

2025-2026 学年北京市西城外国语学校七年级（上）期中数学试卷

一、选择题（共 20 分，每题 2 分）第 1-10 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. (2 分) -5 的倒数是 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. -5 D. 5

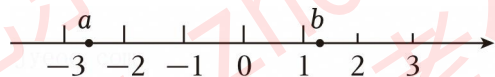
2. (2 分) 2024 年 11 月 28 日，环塔克拉玛干沙漠一圈的绿色屏障完全闭合，即塔克拉玛干沙漠完成“锁边合龙”，合计 $3046000m$ ，将 3046000 用科学记数法表示应为 ()

- A. 0.3046×10^7 B. 3.046×10^6
C. 3.046×10^3 D. 3046×10^3

3. (2 分) 下列各数中，是负整数的是 ()

- A. $-(-3)$ B. $-|-\frac{1}{2}|$ C. $-(-2)^3$ D. $-(-4)^2$

4. (2 分) 有理数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示，则下列结论正确的是 ()



- A. $b - a < 0$ B. $a + b > 0$ C. $|a - b| > 3$ D. $-b < a$

5. (2 分) 下列说法中正确的是 ()

- A. $-\frac{3ab}{5}$ 的系数是 $\frac{3}{5}$ B. $2ab^2$ 的次数是 3
C. $\frac{x-y}{3}$ 是单项式 D. x^2+2xy 是四次二项式

6. (2 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $3x+3y=6xy$ B. $-3a^2-2a^2=-a^2$
C. $xy+2yx=3xy$ D. $4xy^2-5xy^2=-1$

7. (2 分) 关于 x 的方程 $ax+5=x$ 的解为 $x=2$ ，则 a 的值是 ()

- A. $-\frac{3}{2}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{7}{2}$

8. (2 分) 下列变形中，正确的是 ()

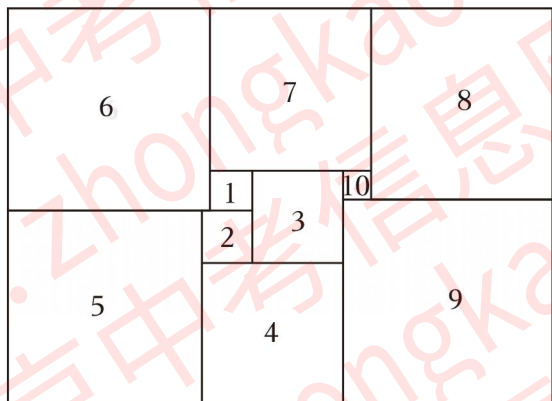
- A. 若 $a+1=b-1$ ，则 $a=b$ B. 若 $a-b-1=0$ ，则 $a=b-1$
C. 若 $a=b$ ，则 $\frac{a}{m}=\frac{b}{m}$ D. 若 $\frac{a}{5}=\frac{b}{5}$ ，则 $a=b$

9. (2 分) 下列问题中的两个量成反比例关系的是 ()

- A. 每天阅读半小时，阅读的总时长与天数
B. 50 米短跑测试，跑步的平均速度与时间

- C. 圆柱的底面积一定，圆柱的体积与高
D. 长方形的周长一定，长方形相邻两边的长

10. (2分) 1925年数学家莫伦发现了世界上第一个完美长方形，它恰能被分割成10个大小不同的正方形. 如图示，图中的数字为正方形编号，其中标注1, 2的正方形边长分别为 x, y . 当 $y - x = 1$ 时，第10个正方形的面积是 ()



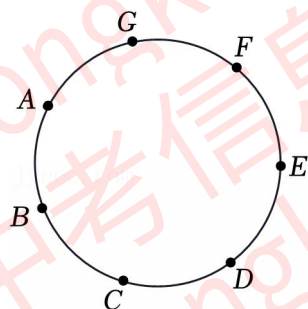
- A. 1 B. 4 C. 9 D. 16

二、填空题 (共 16 分，每题 2 分)

11. (2分) 若 $|x|=2$ ，则 $x=$ _____.
12. (2分) 比较大小： $-\frac{4}{5}$ _____ $-\frac{3}{4}$.
13. (2分) 用四舍五入法把3.785精确到0.01，所得的近似数为_____.
14. (2分) 写一个只含有字母 x 的二次三项式，其中二次项系数是3，常数项是-1，这个二次三项式可以是_____.
15. (2分) 如果单项式 $-x^m y^3$ 与 $4x^2 y^{n+4}$ 是同类项，那么 $n^m=$ _____.
16. (2分) 已知 a, b 互为相反数， c, d 互为倒数，则 $\frac{a+b}{cd} - (cd+1)^2$ 的值为_____.
17. (2分) 两船从同一港口同时出发反向而行，甲船顺水，乙船逆水，两船在静水中的速度都是 50km/h ，水流速度是 $a\text{km/h}$ ， $2h$ 后甲船比乙船多航行_____ km .
18. (2分) 如图，一个圆上有 A, B, C, D, E, F, G 七个点. 一个小球从点 A 处出发，沿着圆按逆时针方向移动，移动方式为：第 k 步，小球从当前位置开始，逆时针移动 k 个间隔. 如：
第1步，从点 A 处移动至点 B 处；
第2步，从点 B 处移动至点 D 处；
第3步，从点 D 处移动至点 G 处；
...

则第 5 步小球移动至点 _____ 处；

第 150 步小球移动至点 _____ 处.



三、解答题（共 64 分，第 19 题 18 分，第 20-21 题，每题 5 分，第 22 题 12 分，第 23-26 题，每题 6 分）

19. (18 分) 计算：

(1) $(-10) + (-3) - (-6) - (+17)$;

(2) $-25 \div (-\frac{5}{4}) \times (-\frac{4}{5}) - (-1)^{2025}$;

(3) $-1\frac{1}{7} \times (1\frac{3}{4} - \frac{7}{8} - \frac{7}{12})$;

(4) $-2^2 - |-\frac{1}{16}| \div (-\frac{1}{8}) + [1 - (-3)^2]$.

20. (5 分) 解方程： $2x - 5 = 6x - 3$.

21. (5 分) 化简： $4x^2 - 7xy^2 - 4x^2 + 2y^2x - 1$.

22. (12 分) 先化简，再求值：

(1) 已知： $a^2 - 2a - 1 = 0$ ，求 $(4a^2 + a - 5) - 3(a + a^2)$ 的值.

(2) 已知： $(m + 3)^2 + |n - \frac{1}{2}| = 0$ ，求 $6m^2n - [m^2 - 2(mn^2 - 3m^2n) + 4mn^2]$ 的值.

23. (6 分) 《九章算术》中记载有一道关于“盈不足术”的经典问题，其原文表述如下：“今有共买鸡，人出九，盈一十一；人出六，不足十六. 问：人数、鸡价各几何？”译文为：有若干人一起买一只鸡，若每人出 9 钱，则多出 11 钱；若每人出 6 钱，则还差 16 钱. 求买鸡的人数、一只鸡的价格各是多少？

24. (6 分) AI（人工智能）技术有望为传统的教学方式带来新变化，如 AI 解题. 某公司为测验其 AI 产品的解题能力，尝试利用最新考试题进行九个科目的测试. 分数记录以 60 分为基准，超过基准的分数记为正数，少于基准的分数记为负数. 将测试的相对分数记录如下：

科目	语文	数学	英语	道法	地理	历史	物理	化学	生物
相对分数	+25	- 6	+30	+28		+18	- 9	- 13	- 9

已知该 AI 产品的地理测试分数为 86 分.

(1) 请补全如表；

(2) 在本次测试的各科目中, 该产品所得最高分为 _____ 分, 最低分为 _____ 分;

(3) 求该产品在本次测试中九个科目的平均分.

25. (6分) 观察下列式子, 定义一种新运算:

$$1*2=3\times 1-2=1;$$

$$(-5)*4=3\times (-5)-4=-19;$$

$$6*(-1)=3\times 6+1=19;$$

$$(-2)*(-3)=3\times (-2)+3=-3.$$

(1) 请你想一想: $a*b=$ _____ (用含 a, b 的式子表示);

(2) 如果 $a>b$, 比较 $a*b$ 与 $b*a$ 的大小, 并说明理由;

(3) 如果 $a*(-7)=(-3)*a$, 求 a 的值.

26. (6分) 对数轴上的点 P 进行如下操作: 先把点 P 表示的数乘以 m ($m\neq 0$), 再加上 n , 所得数的对应点为 P' . 将 P' 称为点 P 的“倍移点”.

(1) 当 $m=-3, n=1$ 时,

①若点 A 表示的数为 -4 , 则其“倍移点” A' 表示的数为 _____ ;

②若点 B 的“倍移点” B' 表示的数是 7 , 则点 B 表示的数为 _____ ;

③若点 C 与其“倍移点” C' 在数轴上重合, 求点 C 所表示的数.

(2) 已知点 D 表示的有理数为 -4 , 其“倍移点”为点 D' , 原点 O 的“倍移点”为点 O' . 若 $m=-2$, 线段 OD 与 $O'D'$ 的重叠部分长度为 3 , 求 n 的值.

四、选做题 (共 10 分, 第 27 题 5 分, 第 28 题 5 分)

27. 进位制是人们为了记数和运算方便而约定的记数系统. 约定逢十进一就是十进制, 逢二进一就是二进制. 五进制数, 其各数位上的数字为 $0, 1, 2, 3, 4$, 将五进制数表示成各数位上的数字与 5 的幂的乘积之和的形式, 就可以转换成十进制数.

例如: $(1234)_5 = 1\times 5^3 + 2\times 5^2 + 3\times 5^1 + 4\times 5^0 = 194$ (规定, 当 $a\neq 0$ 时, $a^0=1$), 即五进制数 1234 转换为十进制数就是 194 .

(1) 一个十进制的两位数, 个位上的数字是 m , 十位上的数字是 n , 将 m 与 n 对调, 新的两位数比原两位数小 54 . 这个十进制的两位数可能是 _____ (写出所有可能的结果);

(2) 一个五进制的三位数, 其各数位上的数字都相同, 将它转化为十进制数, 恰好是 (1) 中的一个两位数, 则这个五进制的三位数是 _____ .

28. 对于数轴上的点 A 和正数 r , 给出如下定义: 点 A 在数轴上移动, 沿负方向移动 r 个单位长度后所在位置点表示的数是 x , 沿正方向移动 r 个单位长度后所在位置点表示的数是 y , x 与 y 这两个数叫做“点

A 的 r 对称数”，记作 $D(A, r) = \{x, y\}$ ，其中 $x < y$ 。

例如：原点 O 表示 0，原点 O 的 1 对称数是 $D(O, 1) = \{-1, 1\}$ 。

(1) 若点 A 表示 3，点 A 的 4 对称数 $D(A, 4) = \{x, y\}$ ，则 $\frac{x}{y} =$ _____；

(2) 若 $D(A, r) = \{-3, 13\}$ ，则点 A 表示的数为 _____， $r =$ _____；

(3) 已知 $D(A, 5) = \{p, q\}$ ， $D(B, 3) = \{m, n\}$ ，若点 A ，点 B 从原点同时出发，沿数轴反向运动，且点 A 的速度是点 B 速度的 3 倍，当 $p+n=q-m$ 时，求点 A 表示的数。

2025-2026 学年北京市西城外国语学校七年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	B.	D	C	B	C.	A	D	B	C

一、选择题（共 20 分，每题 2 分）第 1-10 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1.（2 分）-5 的倒数是（ ）

- A. $\frac{1}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. -5 D. 5

【分析】根据倒数的意义进行解答即可。

【解答】解： $\because (-5) \times (-\frac{1}{5}) = 1$,

$\therefore -5$ 的倒数是 $-\frac{1}{5}$.

故选：B.

【点评】本题考查的是倒数，熟知乘积是 1 的两数互为倒数是解答此题的关键。

2.（2 分）2024 年 11 月 28 日，环塔克拉玛干沙漠一圈的绿色屏障完全闭合，即塔克拉玛干沙漠完成“锁边合龙”，合计 3046000m，将 3046000 用科学记数法表示应为（ ）

- A. 0.3046×10^7 B. 3.046×10^6
C. 3.046×10^3 D. 3046×10^3

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数。确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同。当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数。

【解答】解： $3046000 = 3.046 \times 10^6$.

故选：B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法。科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值。

3.（2 分）下列各数中，是负整数的是（ ）

- A. $-(-3)$ B. $-|-\frac{1}{2}|$ C. $-(-2)^3$ D. $-(-4)^2$

【分析】根据绝对值、相反数，有理数的乘方逐项进行判断即可。

【解答】解：A. $-(-3)=3$ ，结果不是负整数，因此选项 A 不符合题意；

B. $-|-\frac{1}{2}|=-\frac{1}{2}$ ，结果不是负整数，因此选项 B 不符合题意；

C. $-(-2)^3=-(-8)=8$ ，结果不是负整数，因此选项 C 不符合题意；

D. $-(-4)^2=-16$ ，结果是负整数，因此选项 D 符合题意；

故选：D.

【点评】本题考查绝对值、相反数，有理数的乘方，掌握绝对值、相反数，有理数的乘方的计算方法是正确解答的关键.

4. (2分) 有理数 a , b 在数轴上的对应点的位置如图所示，则下列结论正确的是 ()



A. $b-a < 0$

B. $a+b > 0$

C. $|a-b| > 3$

D. $-b < a$

【分析】根据图示在数轴上的表示即可解答.

【解答】解：由图可得： $b > 0$, $a < 0$,

A、 $b-a < 0$ ，故 A 选项不符合题意，

B、 $a+b < 0$ ，故 B 选项不符合题意，

C、 $|a-b| > 3$ ，故 C 选项符合题意，

D、 $-b > a$ ，故 D 选项不符合题，

综上所述：C 选项符合题意，

故选：C.

【点评】本题考查了绝对值的性质及数轴的定义，熟练掌握绝对值的性质及数轴的定义是解题的关键.

5. (2分) 下列说法中正确的是 ()

A. $-\frac{3ab}{5}$ 的系数是 $\frac{3}{5}$

B. $2ab^2$ 的次数是 3

C. $\frac{x-y}{3}$ 是单项式

D. x^2+2xy 是四次二项式

【分析】根据单项式系数的定义可对选项 A 进行判断；根据单项式次数的定义可对选项 B 进行判断；根据单项式的定义可对选项 C 进行判断；根据多项式的定义可对选项 D 进行判断.

【解答】解：A. $\because -\frac{3ab}{5}$ 的系数是 $-\frac{3}{5}$ ，不是 $\frac{3}{5}$ ， $\therefore$ 选项 A 不正确，不符合题意；

B. $\because 2ab^2$ 的次数是 3， $\therefore$ 选项 B 正确，符合题意；

C. $\because \frac{x-y}{3}$ 是多项式，不是单项式， $\therefore$ 选项 C 不正确，不符合题意；

D. x^2+2xy 是二次二项式，不是四次二项式， $\therefore$ 选项 D 不正确，不符合题意.

故选：B.

【点评】此题主要考查了单项式和多项式的定义，正确理解单项式和多项式的定义是解决问题的关键.

6. (2分) 下列计算正确的是 ()

A. $3x+3y=6xy$

B. $-3a^2-2a^2=-a^2$

C. $xy+2yx=3xy$

D. $4xy^2-5xy^2=-1$

【分析】根据整式的加减运算法则即可求出答案.

【解答】解：A、 $3x+3y \neq 6xy$ ，故A错误；

B、 $-3a^2-2a^2=-5a^2 \neq -a^2$ ，故B错误；

C、 $xy+2yx=3xy$ ，故C正确；

D、 $4xy^2-5xy^2=-xy^2 \neq -1$ ，故D错误.

故选：C.

【点评】本题考查整式的运算法则，解题的关键是熟练运用整式的运算，本题属于基础题型.

7. (2分) 关于x的方程 $ax+5=x$ 的解为 $x=2$ ，则a的值是 ()

A. $-\frac{3}{2}$

B. $-\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $\frac{7}{2}$

【分析】把方程的解代入得到关于a的一元一次方程，解方程即可得到答案.

【解答】解： $\because$ 关于x的方程 $ax+5=x$ 的解为 $x=2$ ，

$$\therefore 2a+5=2,$$

$$\text{解得 } a=-\frac{3}{2},$$

故选：A.

【点评】此题考查了一元一次方程的解和解一元一次方程，解题的关键是理解方程的解的定义.

8. (2分) 下列变形中，正确的是 ()

A. 若 $a+1=b-1$ ，则 $a=b$

B. 若 $a-b-1=0$ ，则 $a=b-1$

C. 若 $a=b$ ，则 $\frac{a}{m} = \frac{b}{m}$

D. 若 $\frac{a}{5} = \frac{b}{5}$ ，则 $a=b$

【分析】AB. 根据等式的基本性质1计算即可；

CD. 根据等式的基本性质2计算即可.

【解答】解：根据等式的基本性质1，将 $a+1=b-1$ 两边同时减1，得 $a=b-2$ ，

$\therefore A$ 不正确，不符合题意；

根据等式的基本性质1，将 $a-b-1=0$ 两边同时加 $(b+1)$ ，得 $a=b+1$ ，

$\therefore B$ 不正确，不符合题意；

当 $m \neq 0$ 时, 根据等式的基本性质 2, 将 $a=b$ 两边同时除以 m , 得 $\frac{a}{m} = \frac{b}{m}$,

$\therefore C$ 不正确, 不符合题意;

根据等式的基本性质 2, 将 $\frac{a}{5} = \frac{b}{5}$ 两边同时乘 5, 得 $a=b$,

$\therefore D$ 正确, 符合题意.

故选: D .

【点评】 本题考查等式的性质, 掌握根据等式的两个基本性质是解题的关键.

9. (2 分) 下列问题中的两个量成反比例关系的是 ()

- A. 每天阅读半小时, 阅读的总时长与天数
- B. 50 米短跑测试, 跑步的平均速度与时间
- C. 圆柱的底面积一定, 圆柱的体积与高
- D. 长方形的周长一定, 长方形相邻两边的长

【分析】 根据反比例的定义, 逐一判断即可.

【解答】 解: A 、每天阅读半小时, 阅读的总时长与天数成正比例关系, 故本选项不符合题意;

B 、50 米短跑测试, 跑步的平均速度与时间成反比例关系, 故本选项符合题意;

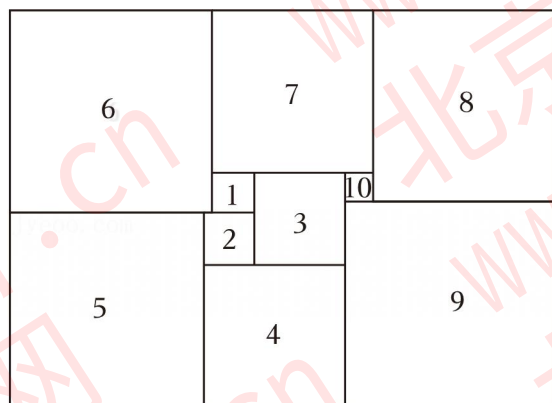
C 、圆柱的底面积一定, 圆柱的体积与高成正比例关系, 故本选项不符合题意;

D 、长方形的周长一定, 长方形相邻两边的长既不成正比例关系, 也不成反比例关系, 故本选项不符合题意.

故选: B .

【点评】 本题主要考查反比例, 熟练掌握反比例的定义是解题的关键.

10. (2 分) 1925 年数学家莫伦发现了世界上第一个完美长方形, 它恰能被分割成 10 个大小不同的正方形. 如图所示, 图中的数字为正方形编号, 其中标注 1, 2 的正方形边长分别为 x , y . 当 $y-x=1$ 时, 第 10 个正方形的面积是 ()



A. 1

B. 4

C. 9

D. 16

【分析】先结合图形得到第 10 个正方形的边长为 $3y - 3x$ ，再代入计算即可.

【解答】解：第 3 个正方形的边长是： $x+y$ ；

第 4 个正方形的边长是： $x+2y$ ；

第 5 个正方形的边长是： $x+3y$ ；

第 6 个正方形的边长是： $4y$ ；

第 7 个正方形的边长是： $4y - x$ ；

第 10 个正方形的边长是： $4y - x - (x+y) - x = 3y - 3x$ ；

当 $y - x = 1$ 时，第 10 个正方形的边长是 $3y - 3x = 3 \times 1 = 3$ ，

第 10 个正方形的面积是 9.

故选：C.

【点评】本题考查了图形的变化规律、代数式求值，熟练掌握运算知识点是关键.

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

11. (2 分) 若 $|x|=2$ ，则 $x= \underline{\pm 2}$.

【分析】利用绝对值的定义：“绝对值代表与原点的距离”可知答案.

【解答】解：因为 $|x|=2$ 代表与原点的距离为 2，

而与原点距离为 2 的点有两个：2 与 -2，

所以 $x = \pm 2$ ，

故答案为： ± 2 .

【点评】本题考查了绝对值的定义，关键在于熟记知识完成问题.

12. (2 分) 比较大小： $-\frac{4}{5} \underline{<} -\frac{3}{4}$.

【分析】根据负有理数比较大小的方法比较（绝对值大的反而小）.

【解答】解：根据两个负数，绝对值大的反而小的规律得出： $-\frac{4}{5} < -\frac{3}{4}$.

【点评】同号有理数比较大小的方法（正有理数）：绝对值大的数大.

(1) 作差，差大于 0，前者大，差小于 0，后者大；

(2) 作商，商大于 1，前者大，商小于 1，后者大.

如果都是负有理数的话，结果刚好相反，且绝对值大的反而小.

如果是异号的话，就只要判断哪个是正哪个是负就行，都是字母的话，就要分情况讨论；如果是代数式的话要先求出各个式的值，再比较.

13. (2分) 用四舍五入法把 3.785 精确到 0.01, 所得的近似数为 3.79 .

【分析】把千分位上的数字 5 进行四舍五入即可.

【解答】解: $3.785 \approx 3.79$ (精确到 0.01).

故答案为: 3.79.

【点评】本题考查了近似数: “精确到第几位” 是近似数的精确度的常用的表示形式.

14. (2分) 写一个只含有字母 x 的二次三项式, 其中二次项系数是 3, 常数项是 -1, 这个二次三项式可以是 $3x^2 - x - 1$.

【分析】此题已知是二次三项式, 而且二次项系数和常数项都知道, 只有写出一个符合的即可.

【解答】解: 由题意得: 多项式可以是 $3x^2 - x - 1$,

故答案为: $3x^2 - x - 1$ (答案不唯一).

【点评】本题考查了多项式, 多项式的次数和多项式的项等知识点, 能熟记知识点的内容是解此题的关键.

15. (2分) 如果单项式 $-x^m y^3$ 与 $4x^2 y^{n+4}$ 是同类项, 那么 $n^m =$ 1 .

【分析】根据同类项的定义列出方程, 再求解即可.

【解答】解: 由同类项的定义可知 $m=2$, $n+4=3$,

解得 $m=2$, $n=-1$,

$\therefore n^m = (-1)^2 = 1$.

故答案为: 1.

【点评】本题考查了同类项的定义, 掌握同类项的定义: 所含字母相同, 相同字母的指数也相同的项叫同类项.

16. (2分) 已知 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, 则 $\frac{a+b}{cd} - (cd+1)^2$ 的值为 -4 .

【分析】利用相反数, 倒数的定义求出 $a+b=0$, $cd=1$ 的值, 代入原式计算即可得到结果.

【解答】解: $\because a$ 和 b 互为相反数, c 和 d 互为倒数,

$\therefore a+b=0$, $cd=1$,

$\therefore \frac{a+b}{cd} - (cd+1)^2 = \frac{0}{1} - (1+1)^2 = -4$.

故答案为: -4.

【点评】此题考查了相反数, 倒数, 代数式求值, 熟练掌握各自的定义是解本题的关键.

17. (2分) 两船从同一港口同时出发反向而行, 甲船顺水, 乙船逆水, 两船在静水中的速度都是 50km/h , 水流速度是 $a\text{km/h}$, $2h$ 后甲船比乙船多航行 $4a$ km .

【分析】顺水速度=船速+水速，逆水速度=船速-水速．根据路程公式求出甲、乙航行的路程，再用甲航行的路程减乙航行的路程即可得出答案．

【解答】解：根据题意得：甲船比乙船多航行： $(100+2a) - (100 - 2a) = 4a$ (km)，
故答案为： $4a$ ．

【点评】本题考查了整式加减的应用，关键是根据顺水速度=船速+水速，逆水速度=船速-水速解答．

18. (2分) 如图，一个圆上有 A, B, C, D, E, F, G 七个点．一个小球从点 A 处出发，沿着圆按逆时针方向移动，移动方式为：第 k 步，小球从当前位置开始，逆时针移动 k 个间隔．如：

第 1 步，从点 A 处移动至点 B 处；

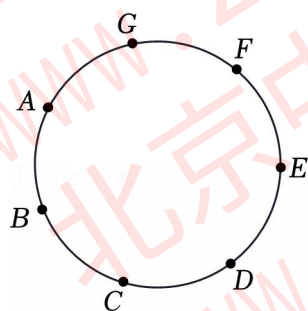
第 2 步，从点 B 处移动至点 D 处；

第 3 步，从点 D 处移动至点 G 处；

...

则第 5 步小球移动至点 B 处；

第 150 步小球移动至点 G 处．



【分析】根据所规定的移动方式，依次求出第 1, 2, 3, 4, ..., 步移动后小球所在的位置，发现规律即可解决问题．

【解答】解：由题知，

因为小球从点 A 处出发，

则第 1 步小球移动到 B 处，

第 2 步小球移动到 D 处，

第 3 步小球移动到 G 处，

第 4 步小球移动到 D 处，

第 5 步小球移动到 B 处，

第 6 步小球移动到 A 处，

第 7 步小球移动到 A 处，

第 8 步小球移动到 B 处,

...

由此可见, 从第 1 步开始, 小球所在位置按 B, D, G, D, B, A, A 循环.

因为 $150 \div 7 = 21$ 余 3,

所以第 150 步小球移动到 G 处.

故答案为: B, G .

【点评】 本题主要考查了图形变化的规律, 能通过计算得出从第 1 步开始, 小球所在位置按 B, D, G, D, B, A, A 循环是解题的关键.

三、解答题 (共 64 分, 第 19 题 18 分, 第 20-21 题, 每题 5 分, 第 22 题 12 分, 第 23-26 题, 每题 6 分)

19. (18 分) 计算:

$$(1) (-10) + (-3) - (-6) - (+17);$$

$$(2) -25 \div (-\frac{5}{4}) \times (-\frac{4}{5}) - (-1)^{2025};$$

$$(3) -1\frac{1}{7} \times (1\frac{3}{4} - \frac{7}{8} - \frac{7}{12});$$

$$(4) -2^2 - |-\frac{1}{16}| \div (-\frac{1}{8}) + [1 - (-3)^2].$$

【分析】 (1) 利用有理数的加减法则计算即可;

(2) 先算乘方, 再算乘除, 最后算加减即可;

(3) 利用乘法分配律计算即可;

(4) 先算乘方及绝对值, 再算括号里面的, 然后算除法, 最后算加减即可.

【解答】 解: (1) 原式 $= -13 + 6 - 17$

$$= -7 - 17$$

$$= -24;$$

$$(2) \text{原式} = -25 \times (-\frac{4}{5}) \times (-\frac{4}{5}) + 1$$

$$= -16 + 1$$

$$= -15;$$

$$(3) \text{原式} = \frac{7}{4} \times (-\frac{8}{7}) - \frac{7}{8} \times (-\frac{8}{7}) - \frac{7}{12} \times (-\frac{8}{7})$$

$$= -2 + 1 + \frac{2}{3}$$

$$= -\frac{1}{3};$$

$$\begin{aligned}
 (4) \text{ 原式} &= -4 - \frac{1}{16} \times (-8) + (1-9) \\
 &= -4 + 0.5 + (-8) \\
 &= -11.5.
 \end{aligned}$$

【点评】 本题考查有理数的混合运算，熟练掌握相关运算法则是解题的关键。

20. (5 分) 解方程： $2x - 5 = 6x - 3$.

【分析】 利用移项，合并同类项，系数化为 1 的步骤解方程即可。

【解答】 解： $2x - 5 = 6x - 3$,

移项得： $2x - 6x = -3 + 5$,

合并同类项得： $-4x = 2$,

系数化为 1 得： $x = -0.5$.

【点评】 本题考查解一元一次方程，熟练掌握解方程的步骤是解题的关键。

21. (5 分) 化简： $4x^2 - 7xy^2 - 4x^2 + 2y^2x - 1$.

【分析】 先找出同类项，再合并即可。

$$\begin{aligned}
 \text{【解答】 解: } &4x^2 - 7xy^2 - 4x^2 + 2y^2x - 1 \\
 &= (4x^2 - 4x^2) + (-7xy^2 + 2xy^2) - 1 \\
 &= -5xy^2 - 1.
 \end{aligned}$$

【点评】 本题考查了合并同类项，熟练掌握运算法则是解题的关键。

22. (12 分) 先化简，再求值：

(1) 已知： $a^2 - 2a - 1 = 0$ ，求 $(4a^2 + a - 5) - 3(a + a^2)$ 的值。

(2) 已知： $(m + 3)^2 + |n - \frac{1}{2}| = 0$ ，求 $6m^2n - [m^2 - 2(mn^2 - 3m^2n) + 4mn^2]$ 的值。

【分析】 (1) 化简原代数式，把 $a^2 - 2a = 1$ 作为整体代入，即可得到结果；

(2) 根据题意，易得 $m = -3$ ， $n = \frac{1}{2}$ ，代入到化简后的式子中，得到结果。

$$\begin{aligned}
 \text{【解答】 解: } (1) &(4a^2 + a - 5) - 3(a + a^2) \\
 &= 4a^2 + a - 5 - 3a - 3a^2 \\
 &= a^2 - 2a - 5, \\
 \because a^2 - 2a - 1 &= 0, \\
 \therefore a^2 - 2a &= 1, \\
 \therefore \text{原式} &= 1 - 5 = -4;
 \end{aligned}$$

$$(2) \because (m+3)^2 + |n - \frac{1}{2}| = 0,$$

$$\therefore m+3=0, n-\frac{1}{2}=0,$$

$$\therefore m=-3, n=\frac{1}{2},$$

$$\therefore 6m^2n - [m^2 - 2(mn^2 - 3m^2n) + 4mn^2]$$

$$= 6m^2n - [m^2 - 2mn^2 + 6m^2n + 4mn^2]$$

$$= 6m^2n - m^2 + 2mn^2 - 6m^2n - 4mn^2$$

$$= -m^2 - 2mn^2$$

$$= -(-3)^2 - 2 \times (-3) \times (\frac{1}{2})^2$$

$$= -9 + \frac{3}{2}$$

$$= -7\frac{1}{2}.$$

【点评】 本题考查了整式的加减运算，化简求值，熟练掌握整式的加减运算法则是解题的关键。

23. (6分)《九章算术》中记载有一道关于“盈不足术”的经典问题，其原文表述如下：“今有共买鸡，人出九，盈一十一；人出六，不足十六。问：人数、鸡价各几何？”译文为：有若干人一起买一只鸡，若每人出9钱，则多出11钱；若每人出6钱，则还差16钱。求买鸡的人数、一只鸡的价格各是多少？

【分析】 设有 x 人买鸡，根据鸡的价钱不变，即可得出关于 x 的一元一次方程，此题得解。

【解答】 解：设有 x 人买鸡，

根据题意得： $9x - 11 = 6x + 16$,

$$3x = 16 + 11,$$

解得 $x = 9$,

$$\therefore 9x - 11 = 9 \times 9 - 11 = 70,$$

$\therefore$ 买鸡的人数是9，一只鸡的价格是70钱。

【点评】 本题考查了由实际问题抽象出一元一次方程，找准等量关系，正确列出一元一次方程是解题的关键。

24. (6分) AI (人工智能) 技术有望为传统的教学方式带来新变化，如 AI 解题。某公司为测验其 AI 产品的解题能力，尝试利用最新考试题进行九个科目的测试。分数记录以 60 分为基准，超过基准的分数记为正数，少于基准的分数记为负数。将测试的相对分数记录如下：

科目	语文	数学	英语	道法	地理	历史	物理	化学	生物
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

相对分数	+25	- 6	+30	+28		+18	- 9	- 13	- 9
------	-----	-----	-----	-----	--	-----	-----	------	-----

已知该 AI 产品的地理测试分数为 86 分.

(1) 请补全如表;

(2) 在本次测试的各科目中, 该产品所得最高分为 90 分, 最低分为 47 分;

(3) 求该产品在本次测试中九个科目的平均分.

【分析】(1) 该 AI 产品的地理测试分数为 86 分, 超过 60 分 $86 - 60 = 26$ (分), 表示为 +26.

(2) 在本次测试的各科目中, 该产品所得最高分为英语, 分数为 $60 + 30 = 90$ (分), 最低分为化学, 分数为 $60 - 13 = 47$ (分);

(3) 用所有科目的基准分 $\times 9 +$ 超过基准的分数 - 少于基准的分数, 然后再除以 9, 据此解答即可.

【解答】解: (1) $86 - 60 = 26$ (分).

故地理的相对分数记录为 +26.

(2) 该产品所得最高分为 $60 + 30 = 90$ (分),
最低分为 $60 - 13 = 47$ (分).

答: 该产品所得最高分为 90 分, 最低分为 47 分.

故答案为: 90, 47.

(3) $\frac{1}{9} \times (60 \times 9 + 25 - 6 + 30 + 28 + 26 + 18 - 9 - 13 - 9) = \frac{1}{9} \times 630$
 $= 70$ (分).

答: 该产品在本次测试中九个科目的平均分为 70 分.

【点评】本题考查了有理数的混合运算、整数和负数, 解决本题的关键是分数记录以 60 分为基准, 超过基准的分数记为正数, 少于基准的分数记为负数, 分别表示出每个科目的分数.

25. (6 分) 观察下列式子, 定义一种新运算:

$$1 * 2 = 3 \times 1 - 2 = 1;$$

$$(-5) * 4 = 3 \times (-5) - 4 = -19;$$

$$6 * (-1) = 3 \times 6 + 1 = 19;$$

$$(-2) * (-3) = 3 \times (-2) + 3 = -3.$$

(1) 请你想一想: $a * b = \underline{3a - b}$ (用含 a, b 的式子表示);

(2) 如果 $a > b$, 比较 $a * b$ 与 $b * a$ 的大小, 并说明理由;

(3) 如果 $a * (-7) = (-3) * a$, 求 a 的值.

【分析】(1) 由给出的式子得出运算的方法即可;

(2) 根据新定义可得: $a*b=3a-b$, $b*a=3b-a$, 相减可判断大小;

(3) 根据新定义将已知式化简, 解方程即可解答.

【解答】解: (1) 由题意得: $a*b=3a-b$,

故答案为: $3a-b$;

(2) $a*b>b*a$, 理由如下:

$$\because a*b=3a-b, b*a=3b-a,$$

$$\therefore a*b-b*a=(3a-b)-(3b-a)=4a-4b=4(a-b),$$

$$\because a>b,$$

$$\therefore a-b>0,$$

$$\therefore a*b-b*a>0,$$

$$\therefore a*b>b*a;$$

$$(3) \because a*(-7)=(-3)*a,$$

$$\therefore 3a+7=-9-a,$$

$$\therefore a=-4.$$

【点评】此题考查定义新运算的方法, 结合整式的加减和解方程是解本题的关键.

26. (6分) 对数轴上的点 P 进行如下操作: 先把点 P 表示的数乘以 m ($m \neq 0$), 再加上 n , 所得数的对应点为 P' . 将 P' 称为点 P 的“倍移点”.

(1) 当 $m=-3$, $n=1$ 时,

①若点 A 表示的数为 -4 , 则其“倍移点” A' 表示的数为 13;

②若点 B 的“倍移点” B' 表示的数是 7 , 则点 B 表示的数为 -2 ;

③若点 C 与其“倍移点” C' 在数轴上重合, 求点 C 所表示的数.

(2) 已知点 D 表示的有理数为 -4 , 其“倍移点”为点 D' , 原点 O 的“倍移点”为点 O' . 若 $m=-2$, 线段 OD 与 $O'D'$ 的重叠部分长度为 3 , 求 n 的值.

【分析】(1) 根据所给“倍移点”的定义进行计算即可;

(2) 先分别表示出点 O' 和点 D' 对应的数, 再结合线段 OD 与 $O'D'$ 的重叠部分长度为 3 得出关于 n 的方程, 据此进行计算即可.

【解答】解: (1) ①因为 $m=-3$, $n=1$, 且点 A 表示的数为 -4 ,
则 $-4 \times (-3) + 1 = 13$,

所以点 A' 表示的数为 13 .

故答案为: 13 ;

②因为点 B 的“倍移点” B' 表示的数是 7,

$$\text{则 } \frac{7-1}{-3} = -2,$$

所以点 B 表示的数为 -2 .

故答案为: -2 ;

③令点 C 表示的数为 x ,

$$-3x+1=x,$$

$$\text{解得 } x = \frac{1}{4},$$

所以点 C 表示的数为 $\frac{1}{4}$;

(2) 由题知,

点 D' 表示的数为 $-4m+n$, 点 O' 表示的数为 n ,

因为 $m = -2$,

所以 $-4m+n=n+8$.

因为线段 OD 与 $O'D'$ 的重叠部分长度为 3,

所以 $n = -3$ 或 $n+8 = -1$,

则 n 的值为 -3 或 -9 .

【点评】 本题主要考查了数轴及有理数, 熟知数轴上的点所表示数的特征及理解所给“倍移点”的定义是解题的关键.

四、选做题 (共 10 分, 第 27 题 5 分, 第 28 题 5 分)

27. 进位制是人们为了记数和运算方便而约定的记数系统. 约定逢十进一就是十进制, 逢二进一就是二进制. 五进制数, 其各数位上的数字为 0, 1, 2, 3, 4, 将五进制数表示成各数位上的数字与 5 的幂的乘积之和的形式, 就可以转换成十进制数.

例如: $(1234)_5 = 1 \times 5^3 + 2 \times 5^2 + 3 \times 5^1 + 4 \times 5^0 = 194$ (规定, 当 $a \neq 0$ 时, $a^0 = 1$), 即五进制数 1234 转换为十进制数就是 194.

(1) 一个十进制的两位数, 个位上的数字是 m , 十位上的数字是 n , 将 m 与 n 对调, 新的两位数比原两位数小 54. 这个十进制的两位数可能是 60 或 71 或 82 或 93 (写出所有可能的结果);

(2) 一个五进制的三位数, 其各数位上的数字都相同, 将它转化为十进制数, 恰好是 (1) 中的一个两位数, 则这个五进制的三位数是 333.

【分析】 (1) 根据一个十进制的两位数, 个位上的数字是 m , 十位上的数字是 n , 将 m 与 n 对调, 新的两位数比原两位数小 54, 列出二元一次方程, 求出非负整数解即可;

(2) 设这个五进制的三位数是 xxx , 根据将它转化为十进制数, 恰好是 (1) 中的一个两位数, 求出 $x=3$, 即可解决问题.

【解答】解: (1) 由题意得: $10n+m-(10m+n)=54$,

整理得: $n-m=6$,

$$\therefore \begin{cases} m=0 \\ n=6 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} m=1 \\ n=7 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} m=2 \\ n=8 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} m=3 \\ n=9 \end{cases},$$

$\therefore$ 这个十进制的两位数可能是: 60、71、82、93,

故答案为: 60 或 71 或 82 或 93;

(2) 设这个五进制的三位数是 xxx ,

$$\text{则 } (xxx)_5 = x \times 5^2 + x \times 5^1 + x \times 5^0 = 31x,$$

$\therefore$ 60、71、82、93 中, 只有 93 能被 31 整除,

$$\therefore 31x=93,$$

$$\therefore x=3,$$

$\therefore$ 这个五进制的三位数是 333,

故答案为: 333.

【点评】本题考查了二元一次方程的应用以及一元一次方程的应用, 找准等量关系, 正确列出二元一次方程和一元一次方程是解题的关键.

28. 对于数轴上的点 A 和正数 r , 给出如下定义: 点 A 在数轴上移动, 沿负方向移动 r 个单位长度后所在位置点表示的数是 x , 沿正方向移动 r 个单位长度后所在位置点表示的数是 y , x 与 y 这两个数叫做“点 A 的 r 对称数”, 记作 $D(A, r) = \{x, y\}$, 其中 $x < y$.

例如: 原点 O 表示 0, 原点 O 的 1 对称数是 $D(O, 1) = \{-1, 1\}$.

(1) 若点 A 表示 3, 点 A 的 4 对称数 $D(A, 4) = \{x, y\}$, 则 $\frac{x}{y} = -\frac{1}{7}$;

(2) 若 $D(A, r) = \{-3, 13\}$, 则点 A 表示的数为 5, $r =$ 8;

(3) 已知 $D(A, 5) = \{p, q\}$, $D(B, 3) = \{m, n\}$, 若点 A , 点 B 从原点同时出发, 沿数轴反向运动, 且点 A 的速度是点 B 速度的 3 倍, 当 $p+n=q-m$ 时, 求点 A 表示的数.

【分析】(1) 利用“点 A 的 r 对称数”的定义, 可求出 x, y 的值, 再将其代入 $\frac{x}{y}$ 中, 即可求出结论;

(2) 利用点 A 表示的数 $= \frac{x+y}{2}$, 可求出点 A 表示的数, 利用 $r =$ 点 A 表示的数 $- x$, 即可求出 r 的值;

(3) 根据“点 A 的 r 对称数”的定义, 可得出 $q-p=10$, 点 B 表示的数为 $\frac{m+n}{2}$, 结合 $p+n=q-m$, 可得出点 B 表示的数为 5, 再结合“点 A , 点 B 从原点同时出发, 沿数轴反向运动, 且点 A 的速度是点 B

速度的3倍”，即可求出点A表示的数为-15.

【解答】解：（1）当点A表示3， $r=4$ 时， $x=3-4=-1$ ， $y=3+4=7$ ，

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{-1}{7} = -\frac{1}{7}.$$

故答案为： $-\frac{1}{7}$ ；

（2）根据题意得：点A表示的数为 $\frac{-3+13}{2}=5$ ；

$$r=5-(-3)=8.$$

故答案为：5，8；

（3） $\because D(A, 5) = \{p, q\}$ ， $D(B, 3) = \{m, n\}$ ，

$$\therefore q-p=5 \times 2=10, \text{ 点 } B \text{ 表示的数为 } \frac{m+n}{2}.$$

$$\therefore p+n=q-m,$$

$$\therefore m+n=q-p=10,$$

$\therefore$ 点B表示的数为5.

$\because$ 点A，点B从原点同时出发，沿数轴反向运动，且点A的速度是点B速度的3倍，

$$\therefore \text{点 } A \text{ 表示的数为 } 5 \times (-3) = -15.$$

答：点A表示的数为-15.

【点评】本题考查了列代数式、数轴以及新定义，熟读“点A的r对称数”，利用定义解决问题是解题的关键.