“三角插”和“圆部式”基本单元： 一块小长方形纸片可折成一个“三角插”基本单元， 一块小正方形纸片可折成一个“圆部式”基本单元．	 三角插  圆部式
步骤 3 制作几何体： 40 个“三角插”基本单元和 10 个“圆部式”基本单元，可做成一个 A 型几何体，30 个“三角插”基本单元和 20 个“圆部式”基本单元，可做成一个 B 型几何体．	

请你根据制作方案，完成下列问题：

（1）若有 210 张长方形彩纸全部用来制作 A 型几何体，在不浪费纸张的前提下，分别用多少张彩纸制作“三角插”和“圆部式”基本单元？

（2）经过进一步讨论，同学们决定用 250 张长方形彩纸制作 A 型和 B 型几何体共 11 个，同样在不浪费纸张的前提下，用于制作“三角插”基本单元的彩纸应有_____ 张，能制作_____ 个 A 型几何体．

26.（7 分）在数轴上，点 A 表示的有理数为 a ，点 B 表示的有理数为 b ．有理数 a, b 满足 $(a+4)^2 + |b - 6| = 0$ ．动点 P 从点 A 出发，以每秒 2 个单位长度的速度沿数轴正方向运动；动点 Q 从点 B 出发，以每秒 1 个单位长度的速度沿数轴负方向运动．设运动时间为 t 秒（ $t \geq 0$ ），动点 P 表示的有理数为 p ，动点

Q 表示的有理数为 q ，当 $|p - q| = t + m$ (m 为任意有理数) 时，称点 P 为点 Q 的 “ $\{t, m\}$ 伴随点”。

(1) 直接写出 a, b 的值: $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 用含 t 的代数式表示 p, q 的值: $p = \underline{\hspace{2cm}}$, $q = \underline{\hspace{2cm}}$;

(3) 当点 P 是点 Q 的 “ $\{t, 2\}$ 伴随点” 时，请直接写出 $t = \underline{\hspace{2cm}}$;

(4) 在点 P, Q 运动过程中，若点 P 到原点的距离与点 Q 到原点的距离之差为 m ，是否存在时刻 t 使点 P 是点 Q 的 $\{t, m\}$ 伴随点”？若存在，请直接写出 t 的值；若不存在，请说明理由。

2025-2026 学年北京市西城区德胜中学七年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一. 选择题（共 8 小题）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	D	A	A	D.	A	A	B

一. 选择题（本题共 16 分，每题 2 分）

1. （2 分） $-\frac{1}{2}$ 的相反数是（ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数，可得答案.

【解答】解： $-\frac{1}{2}$ 的相反数是 $\frac{1}{2}$ ，

故选：A.

【点评】本题考查了相反数，在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

2. （2 分）紫金山 - 阿特拉斯彗星被称为“2024 年最值得期待的彗星”，它是一颗带有黄色彗尾的非周期彗星，运行轨道是一个特殊的椭圆形，绕太阳一圈需约 61700 年，即每隔六万多年才有机会见到一次，其中数据 61700 用科学记数法表示为（ ）

- A. 61.7×10^3 B. 6.17×10^5 C. 0.617×10^6 D. 6.17×10^4

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解： $61700 = 6.17 \times 10^4$.

故选：D.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. （2 分）下列说法中正确的是（ ）

- A. 相反数是本身的数只有 0
B. $-a$ 表示的数是负数
C. 如果 $|x| = |-3|$ ，那么 $x = -3$

D. 如果 $x^2=25$, 那么 $x=-5$

【分析】根据相反数, 负数, 解方程逐一判断各选项, 即可得到结果.

【解答】解: A. 相反数是本身的数只有 0, 该选项正确, 符合题意;

B. 若 $a=-5$, 则 $-a=5$, 故 $-a$ 表示的数是正数, 原计算不正确, 不符合题意;

C. 如果 $|x|=-3$, 则 $|x|=3$, 那么 $x=3$ 或 -3 , 故原计算不正确, 不符合题意;

D. 如果 $x^2=25$, 那么 $x=5$ 或 -5 , 故原计算不正确, 不符合题意,

故选: A.

【点评】本题考查了相反数, 负数, 解方程, 熟练进行相关运算是解题的关键.

4. (2 分) 下列关于单项式 $-\frac{3x^2y}{5}$ 的说法中, 正确的是 ()

A. 系数是 $-\frac{3}{5}$, 次数是 3

B. 系数是 $-\frac{3}{5}$, 次数是 2

C. 系数是 -3, 次数是 3

D. 系数是 -3, 次数是 2

【分析】根据单项式的有关概念即可判断.

【解答】解: 单项式 $-\frac{3x^2y}{5}$ 的系数为 $-\frac{3}{5}$, 次数为 3,

故选: A.

【点评】本题考查了单项式的次数和系数. 确定单项式的系数和次数时, 把一个单项式分解成数字因数和字母因式的积, 是找准单项式的系数和次数的关键.

5. (2 分) 下面计算正确的是 ()

A. $-2x-2x=0$

B. $x^4-x^2=x^2$

C. $x^2+x^2=2x^4$

D. $xy-2xy=-xy$

【分析】根据整式的加减运算法则即可求出答案.

【解答】解: A、 $-2x-2x=-4x\neq 0$, 故 A 错误;

B、 $x^4-x^2\neq x^2$, 故 B 错误;

C、 $x^2+x^2=2x^2\neq 2x^4$, 故 C 错误;

D、 $xy-2xy=-xy$, 故 D 正确.

故选: D.

【点评】本题考查整式的运算法则, 解题的关键是熟练运用整式的运算, 本题属于基础题型.

6. (2 分) 已知关于 x 的方程 $ax-5=7a+5-x$ 的解为 $x=4$, 则 a 的值是 ()

A. -2

B. 2

C. 3

D. -3

【分析】把 $x=4$ 代入原方程, 可得出 $4a-5=7a+5-x$, 解之即可得出 a 的值.

【解答】解：把 $x=4$ 代入原方程得： $4a-5=7a+5-4$ ，

解得： $a=-2$ ，

$\therefore a$ 的值为 -2 。

故选：A。

【点评】本题考查了一元一次方程的解，牢记“把方程的解代入原方程，等式左右两边相等”是解题的关键。

7. (2分) 根据等式的性质，下列各式变形正确的是 ()

A. 若 $a=b$ ，则 $a-2=b-2$

B. 若 $a=b$ ，则 $\frac{a}{c^2} = \frac{b}{c^2}$

C. 若 $a^2=ab$ ，则 $a=b$

D. 若 $3a-2b=2$ ，则 $b=\frac{3}{2}a-2$

【分析】由等式的性质，分别对每个选项进行判断，即可得到答案。

【解答】解：A、若 $a=b$ ，则 $a-2=b-2$ ，故此选项正确，符合题意；

B、若 $a=b$ ，则 $\frac{a}{c^2} = \frac{b}{c^2}$ 错误，因为 $c=0$ 时，等式不成立，故此选项错误，不符合题意；

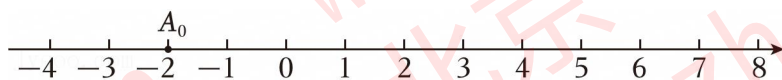
C、若 $a^2=ab$ ，则 $a=b$ 错误，因为 $a=0$ 时， $b \neq 0$ 等式不成立，故此选项错误，不符合题意；

D、若 $3a-2b=2$ ，则 $b=\frac{3}{2}a-2$ 错误，应为 $b=\frac{3}{2}a-1$ ，故此选项错误，不符合题意，

故选：A。

【点评】本题考查了等式的基本性质，解题的关键是熟练掌握等式的性质进行判断。

8. (2分) 如图，数轴上点 A_0 表示的数为 -2 ，点 A_0, A_1 (不与 A_0 重合) 到 0 对应的点的距离相等，点 A_1, A_2 (不与 A_1 重合) 到 1 对应的点的距离相等，点 A_2, A_3 (不与 A_2 重合) 分别到 2 对应的点的距离相等，点 A_3, A_4 (不与 A_3 重合) 分别到 3 对应的点的距离相等， $\dots$ ，按此规律，点 A_{2025} 表示的数为 ()



A. 2025

B. 2026

C. 2027

D. 2028

【分析】根据两点间的距离公式及找规律进行归纳推理。

【解答】解：由题意知 $[0 - (-2)] \times 2 + (-2) = 2$ ，

即点 A_1 表示的数为 2，

依此类推，点 A_2 表示的数为 0，点 A_3 表示的数为 4，点 A_4 表示的数为 2，点 A_5 表示的数为 6，点 A_6

表示的数为 4, …,

∴ 点 A_{2n} (n 为正整数) 表示的数为: 偶数项 $n-2$, 奇数项 $2n+2$,

∴ 2025 是奇数项, 令 $2025=2n+1$, 则 $n=1012$,

∴ $A_{2025}=2n+2=1012 \times 2+2=2026$.

故选: B.

【点评】本题考查了数轴的概念, 根据两点间的距离公式找规律是关键.

二. 填空题 (本题共 16 分, 每题 2 分)

9. (2 分) 某校组织学生去劳动实践基地采摘苹果, 并称重、封装. 一箱苹果的标准质量为 5kg , 如果比标准质量多 42g 记作 $+42\text{g}$, 那么比标准质量少 30g 应记作 -30 g.

【分析】在一对具有相反意义的量中, 先规定其中一个为正, 则另一个就用负表示.

【解答】解: “正”和“负”相对, 所以, 比标准质量多 42g 记作 $+42\text{g}$, 那么比标准质量少 30g 应记作 -30g .

故答案为: -30 .

【点评】此题主要考查了正负数的意义, 解题关键是理解“正”和“负”的相对性, 明确什么是一对具有相反意义的量.

10. (2 分) 若 $a < 0$, 且 $|a|=2$, 则 $a=\underline{-2}$.

【分析】根据 $|a|=2$, 得出 $a=\pm 2$, 根据 $a < 0$, 即可求解.

【解答】解: 根据题意可知, $a < 0$, 且 $|a|=2$,

∴ $a=-2$.

故答案为: -2 .

【点评】本题考查了绝对值, 掌握绝对值的意义是关键.

11. (2 分) 请写出一个只含有字母 a 的二次三项式 a^2+2a+1 (答案不唯一).

【分析】二次三项式即多项式中次数最高的项的次数为 2, 并且含有三项的多项式. 答案不唯一.

【解答】解: 由多项式的定义可得只含有字母 a 的二次三项式,

例如: a^2+2a+1 , 答案不唯一.

故答案为: a^2+2a+1 (答案不唯一).

【点评】本题考查了多项式的定义, 解题的关键是弄清多项式次数是多项式中次数最高的项的次数.

12. (2 分) 如果单项式 $-3x^{a+2}y^{2025}$ 与 xy^b 是同类项, 那么 $a^b=\underline{-1}$.

【分析】根据同类项的定义列出方程, 再求解即可.

【解答】解: 由同类项的定义可知 $a+2=1$, $b=2025$,

解得 $a = -1$, $b = 2025$,

$$\therefore a^b = (-1)^{2025} = -1.$$

故答案为: -1 .

【点评】 本题考查了同类项的定义, 掌握同类项的定义: 所含字母相同, 相同字母的指数也相同的项叫同类项.

13. (2分) 已知 $m^2 - m = 4$, 则代数式 $2m^2 - 2m + 1$ 的值为 9 .

【分析】 本题考查了求代数式的值, 将代数式 $2m^2 - 2m + 1$ 变形为 $2(m^2 - m) + 1$, 再将 $m^2 - m = 4$ 代入计算即可得到结果.

【解答】 解: $\because m^2 - m = 4$,

$\therefore$ 可将 $m^2 - m$ 看作一个整体,

$$\therefore 2m^2 - 2m + 1$$

$$= 2(m^2 - m) + 1$$

$$= 2 \times 4 + 1$$

$$= 9.$$

故答案为: 9.

【点评】 本题考查了求代数式的值, 解决本题的关键是整体思想的应用.

14. (2分) 若多项式 $2x^2 - 4x^3 + ax - 5 - 3x$ 不含 x 的一次项, 则 a 的值为 3 .

【分析】 先把多项式合并, 然后令 x 的一次项系数等于 0, 再解方程即可.

【解答】 解: $\because$ 多项式 $2x^2 - 4x^3 + ax - 5 - 3x = -4x^3 + 2x^2 + (a - 3)x - 5$ 不含 x 的一次项,

$$\therefore a - 3 = 0,$$

解得 $a = 3$.

故答案为: 3.

【点评】 本题考查了合并同类项法则及对多项式“项”的概念的理解, 要知道多项式中的每个单项式叫做多项式的项, 题目设计精巧, 有利于培养学生灵活运用知识的能力.

15. (2分) 我国古代数学著作《增删算法统宗》记载“绳索量竿”问题: “一条竿子一条索, 索比竿子长一托, 折回索子却量竿, 却比竿子短一托.” 其大意为: 现有一根竿和一条绳索, 用绳索去量竿, 绳索比竿长 5 尺; 如果将绳索对半折后再去量竿, 就比竿短 5 尺. 设绳索长 x 尺, 可列一元一次方程为 $\frac{1}{2}x = (x - 5) - 5$.

【分析】 设绳索长 x 尺, 则竿长 $(x - 5)$ 尺, 根据“将绳索对半折后再去量竿, 就比竿短 5 尺”, 即可

得出关于 x 的一元一次方程，此题得解.

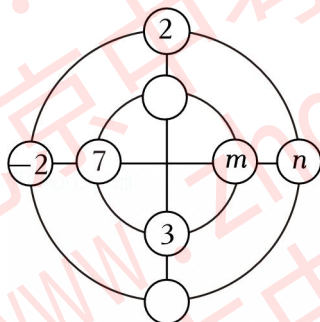
【解答】解：设绳索长 x 尺，则竿长 $(x - 5)$ 尺，

依题意，得： $\frac{1}{2}x = (x - 5) - 5$ ，

故答案为： $\frac{1}{2}x = (x - 5) - 5$.

【点评】本题考查了由实际问题抽象出一元一次方程，找准等量关系，正确列出一元一次方程是解题的关键.

16. (2分) 如图，将 -4 ， -2 ， 0 ， 1 ， 2 ， 3 ， 5 ， 7 这八个数分别填入“幻圆”的八个“圆圈”中，使大圆、小圆以及大圆的两条直径上的四个数的和都相等，其中 -2 ， 2 ， 3 ， 7 已填入如图所示的位置，则图中 m ， n 表示的两个数的和为 1，其中 m 为 -4 或 0 .



【分析】先计算所给出数的总和，根据和可得出大圆、小圆的四个数的和，再分情况讨论求解未知数的和即可.

【解答】解：将 -4 ， -2 ， 0 ， 1 ， 2 ， 3 ， 5 ， 7 这八个数分别填入“幻圆”的八个“圆圈”中，使大圆、小圆以及大圆的两条直径上的四个数的和都相等，

$\therefore (-4) + (-2) + 0 + 1 + 2 + 3 + 5 + 7 = 12$ ，且 8 个数分成一个大圆，一个小圆，

$\therefore$ 每个圆中的 4 个数之和为 6，

$\therefore (-2) + 7 + m + n = 6$ ，

$\therefore m + n = 1$ ，

观察图形，此时 m ， n 有以下情况：

- ①当 $m = 5$ ， $n = -4$ 时，小圆和大圆中无满足要求的数，故排除；
- ②当 $m = -4$ ， $n = 5$ 时，小圆中的数为 0 ，大圆中的数为 1 ，经检验符合要求；
- ③当 $m = 0$ ， $n = 1$ 时，小圆中的数为 -4 ，大圆中的数为 5 ，经检验符合要求；
- ④当 $m = 1$ ， $n = 0$ 时，小圆和大圆中无满足要求的数，故排除.

故答案为： 1 ， -4 或 0 .

【点评】本题考查了数字求和，方程思想及逻辑推理和分类讨论，正确记忆相关知识点是解题关键.

三. 解答题 (共 68 分, 第 17 题 16 分, 第 18-22 题每题 5 分, 第 23 题 6 分, 第 24-26 题每题 7 分)

17. (16 分) 计算:

(1) $6 - (-5) + (-18)$;

(2) $(-4) \div \frac{1}{7} \times (-0.75)$;

(3) $(-42) \times (\frac{1}{6} + \frac{3}{14} - \frac{2}{7})$;

(4) $-3^2 + \frac{1}{4} \times 2^3 + (-3)^2$.

【分析】(1) 把减法转化为加法计算即可;

(2) 把除法变为乘法, 利用多个有理数的乘法计算即可;

(3) 利用乘法分配律进行计算即可;

(4) 先计算乘方, 再计算乘除, 最后计算加减法即可.

【解答】解: (1) 原式 $= 6 + 5 - 18$

$= -7$;

(2) 原式 $= (-4) \times 7 \times (-\frac{3}{4})$

$= 21$;

(3) $(-42) \times (\frac{1}{6} + \frac{3}{14} - \frac{2}{7})$

$= (-42) \times \frac{1}{6} + (-42) \times \frac{3}{14} - (-42) \times \frac{2}{7}$

$= -7 - 9 + 12$

$= -4$;

(4) $-3^2 + \frac{1}{4} \times 2^3 + (-3)^2$

$= -9 + 2 + 9$

$= 2$.

【点评】此题考查了有理数的混合运算, 熟练掌握有理数的运算法则和混合运算顺序是解题的关键.

18. (5 分) 解方程: $2(x-1) = 2 - 5(x+2)$.

【分析】根据去括号, 移项合并同类项, 系数化为 1 的过程进行求解即可.

【解答】解: $2(x-1) = 2 - 5(x+2)$,

去括号得: $2x - 2 = 2 - 5x - 10$,

移项得: $2x + 5x = 2 - 10 + 2$,

合并得： $7x = -6$ ，

系数化为1得： $x = -\frac{6}{7}$ 。

【点评】 本题考查了一元一次方程，掌握一元一次方程的求解方法是解题关键。

19. (5分) 下面是小红同学解方程的过程，请认真阅读并完成相应问题。

$$\frac{x+3}{2} - \frac{2x-1}{3} = 1,$$

解： $3(x+3) - 2(2x-1) = 6$ …第一步，

$3x+9 - 4x+2=6$ …第二步，

$3x - 4x=6+9+2$ …第三步，

$-x=17$ …第四步，

$x = -17$ …第五步。

(1) 以上解题过程中，第一步是依据 等式的基本性质 进行变形的；

(2) 从第 三 步开始出现错误，这一步错误的原因是 移项没有变号 ；

(3) 请写出该方程的正确解答过程。

【分析】 (1) 根据等式的基本性质，即可解答；

(2) 按照解一元一次方程的步骤：去分母，去括号，移项，合并同类项，系数化为1，逐一判断即可解答；

(3) 按照解一元一次方程的步骤：去分母，去括号，移项，合并同类项，系数化为1，进行计算即可解答。

【解答】 解：(1) 以上解题过程中，第一步是依据等式的基本性质进行变形的，

故答案为：等式的基本性质；

(2) 从第三步开始出现错误，这一步的错误的原因是移项没有变号，

故答案为：三；移项没有变号；

$$(3) \frac{x+3}{2} - \frac{2x-1}{3} = 1,$$

$$3(x+3) - 2(2x-1) = 6,$$

$$3x+9 - 4x+2=6,$$

$$-x = -5,$$

$$x=5.$$

【点评】 本题考查了解一元一次方程，等式的性质，熟练掌握解一元一次方程的步骤是解题的关键。

20. (5分) 先化简，再求值： $(2x^2y+xy^2) - 2(x^2y-1) - 4xy^2 - 2$ ，其中 $x=2$ ， $y=-2$ 。

【分析】先去括号、合并同类项进行化简，再将 $x=2$ ， $y=-2$ 代入求值即可.

【解答】解：原式 $= 2x^2y + xy^2 - 2x^2y + 2 - 4xy^2 - 2$
 $= -3xy^2$,

当 $x=2$ ， $y=-2$ 时，

原式 $= -3 \times 2 \times (-2)^2 = -24$.

【点评】本题考查了整式的加减 - 化简求值，掌握去括号和合并同类项法则是解题的关键.

21. (5 分) 如表是某校年龄都是 13 岁的 5 位同学的体重 (单位: kg) 情况，其中高于标准体重的千克数记为正数，低于标准体重的千克数记为负数. 一种少年儿童的标准体重 (单位: kg) 的计算方式为:

标准体重 $= (\text{年龄} \times 7 - 5) \div 2$.

编号	1	2	3	4	5
体重情况	-0.1	-1.0	+3.6	0	m

已知编号为 5 的同学的体重是 $48.5kg$.

(1) ①请计算：标准体重为 $43kg$ ， m 的值为 $+5.5$ ；

②体重是标准体重的同学编号为 4；

(2) 求这 5 位同学体重的平均值.

【分析】(1) 利用正数和负数的意义解答；

(2) 利用有理数的混合运算法则计算.

【解答】解：(1) ① $(13 \times 7 - 5) \div 2$
 $= 86 \div 2$

$= 43 (kg)$ ， $m = 48.5 - 43 = 5.5$ ，

故答案为： $43kg$ ， $+5.5$ ；

②体重是标准体重的同学编号为 4；

故答案为：4；

(2) $(-0.1 - 1 + 3.6 + 0 + 5.5) \div 5 + 43$
 $= 1.6 + 43$
 $= 44.6 (kg)$,

答：这 5 位同学体重的平均值是 $44.6kg$.

【点评】本题考查了正数和负数，有理数的混合运算，解题的关键是掌握正数和负数的意义，有理数的

混合运算法则.

22. (5分) 已知代数式 $A=4x^2+6xy+1$, $B=x^2+2xy-2$. 请通过计算比较 A 与 $3B$ 的大小.

【分析】计算 $A-3B=(4x^2+6xy+1)-3(x^2+2xy-2)$ 后, 根据结果即可得到结论.

【解答】解: $A=4x^2+6xy+1$, $B=x^2+2xy-2$.

$$A-3B=(4x^2+6xy+1)-3(x^2+2xy-2)$$

$$=4x^2+6xy+1-3x^2-6xy+6$$

$$=x^2+7 \geq 7 > 0$$

$$\therefore A > 3B.$$

【点评】此题考查了整式的加减法, 正确记忆相关知识点是解题关键.

23. (6分) 一种新运算定义如下: $a \oplus b = a + b + |a - b|$.

(1) 计算: $6 \oplus (-5) = \underline{12}$;

(2) 计算: $3 \oplus [(-2) \oplus 4] = \underline{16}$; (括号内的式子先进行运算)

(3) 我们知道有理数加法和乘法都满足交换律和结合律, 请对该新运算进行关于运算律的探究:

①判断该新运算是否满足结合律: 否 (填“是”或“否”);

②判断该新运算是否满足交换律: 是 (填“是”或“否”); 若填“是”请说明理由; 若填“否”, 请举出一个反例.

【分析】(1) 根据题中的新定义计算即可求解;

(2) 已知等式利用题中的新定义化简, 代入计算即可求解;

(3) 根据题中的新定义可知“ $\oplus$ ”运算满足交换律.

【解答】解: (1) $6 \oplus (-5) = 6 + (-5) + |6 - (-5)| = 6 - 5 + 11 = 12$;

故答案为: 12;

(2) $3 \oplus [(-2) \oplus 4] = 3 \oplus \{(-2) + 4 + |-2 - 4|\} = 3 \oplus 8 = 3 + 8 + |3 - 8| = 11 + 5 = 16$;

故答案为: 16;

(3) ①否.

例如: $3 \oplus [(-2) \oplus 4] = 3 \oplus \{(-2) + 4 + |-2 - 4|\} = 3 \oplus 8 = 3 + 8 + |3 - 8| = 11 + 5 = 16$;

$[3 \oplus (-2)] \oplus 4 = \{3 + (-2) + |3 - 2|\} \oplus 4 = 6 \oplus 4 = 6 + 4 + |6 - 4| = 11$,

$3 \oplus [(-2) \oplus 4] \neq [3 \oplus (-2)] \oplus 4$, 所以不满足交换律.

故答案为: 否

②是. 理由如下:

根据新定义运算得: $a \oplus b = a + b + |a - b|$, $b \oplus a = b + a + |b - a|$,

$$\because |a-b|=|b-a|$$

$\therefore a \oplus b = b \oplus a$ ，所以该新运算满足交换律，

故答案为：是。

【点评】此题考查了有理数的混合运算，弄清题中的新定义是解本题的关键。

24. (7分) 材料阅读：

《好玩儿的思维游戏》是我校开设的一门兴趣类选修课，课程不仅拓宽了同学们认识世界、分析问题的角度，也丰富了同学们的知识背景。一次课上，老师给同学们讲解了身份证背后的编码规则如下。

我国现行的二代身份证号码是18位数字（第18位可能由罗马数字 X 表示，用来代替10），它由前17位数字本体码和最后1位校验码组成。前6位为行政区划代码，第7至14位为出生日期码，第15至17位为顺序码，第18位为校验码。第18位校验码由前17位数字按照一定规则计算得出。为了方便表示，现将身份证的18位数字从左至右依次记为： $a_1, a_2, \dots, a_{17}, a_{18}$ ，其中 a_i ($i=1, 2, 3, \dots, 18$) 表示第 i 位的数字。计算校验码 a_{18} 的步骤如下。

步骤1：将每位数字本体码分别乘以指定的数，之后将乘积相加求得 S ，公式为： $S = 7a_1 + 9a_2 + 10a_3 + 5a_4 + 8a_5 + 4a_6 + 2a_7 + a_8 + 6a_9 + 3a_{10} + 7a_{11} + 9a_{12} + 10a_{13} + 5a_{14} + 8a_{15} + 4a_{16} + 2a_{17}$ ；

步骤2：将 S 除以11所得的余数记为 Y ；

步骤3：查阅如下编码表，得到余数 Y 对应的校验码 a_{18} 。

余数 Y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
校验码 a_{18}	1	0	X	9	8	7	6	5	4	3	2

问题探究：

以上内容激发了小德同学的探究兴趣。课后他验证了自己的身份证号码，他的身份证号码前17位数字本体码是：11010220121081322，经计算得 $S=123$ 。

(1) 按照计算规则，上述 S 对应的余数 Y 是 2，校验码 a_{18} 是 X ；

(2) 他无意间获知了小胜同学身份证号码的一部分，如下：

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
a_i	1	1	0	1	0	5	2	0		2			0	8	1	5	1	0

小德同学想应用自己学习到的身份证编码规则，推算出小胜同学的生日，以便在小胜生日当天准备惊喜。小德同学的推算过程如下：

①小胜同学与自己的年龄差最多不超过2岁，第7-10位为出生年份，所以小胜同学一定是 2012 年出生的；

②由第 11 - 12 位为出生月份，可以推知 $x=0$ 或 1 （在横线上补充一条有效信息，以便后续推算）；

③设第 11 位数字为 x ，第 12 位数字为 y ，由第 18 位校验码为 0，可以推知 x, y 满足 $7x+9y$ 除以 11 余 6 （填关系式或文字描述均可）；

④经过进一步的推算可以确定小胜同学的生日是 8 月 8 日。

【分析】（1）根据 Y 的定义，列式计算，对照表格，即可得到 a_{18} ；

（2）①根据小德同学的身份信息以及小胜同学的部分信息，即可得出结果；

②根据一年有 12 个月，故第 11 位上的数字为 0 或 1；

③根据 a_{18} 是 1，得到 $Y=1$ ，得到关于 x, y 的关系式即可；

④根据关系式推出 x, y 的值，即可得出结果。

【解答】解：（1） $123 \div 11 = 12 \cdots 2$ ，

故 $Y=2$ ，

由表格可知： a_{18} 是 X ；

故答案为：2, X ；

（2）①由小德的身份信息可知：小德是 2012 年出生的，

$\because$ 小胜同学与小德的年龄差最多不超过 2 岁，

故小胜同学的身份信息的 7 - 9 位跟小德同学的相同，均为 2, 0, 1，

故小胜同学是 2012 年出生的，

故答案为：2012；

②一年有 12 个月，故第 11 位数字一定为 0 或 1，即 $x=0$ 或 1 ，

故答案为： $x=0$ 或 1 ；

③由题意， $S=7 \times 1+9 \times 1+10 \times 0+5 \times 1+8 \times 0+4 \times 5+2 \times 2+0+6 \times 1+3 \times 2+7x+9y+10 \times 0+5 \times 8+8 \times 1+4 \times 5+2 \times 1=127+7x+9y$ ，

$\because$ 第 18 位校验码为 0，

$\therefore S \div 11$ 的余数为 1，即 $127+7x+9y$ 除以 11 的余数为 1，

$\because 127 \div 11 = 11 \cdots 6$ ，

$\therefore 7x+9y$ 除以 11 余 6，

故答案为： $7x+9y$ 除以 11 余 6；

④ $\because 7x+9y$ 除以 11 余 6， $x=0$ 或 $x=1$ ，

当 $x=0$ 时， $1 \leq y \leq 9$ ，只有 $y=8$ 时，满足题意；

当 $x=1$ 时， $y=0, 1, 2$ ，此时均不符合题意；

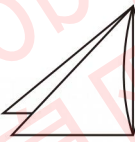
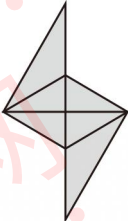
故 $x=0$, $y=8$,

∴小胜同学的生日为 8 月 8 日,

故答案为: 8.

【点评】 本题考查有理数除法的实际应用, 列代数式, 熟练掌握题干给定的信息, 是解题的关键.

25. (7 分) 在数学综合实践活动中, 同学们准备用某种规格的长方形彩纸制作几何体. 经讨论, 形成了如下制作方案:

几何体制作方案	
步骤 1 裁剪长方形彩纸: 一张长方形彩纸可按图 1 方式裁为 2 块小长方形纸片, 或按图 2 方式裁为 3 块小正方形纸片.	 图 1  图 2
步骤 2 制作“三角插”和“圆部式”基本单元: 一块小长方形纸片可折成一个“三角插”基本单元, 一块小正方形纸片可折成一个“圆部式”基本单元.	 三角插  圆部式
步骤 3 制作几何体: 40 个“三角插”基本单元和 10 个“圆部式”基本单元, 可做成一个 A 型几何体, 30 个“三角插”基本单元和 20 个“圆部式”基本单元, 可做成一个 B 型几何体.	

请你根据制作方案, 完成下列问题:

(1) 若有 210 张长方形彩纸全部用来制作 A 型几何体, 在不浪费纸张的前提下, 分别用多少张彩纸制作“三角插”和“圆部式”基本单元?

(2) 经过进一步讨论, 同学们决定用 250 张长方形彩纸制作 A 型和 B 型几何体共 11 个, 同样在不浪费纸张的前提下, 用于制作“三角插”基本单元的彩纸应有 200 张, 能制作 7 个 A 型几何体.

【分析】 (1) 根据题意在不浪费纸张的前提下, 设 210 张长方形彩纸中, 有 x 张按图 1 剪裁, 则共能制作 $2x$ 个“三角插”, 有 $(210-x)$ 张按图 2 剪裁, 则共能制作 $(210-x) \times 3$ 个“圆部式”, 列出一元一次方程即可求出结果;

(2) 根据题意设共制作 m 个 A 型, $(11-m)$ 个 B 型, 列出一元一次方程即可求出 A 型和 B 型的个数,

再将算出的 m 值代入到制作“三角插”的彩纸数量式子即可得到结果.

【解答】解: (1) 设 210 张长方形彩纸中, 有 x 张按图 1 剪裁, 则共能制作 $2x$ 个“三角插”, 有 $(210 - x)$ 张按图 2 剪裁, 则共能制作 $(210 - x) \times 3$ 个“圆部式”,

若不浪费, 根据题意列一元一次方程为: $\frac{2x}{40} = \frac{3(210-x)}{10}$,

整理得, $100x = 18000$,

解得 $x = 180$,

即用 180 张彩纸制作“三角插”, 用 30 张彩纸制作“圆部式”.

(2) 设共制作 m 个 A 型, $(11 - m)$ 个 B 型,

$$\frac{40m + 30(11 - m)}{2} + \frac{10m + 20(11 - m)}{3} = 250,$$

$$\therefore m = 7, 11 - m = 4,$$

$$\therefore \text{制作“三角插”的彩纸数量为: } \frac{40 \times 7 + 30 \times 4}{2} = 200 \text{ (个)},$$

即用于制作“三角插”基本单元的彩纸应有 200 张, 能制作 7 个 A 型几何体,

故答案为: 200, 7.

【点评】本题考查了列一元一次方程的应用, 关键是根据题意找到关系式.

26. (7 分) 在数轴上, 点 A 表示的有理数为 a , 点 B 表示的有理数为 b . 有理数 a, b 满足 $(a+4)^2 + |b - 6| = 0$. 动点 P 从点 A 出发, 以每秒 2 个单位长度的速度沿数轴正方向运动; 动点 Q 从点 B 出发, 以每秒 1 个单位长度的速度沿数轴负方向运动. 设运动时间为 t 秒 ($t \geq 0$), 动点 P 表示的有理数为 p , 动点 Q 表示的有理数为 q , 当 $|p - q| = t + m$ (m 为任意有理数) 时, 称点 P 为点 Q 的“ $\{t, m\}$ 伴随点”.

(1) 直接写出 a, b 的值: $a = -4$, $b = 6$;

(2) 用含 t 的代数式表示 p, q 的值: $p = -4 + 2t$, $q = 6 - t$;

(3) 当点 P 是点 Q 的“ $\{t, 2\}$ 伴随点”时, 请直接写出 $t = 6$ 或 2 ;

(4) 在点 P, Q 运动过程中, 若点 P 到原点的距离与点 Q 到原点的距离之差为 m , 是否存在时刻 t 使点 P 是点 Q 的“ $\{t, m\}$ 伴随点”? 若存在, 请直接写出 t 的值; 若不存在, 请说明理由.

【分析】(1) 根据非负性得到 $(a+4)^2 = 0$, $|b - 6| = 0$, 从而求出结果;

(2) 结合 (1) 求出的 $a = -4$, $b = 6$, 求出 $p = -4 + 2t$, $q = 6 - t$;

(3) 根据题意列出 $|-4 + 2t - (6 - t)| = t + 2$, 解出方程的解即可;

(4) 根据伴随点的定义得到 $|3t - 10| = t + m$, 点 P 到原点的距离 $= |-4 + 2t|$, 点 Q 到原点的距离 $= |6 - t|$, 再分情况讨论求出相对应的 t 的结果即可.

【解答】解: (1) 由题意可得: $(a+4)^2 = 0$, $|b - 6| = 0$,

$$\therefore a = -4, b = 6;$$

故答案为：-4, 6;

(2) $\because a = -4, b = 6$, 且 P 从点 A 出发, 以每秒 2 个单位长度的速度沿数轴正方向运动; 动点 Q 从点 B 出发, 以每秒 1 个单位长度的速度沿数轴负方向运动,

$$\therefore p = -4 + 2t, q = 6 - t;$$

故答案为：-4+2t, 6-t;

(3) 根据题意可知, $|p - q| = t + m$,

$\because$ 点 P 是点 Q 的 “ $\{t, 2\}$ 伴随点”,

$$\therefore |p - q| = t + 2, \text{ 即 } |-4 + 2t - (6 - t)| = t + 2,$$

$$\text{即 } |3t - 10| = t + 2,$$

当 $3t - 10 \geq 0$ 时, 即 $t \geq \frac{10}{3}$ 时,

$$3t - 10 = t + 2,$$

解得 $t = 6$, 符合题意;

当 $3t - 10 < 0$ 时, 即 $t < \frac{10}{3}$ 时,

$$10 - 3t = t + 2,$$

解得 $t = 2$,

解得: $t = 6$ 或 2 ;

故答案为: 6 或 2;

(4) $\because P$ 是点 Q 的 “ $\{t, m\}$ 伴随点”,

$$\text{则 } |p - q| = t + m,$$

$$\therefore |-4 + 2t - (6 - t)| = t + m,$$

$$\text{即 } |3t - 10| = t + m,$$

点 P 到原点的距离为 $|-4 + 2t|$, 点 Q 到原点的距离为 $|6 - t|$,

$$\therefore |-4 + 2t| - |6 - t| = m,$$

当 $t \geq \frac{10}{3}$ 时, $|3t - 10| = 3t - 10$, $t < \frac{10}{3}$ 时, $|3t - 10| = 10 - 3t$,

当 $t \geq 2$ 时, $|-4 + 2t| = -4 + 2t$, $t < 2$ 时, $|-4 + 2t| = 4 - 2t$,

当 $t \leq 6$ 时, $|6 - t| = 6 - t$, 当 $t > 6$ 时, $|6 - t| = t - 6$

当 $t > 6$ 时,

$$|-4 + 2t| - |6 - t| = -4 + 2t + (6 - t) = t + 2 = m,$$

$$|3t - 10| = 3t - 10 = t + m, \text{ 即 } 2t = 10 + m,$$

$$\therefore t = 12;$$

$$\textcircled{2} \text{ 当 } \frac{10}{3} < t \leq 6 \text{ 时, } 3t - 10 = t + 2t - 4 + t - 6, t = 0 \text{ 不成立;}$$

$$\textcircled{3} \text{ 当 } 2 < t \leq \frac{10}{3} \text{ 时, } 10 - 3t = t + 2t - 4 - (6 - t),$$

$$\therefore t = \frac{20}{7};$$

$$\textcircled{4} \text{ 当 } 0 \leq t \leq 2 \text{ 时, } 10 - 3t = t - 2t + 4 - (6 - t),$$

$$\text{解得: } t = 4 \text{ (不成立);}$$

综上所述存在 $t = 12$ 或 $\frac{20}{7}$.

【点评】 本题主要考查非负数的性质，数轴，含绝对值的方程求解，列代数式，掌握非负数的性质，以及数轴上点表示方法是解题的关键.