

2024-2025 学年北京市昌平区亚太实验学校七年级（上）期中数学试卷

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

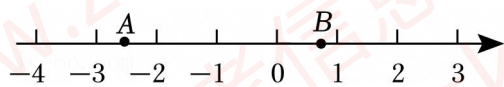
- 1.（2 分）2024 年巴黎奥运会在 7 月 26 日开幕，巴黎奥运会凭借强大号召力获取赞助费高达 13 亿欧元，通过赞助费反哺，巴黎奥运会的办赛质量进一步提高，13 亿用科学记数法可表示为（ ）

A. 13×10^7 B. 13×10^8 C. 1.3×10^8 D. 1.3×10^9

- 2.（2 分）一个数的相反数是它本身，则该数为（ ）

A. 0 B. 1 C. -1 D. 不存在

- 3.（2 分）有理数 a, b 在数轴上的对应点 A, B 的位置如图所示，下列结论中正确的是（ ）



A. $|a| < 2$ B. $a+b > 0$ C. $b-a < 0$ D. $-a > b$

- 4.（2 分）在代数式 $2\pi x^2y, \frac{1}{a}, x^2-3x, 8, \frac{x+y}{2}$ 中，单项式的个数是（ ）

A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

- 5.（2 分）下列计算正确的是（ ）

A. $2ab^2 - ab^2 = ab^2$ B. $-8 - 5 = -3$

C. $-(x-1) = -x-1$ D. $x^5 - x^4 = x$

- 6.（2 分）已知 $m^2 - 5m$ 的值为 4，则代数式 $3m^2 - 15m + 8$ 的值为（ ）

A. -4 B. 4 C. 12 D. 20

- 7.（2 分）下面几组相关联的量中，不成反比例关系的是（ ）

A. 车间计划加工 800 个零件，加工时间与每天加工的零件个数

B. 社团共有 50 名学生，按各组人数相等的要求分组，组数与每组人数

C. 圆柱体的体积为 $6m^3$ ，圆柱的底面积与高

D. 计划用 100 元购买苹果和香蕉两种水果，购买苹果的金额与购买香蕉的金额

- 8.（2 分）规定： $f(x) = |x-2|$ ， $g(y) = |y+3|$.

例如 $f(-4) = |-4-2|$ ， $g(-4) = |-4+3|$.

下列结论中：

①若 $f(x) + g(y) = 0$ ，则 $2x - 3y = 13$;

②若 $x < -3$ ，则 $f(x) + g(x) = -1 - 2x$;

③能使 $f(x) = g(x)$ 成立的 x 的值不存在;

④式子 $f(x-1) + g(x+1)$ 的最小值是 7.

其中正确的所有结论是 ()

A. ①②③

B. ①②④

C. ①③④

D. ①②③④

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. (2 分) 用四舍五入法将 5.876 精确到十分位, 所得到的近似数为 _____ .

10. (2 分) 请写出一个只含有 x, y 两个字母, 系数是 -2 的三次单项式 _____ .

11. (2 分) 比较大小 (用 “ $>$ ” “ $<$ ” 或者 “ $=$ ” 填写): $-\frac{1}{3}$ _____ $-\frac{1}{2}$; $-(-2)$ _____ $|-3|$.

12. (2 分) 如果 $2x^m y^3$ 与 $-\frac{1}{3} \cdot x^2 y^n$ 的和是单项式, 那么 $m+n$ 的值为 _____ .

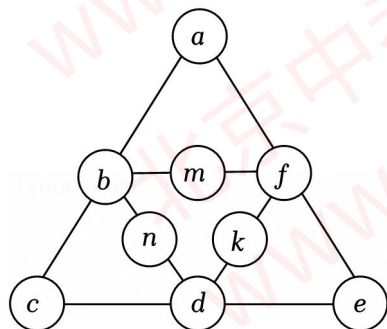
13. (2 分) 点 A 在数轴上表示 3, 若点 A 到点 B 的距离为 4, 则点 B 表示的数是 _____ .

14. (2 分) 若 $|x+1| + (y-8)^2 = 0$, 则 $x-y$ 的值为 _____ .

15. (2 分) 当 $m =$ _____ 时, 多项式 $x^3 + mx^2 y + x^2 y^2 - 4x^2 y - y^3 + 3$ 中不含 $x^2 y$ 项.

16. (2 分) 如图, 将 9 个数放入 “ $\bigcirc$ ” 内, 使得每条边上 3 个 “ $\bigcirc$ ” 内数字之和相等, 分别记这 9 个数为:

$a, b, c, d, e, f, m, n, k$, 可以得到: $a+b+c=c+d+e=e+f+a=\dots=d+k+f$, 则用等式表示 b, c, e, f 四个数之间的数量关系是 _____ , a, m, d 三个数之间的数量关系是 _____ .



三、解答题 (本题共 68 分, 第 17 题 20 分, 第 18 题 10 分, 第 19 题 10 分, 第 20 题 4 分, 第 21-24 题每题 6 分)

17. (20 分) 计算:

(1) $-1 - 3 + (-6) - (-15)$;

(2) $8 \times (-\frac{1}{5}) + (-\frac{4}{5})$;

(3) $(\frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \frac{1}{28}) \times (-56)$;

(4) $-1^{2023} \times |-\frac{1}{2}| + [3 - (-2)^2]$.

18. (10 分) 化简:

(1) $3m^2 + 2m + \frac{1}{2} - 2m^2 - 3m - \frac{7}{2}$;

(2) $3(2x^2 - xy) - 2(3x^2 + xy - 5)$.

19. (4分) 化简后求值:

(1) $7xy - 2(5xy - 2x^2y) + 3xy$, 其中 $x = -1, y = 2$;

(2) 已知 $ab^2 < 0, a+b > 0$, 且 $|a|=1, |b|=2$, 求 $|a - \frac{1}{3}| + (b-1)^2$ 的值.

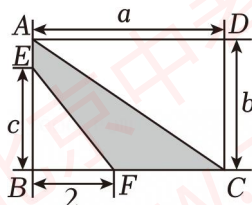
20. (6分) 有理数 a, b, c 在数轴上的位置如图所示, 化简: $|a+b+2| - a+c| - |b+2|$.



21. (6分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是一个长方形.

(1) 根据图中数据, 用含 a, b, c 的代数式表示图中阴影部分的面积 S ;

(2) 当 $a=5, b=4, c=3$ 时, 求 S 的值.



22. (6分) 阅读以下材料, 并回答问题.

如图, 把一根长度为 $a\text{ cm}$ 的木棒 MN 放置在一条数轴上, 它的两端 M, N 分别落在点 A, B 处. 将木棒在数轴上水平移动, 当点 M 移动到点 B 处时, 点 N 对应的数为 20; 当点 N 移动到点 A 处时, 点 M 对应的数为 5. (注: 本题中, 数轴上 1 个单位长度代表 1 cm .)

(1) 由此可得, a 的值为 _____;

(2) 借助上述方法解决下面的问题:

一天, 小明去问爷爷的年龄. 爷爷说: “我若是你现在这么大, 你还要 40 年才出生呢; 你若是我现在这么大, 我已经是 116 岁的老寿星了, 哈哈!” 小明纳闷, 爷爷到底是多少岁?

请你画出示意图, 求出爷爷和小明现在的年龄, 并说明解题思路.



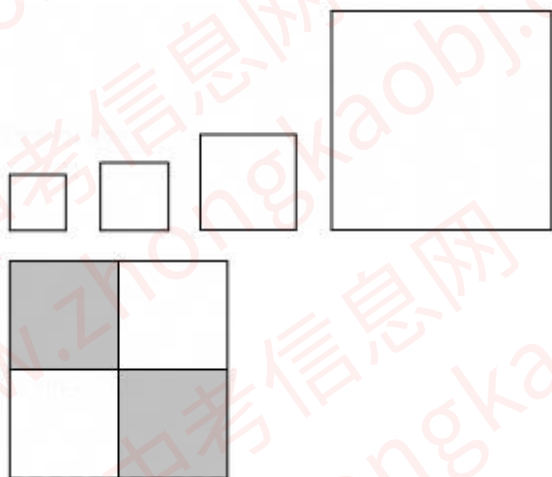
23. (6分) 可以验证, 当一个大正方形的边长为 10, 而小正方形边长为 5 时, 这个大正方形的周长等于两个小正方形的周长和. 若用合适的方式摆放这两个小正方形的位置 (不重叠), 大正方形还可以同时覆盖两个小正方形, 如图.

(1) 进一步, 猜想: 当一个大正方形的边长恰好是小正方形边长的 _____ 倍时, 这个大正方形的周长等于三个边长相同的小正方形的周长和;

(2) 一般的, 猜想: 一个大正方形的边长恰好是小正方形边长的 n 倍时, 这个大正方形的周长等于

个边长相同的小正方形的周长和；

(3) 如图是三个边长不相等的小正方形和一个大正方形，若三个小正方形的周长之和恰好等于大正方形的周长，请将这三个小正方形互不重叠的摆放在一起，使得它们能被大正方形覆盖，画出示意图。



四、选做题。

24. (4分) 如图1，点 Z 将线段 AB 分成 AZ 和 BZ 两部分。若 $AZ=2BZ$ 或 $BZ=2AZ$ ，则称点 Z 是线段 AB 的“分”点。



图1

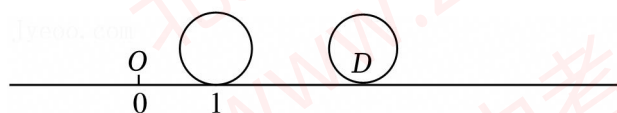


图2

【理解定义】

- (1) 若线段 $AB=6$ ， Z 是线段 AB 的“分”点，且 $AZ>BZ$ ，则 $AZ=$ _____；

【解决问题】

如图2，有一张半径为 $\frac{1}{\pi}$ 个单位长度的圆形纸片，将该纸片边上的某点与数轴上表示1的点重合，并把该纸片沿数轴向右无滑动地滚动1周，使该点到达点 D 的位置。

- (2) 若不重合的两点 M 、 N 均为线段 OD 的“分”点，求线段 MN 的长度；

(3) 在图2中，点 P 从点 O 出发，以3个单位长度/秒的速度沿数轴向右运动；同时，点 Q 从点 D 出发，以1个单位长度/秒的速度沿数轴向右运动，运动时间为 t 秒。在点 P 、 D 、 Q 三个点中，当点 D 和 P 分别为其余两点所构成线段的“分”点时，直接写出 t 的值。

25. (6分) 如图，若一个表格的行数代表关于 x 的整式的次数，列数代表关于 x 的整式的项数（规定单项

式的项数为 1)，那么每个关于 x 的整式均会对应表格中的某个小方格．若关于 x 的整式 A 是三次二项式，则 A 对应表格中标★的小方格．已知 B 也是关于 x 的整式，下列说法正确的有 _____．（写出所有正确的序号）

- ①若 B 对应的小方格行数是 4，则 $A+B$ 对应的小方格行数一定是 4；
- ②若 $A+B$ 对应的小方格列数是 5，则 B 对应的小方格列数一定是 3；
- ③若 B 对应的小方格列数是 3，且 $A+B$ 对应的小方格列数是 5，则 B 对应的小方格行数不可能是 3．

	1	2	3	4	...
1					
2					
3		★			
4					
...					

2024-2025 学年北京市昌平区亚太实验学校七年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D.	A	D	A	A	D.	D	B

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1. （2 分）2024 年巴黎奥运会在 7 月 26 日开幕，巴黎奥运会凭借强大号召力获取赞助费高达 13 亿欧元，通过赞助费反哺，巴黎奥运会的办赛质量进一步提高，13 亿用科学记数法可表示为（ ）

A. 13×10^7 B. 13×10^8 C. 1.3×10^8 D. 1.3×10^9

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】解：13 亿 $= 1300000000 = 1.3 \times 10^9$ ．

故选：D．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

2. （2 分）一个数的相反数是它本身，则该数为（ ）

A. 0 B. 1 C. -1 D. 不存在

【分析】根据 0 的相反数是 0 解答．

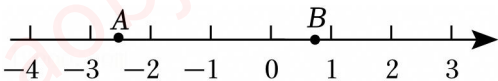
【解答】解： $\because 0$ 的相反数是 0，

$\therefore$ 一个数的相反数是它本身，则该数为 0．

故选：A．

【点评】本题考查了相反数的定义，是基础题，要注意 0 的特殊性．

3. （2 分）有理数 a ， b 在数轴上的对应点 A ， B 的位置如图所示，下列结论中正确的是（ ）



A. $|a| < 2$ B. $a + b > 0$ C. $b - a < 0$ D. $-a > b$

【分析】利用 A ， B 在数轴上的位置可知 $a < 0 < b$ ， $|b| < |a|$ ，即可判断 A ， B ， C ， D 四个结论是否正确．

【解答】解：由题意，得：

$$|a| > 2,$$

故选项 A 错误, 不符合题意;

$$\because a < 0 < b, |b| < |a|,$$

$$\therefore a + b < 0,$$

故选项 B 错误, 不符合题意;

$$\because b > a,$$

$$\therefore b - a > 0,$$

故选项 C 错误, 不符合题意;

$$\because a < 0 < b, |b| < |a|,$$

$$\therefore -a > b,$$

故选项 D 正确, 符合题意.

故选: D.

【点评】 本题主要考查数轴与绝对值的知识, 解题的关键是熟练掌握数轴与绝对值的知识.

4. (2 分) 在代数式 $2\pi x^2y$, $\frac{1}{a}$, $x^2 - 3x$, 8 , $\frac{x+y}{2}$ 中, 单项式的个数是 ()

A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

【分析】 运用单项式、多项式和分式的定义进行求解.

【解答】 解: 由题意得, $2\pi x^2y$, 8 是单项式,

$x^2 - 3x$, $\frac{x+y}{2}$ 是多项式,

$\frac{1}{a}$ 是分式,

$\therefore$ 单项式的个数是 2 个,

故选: A.

【点评】 此题考查了单项式的辨别能力, 关键是能准确理解并运用单项式、多项式和分式的定义.

5. (2 分) 下列计算正确的是 ()

A. $2ab^2 - ab^2 = ab^2$

B. $-8 - 5 = -3$

C. $-(x - 1) = -x - 1$

D. $x^5 - x^4 = x$

【分析】 A. 通过合并同类项, 可得到结果为正确; B. 根据有理数减法运算法则, 结果应该是 -13 ; C. 根据去括号法则, 应该是 $-x+1$; D. x^5 与 x^4 不是同类项, 不能合并.

【解答】 解: A. $2ab^2 - ab^2 = ab^2$, 该选项符合题意;

B. $-8 - 5 = -13$, 该选项不符合题意;

C. $-(x-1)=-x+1$, 该选项不符合题意;

D. $x^5-x^4 \neq x$, 该选项不符合题意.

故选: A.

【点评】本题考查了整式的加减, 有理数运算, 涉及到合并同类项, 关键是运算时注意符号, 不能出错.

6. (2分) 已知 m^2-5m 的值为 4, 则代数式 $3m^2-15m+8$ 的值为 ()

A. -4

B. 4

C. 12

D. 20

【分析】利用代入法, 代入所求的式子即可.

【解答】解: 当 $m^2-5m=4$ 时, 原式 $=3(m^2-5m)+8=3 \times 4+8=20$.

故选: D.

【点评】本题考查代数式求值, 把代数式中的字母用具体的数代替, 按照代数式规定的运算, 计算的结果就是代数式的值.

7. (2分) 下面几组相关联的量中, 不成反比例关系的是 ()

A. 车间计划加工 800 个零件, 加工时间与每天加工的零件个数

B. 社团共有 50 名学生, 按各组人数相等的要求分组, 组数与每组人数

C. 圆柱体的体积为 $6m^3$, 圆柱的底面积与高

D. 计划用 100 元购买苹果和香蕉两种水果, 购买苹果的金额与购买香蕉的金额

【分析】根据反比例函数的定义逐一判断即可.

【解答】解: A、加工时间 $\times$ 每天加工的零件个数 $=800$, 则加工时间与每天加工的零件个数的乘积是定值, 此选项正确, 成反比例关系, 不符合题意;

B、组数 $\times$ 每组人数 $=50$, 则组数与每组人数的乘积是定值, 成反比例关系, 此选项正确, 不符合题意;

C、底面积 $\times$ 高 $=6$, 则底面积与高的乘积是定值, 成反比例关系, 此选项正确, 不符合题意;

D、购买苹果的金额 $+$ 购买香蕉的金额 $=100$, 则购买苹果的金额与购买香蕉的金额的和不一定是定值, 不成反比例关系, 此选项错误, 符合题意,

故选: D.

【点评】本题考查了反比例函数的定义, 掌握乘积是定值的两个相关联的量成反比例关系是解题关键.

8. (2分) 规定: $f(x)=|x-2|$, $g(y)=|y+3|$.

例如 $f(-4)=|-4-2|$, $g(-4)=|-4+3|$.

下列结论中:

①若 $f(x)+g(y)=0$, 则 $2x-3y=13$;

②若 $x < -3$, 则 $f(x)+g(x)=-1-2x$;

③能使 $f(x) = g(x)$ 成立的 x 的值不存在;

④式子 $f(x-1) + g(x+1)$ 的最小值是 7.

其中正确的所有结论是 ()

A. ①②③

B. ①②④

C. ①③④

D. ①②③④

【分析】根据题中的规定判断出各选项的正确与否即可.

【解答】解: ①若 $f(x) + g(y) = 0$, 即 $|x-2| + |y+3| = 0$,

解得: $x=2, y=-3$,

则 $2x-3y=4+9=13$, 符合题意;

②若 $x < -3$, 则 $f(x) + g(x) = |x-2| + |x+3| = 2-x-x-3 = -1-2x$, 符合题意;

③若 $f(x) = g(x)$, 则 $|x-2| = |x+3|$, 即 $x-2=x+3$ 或 $x-2=-x-3$,

解得: $x=-0.5$, 即使已知等式成立的 x 的值存在, 不符合题意;

④式子 $f(x-1) + g(x+1) = |x-3| + |x+4|$ 的最小值是 7, 符合题意.

正确的所有结论是: ①②④.

故选: B.

【点评】此题考查了函数值, 以及绝对值, 弄清题中的新规定是解本题的关键.

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. (2 分) 用四舍五入法将 5.876 精确到十分位, 所得到的近似数为 5.9 .

【分析】根据四舍五入法可以将题目中的数据精确到十分位.

【解答】解: $5.876 \approx 5.9$ (精确到十分位),

故答案为: 5.9.

【点评】本题考查近似数和有效数字, 解答本题的关键是明确题意, 利用四舍五入法解答.

10. (2 分) 请写出一个只含有 x, y 两个字母, 系数是 -2 的三次单项式 $-2x^2y$ (答案不唯一) .

【分析】根据单项式的系数和次数的概念判断即可.

【解答】解: $-2x^2y$ 是只含有 x, y 两个字母, 系数是 -2 的三次单项式,

故答案为: $-2x^2y$ (答案不唯一).

【点评】本题考查的是单项式, 单项式中的数字因数叫做单项式的系数, 一个单项式中所有字母的指数的和叫做单项式的次数.

11. (2 分) 比较大小 (用 “>” “<” 或者 “=” 填写): $-\frac{1}{3}$ > $-\frac{1}{2}$; $-(-2)$ < $|-3|$.

【分析】根据有理数的大小比较方法求解即可.

【解答】解：∵ $|\frac{1}{3}| < |-\frac{1}{2}|$,

$$\therefore -\frac{1}{3} > \frac{1}{2},$$

$$\therefore -(-2) = 2, |-3| = 3,$$

$$\therefore -(-2) < |-3|,$$

故答案为：>，<.

【点评】本题考查了有理数大小比较，掌握有理数大小比较方法是解答本题的关键.

12. (2分) 如果 $2x^m y^3$ 与 $-\frac{1}{3} \cdot x^2 y^n$ 的和是单项式，那么 $m+n$ 的值为 5 .

【分析】根据同类项的定义，列出方程，进而即可求解.

【解答】解：∵ $2x^m y^3$ 与 $-\frac{1}{3} \cdot x^2 y^n$ 的和是单项式，

$$\therefore 2x^m y^3 \text{ 与 } -\frac{1}{3} \cdot x^2 y^n \text{ 是同类项，}$$

$$\therefore m=2, n=3,$$

$$\therefore m+n=2+3=5.$$

故答案为：5.

【点评】本题主要考查同类项的定义，熟练掌握同类项的特征“字母相同，相同字母的指数也相同”，是解题的关键.

13. (2分) 点 A 在数轴上表示3，若点 A 到点 B 的距离为4，则点 B 表示的数是 -1或7 .

【分析】根据数轴上两点之间的距离解答即可.

【解答】解：∵点 A 在数轴上表示的数是3，点 B 到点 A 的距离为4，

$$\therefore \text{点 } B \text{ 表示的数是 } 3+4=7 \text{ 或 } 3-4=-1,$$

故答案为：-1或7.

【点评】本题考查了数轴，关键是掌握数轴上两点间的距离.

14. (2分) 若 $|x+1| + (y-8)^2 = 0$ ，则 $x-y$ 的值为 -9 .

【分析】利用非负数的性质得出 x 、 y 的值，代入计算得出答案.

【解答】解：∵ $|x+1| + (y-8)^2 = 0$,

$$\therefore x+1=0, y-8=0,$$

$$\text{解得：} x=-1, y=8,$$

$$\text{故 } x-y=-1-8=-9.$$

故答案为：-9.

【点评】 本题考查非负数的性质，掌握非负数的意义和性质是正确解答的前提.

15. (2分) 当 $m = \underline{4}$ 时，多项式 $x^3 + mx^2y + x^2y^2 - 4x^2y - y^3 + 3$ 中不含 x^2y 项.

【分析】 根据整式的运算化简计算即可.

【解答】 解: $x^3 + mx^2y + x^2y^2 - 4x^2y - y^3 + 3$
 $= x^3 + (m - 4)x^2y + x^2y^2 - y^3 + 3,$

令 $m - 4 = 0,$

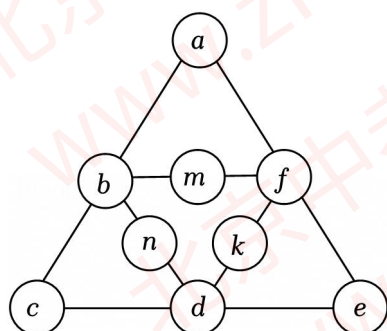
解得: $m = 4.$

故答案为: 4.

【点评】 本题考查了多项式，合并同类项是关键.

16. (2分) 如图，将 9 个数放入“O”内，使得每条边上 3 个“O”内数字之和相等，分别记这 9 个数为:

$a、b、c、d、e、f、m、n、k$ ，可以得到: $a+b+c=c+d+e=e+f+a=\dots=d+k+f$ ，则用等式表示 $b、c、e、f$ 四个数之间的数量关系是 $\underline{b+c=e+f}$ ， $a、m、d$ 三个数之间的数量关系是 $\underline{m+d=2a}$.



【分析】 根据整式的加减求解即可.

【解答】 解: $\because a+b+c=e+f+a,$

$\therefore b+c=e+f,$

$\because a+b+c=c+d+e,$

$\therefore a+b=d+e,$

$\because e+f+a=b+m+f,$

$\therefore e+a=b+m,$

$\therefore e=b+m-a,$

$\therefore a+b=d+e=d+b+m-a,$

$\therefore m+d=2a,$

故答案为: $b+c=e+f$; $m+d=2a$.

【点评】 此题考查了列代数式，整式的加减，熟记整式加减运算法则是解题的关键.

三、解答题（本题共 68 分，第 17 题 20 分，第 18 题 10 分，第 19 题 10 分，第 20 题 4 分，第 21-24 题每题 6 分）

17.（20 分）计算：

(1) $-1-3+(-6)-(-15)$;

(2) $8\times(-\frac{1}{5})+(-\frac{4}{5})$;

(3) $(\frac{1}{7}-\frac{1}{4}+\frac{1}{28})\times(-56)$;

(4) $-1^{2023}\times|-\frac{1}{2}|+[3-(-2)^2]$.

【分析】(1) 按照从左到右的顺序进行计算，即可解答；

(2) 先算乘法，再算加法，即可解答；

(3) 利用乘法分配律进行计算即可解答；

(4) 先算乘方，再算乘法，后算加减，有括号先算括号里，即可解答.

【解答】解：(1) $-1-3+(-6)-(-15)$

$$=-4+(-6)+15$$

$$=-10+15$$

$$=5;$$

(2) $8\times(-\frac{1}{5})+(-\frac{4}{5})$

$$=-\frac{8}{5}+(-\frac{4}{5})$$

$$=-\frac{12}{5};$$

(3) $(\frac{1}{7}-\frac{1}{4}+\frac{1}{28})\times(-56)$

$$=-56\times\frac{1}{7}+56\times\frac{1}{4}-56\times\frac{1}{28}$$

$$=-8+14-2$$

$$=4;$$

(4) $-1^{2023}\times|-\frac{1}{2}|+[3-(-2)^2]$

$$=-1\times\frac{1}{2}+(3-4)$$

$$=-\frac{1}{2}+(-1)$$

$$=-1\frac{1}{2}.$$

【点评】 本题考查了有理数的混合运算，准确熟练地进行计算是解题的关键.

18. (10 分) 化简:

$$(1) 3m^2 + 2m + \frac{1}{2} - 2m^2 - 3m - \frac{7}{2};$$

$$(2) 3(2x^2 - xy) - 2(3x^2 + xy - 5).$$

【分析】 (1) 直接合并同类项，进而得出答案;

(2) 直接去括号，再合并同类项，进而得出答案.

【解答】 解: (1) 原式 = $(3m^2 - 2m^2) + (2m - 3m) + (\frac{1}{2} - \frac{7}{2})$
 $= m^2 - m - 3;$

(2) 原式 = $6x^2 - 3xy - 6x^2 - 2xy + 10$
 $= -5xy + 10.$

【点评】 此题主要考查了整式的加减，正确掌握整式的加减运算法则是解题关键.

19. (4 分) 化简后求值:

(1) $7xy - 2(5xy - 2x^2y) + 3xy$, 其中 $x = -1, y = 2$;

(2) 已知 $ab^2 < 0, a + b > 0$, 且 $|a| = 1, |b| = 2$, 求 $|a - \frac{1}{3}| + (b - 1)^2$ 的值.

【分析】 (1) 先去括号，再合并同类项得到最简结果，最后将 x, y 的值代入计算即可.

(2) 根据题意可得 $a = -1, b = 2$, 再代入计算即可.

【解答】 解: (1) 原式 = $7xy - 10xy + 4x^2y + 3xy$
 $= 4x^2y.$

当 $x = -1, y = 2$ 时, 原式 = $4 \times 1 \times 2 = 8.$

(2) $\because |a| = 1, |b| = 2,$

$\therefore a = \pm 1, b = \pm 2.$

$\because ab^2 < 0,$

$\therefore a = -1.$

$\because a + b > 0,$

$\therefore b = 2.$

$\therefore |a - \frac{1}{3}| + (b - 1)^2 = \frac{4}{3} + 1 = \frac{7}{3}.$

【点评】 本题考查整式的加减 - 化简求值、绝对值、有理数的乘方，熟练掌握运算法则是解答本题的关

键.

20. (6分) 有理数 a, b, c 在数轴上的位置如图所示, 化简: $|a+b+2| - |a+c| - |b+2|$.



【分析】 根据有理数 a, b, c 在数轴上的位置确定 $a+b, -a+c, b+2$ 的符号, 再根据绝对值的定义进行计算即可.

【解答】 解: 由有理数 a, b, c 在数轴上的位置可知, $-2 < b < c < 0 < 2 < a$,

$$\therefore a+b > 0, -a+c < 0, b+2 > 0,$$

$$\therefore \text{原式} = a+b+2(a-c) - (b+2)$$

$$= a+b+2a-2c-b-2$$

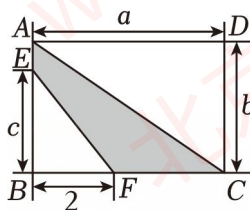
$$= 3a-2c-2.$$

【点评】 本题考查绝对值, 数轴, 掌握数轴表示数的方法, 绝对值的定义是正确解答的前提.

21. (6分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是一个长方形.

(1) 根据图中数据, 用含 a, b, c 的代数式表示图中阴影部分的面积 S ;

(2) 当 $a=5, b=4, c=3$ 时, 求 S 的值.



【分析】 (1) 根据图形的面积分割法, 列出代数式表示阴影的面积即可.

(2) 根据字母的值, 求代数式的值即可.

【解答】 解: (1) 根据图形可知,

$$\text{阴影部分的面积 } S = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle BEF} = \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2} \times 2c$$

$$= \frac{1}{2}ab - c;$$

(2) 当 $a=5, b=4, c=3$ 时,

$$S = \frac{1}{2}ab - c = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 - 3 = 7.$$

【点评】 本题考查了列代数式, 代数式求值, 掌握代数式求值的方法是关键.

22. (6分) 阅读以下材料, 并回答问题.

如图, 把一根长度为 $a \text{ cm}$ 的木棒 MN 放置在一条数轴上, 它的两端 M, N 分别落在点 A, B 处. 将木棒在数轴上水平移动, 当点 M 移动到点 B 处时, 点 N 对应的数为 20; 当点 N 移动到点 A 处时, 点 M

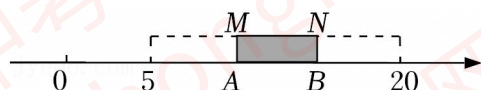
对应的数为5. (注: 本题中, 数轴上1个单位长度代表1cm.)

(1) 由此可得, a 的值为 5;

(2) 借助上述方法解决下面的问题:

一天, 小明去问爷爷的年龄. 爷爷说: “我若是你现在这么大, 你还要40年才出生呢; 你若是我现在这么大, 我已经是116岁的老寿星了, 哈哈!” 小明纳闷, 爷爷到底是多少岁?

请你画出示意图, 求出爷爷和小明现在的年龄, 并说明解题思路.



【分析】(1) 由3个木棍长 $= 20 - 5 = 15$ 从而可得木棍长;

(2) 借助数轴, A 表示小明年龄, B 表示爷爷年龄, 木棍 MN 的长代表小明与爷爷的年龄差, MN 的两端分别落在 A 和 B , 当 N 移动到 A , M 对应的数为 -40 , 点 M 移动到 B 处, N 对应的数为 116 , 从而可解决问题.

【解答】解: (1) 由题意得, $3a = 20 - 5 = 15$,

$\therefore a = 5$,

故答案为: 5;

(2) 示意图如图1, 令木棍 MN 的长代表小明与爷爷的年龄差, A 表示小明年龄, B 表示爷爷年龄, MN 的两端分别落在 A 和 B , 当 N 移动到 A , M 对应的数为 -40 , 点 M 移动到 B 处, N 对应的数为 116 ,

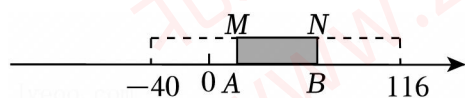


图1

$\therefore 3MN = 116 - (-40) = 156$,

$\therefore MN = 52$,

$\therefore$ 点 A 表示的数为 $52 + (-40) = 12$,

点 B 表示的数为 $116 - 52 = 64$,

答: 爷爷和小明现在的年龄分别为 64 岁, 12 岁.

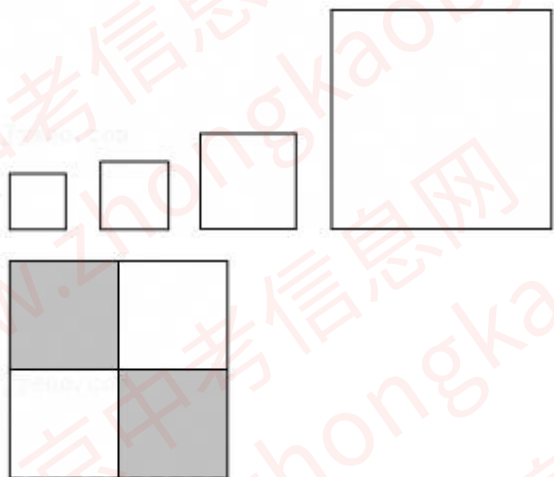
【点评】本题考查了数轴上两点间的距离, 有理数的简单运算, 解决问题的突破口是数形结合思想.

23. (6分) 可以验证, 当一个大正方形的边长为10, 而小正方形边长为5时, 这个大正方形的周长等于两个小正方形的周长和. 若用合适的方式摆放这两个小正方形的位置 (不重叠), 大正方形还可以同时覆盖两个小正方形, 如图.

(1) 进一步, 猜想: 当一个大正方形的边长恰好是小正方形边长的 3 倍时, 这个大正方形的周长等于三个边长相同的小正方形的周长和;

(2) 一般的, 猜想: 一个大正方形的边长恰好是小正方形边长的 n 倍时, 这个大正方形的周长等于 n 个边长相同的小正方形的周长和;

(3) 如图是三个边长不相等的小正方形和一个大正方形, 若三个小正方形的周长之和恰好等于大正方形的周长, 请将这三个小正方形互不重叠的摆放在一起, 使得它们能被大正方形覆盖, 画出示意图.



【分析】(1) 根据大正方形的周长等于三个边长相同的小正方形的周长和列等式可得答案;

(2) 根据小正方形的个数 = 大正方形的周长 $\div$ 一个小正方形的周长可得答案;

(3) 根据三个小正方形的周长之和恰好等于大正方形的周长, 可知三个小正方形的边长之和 = 大正方形的边长, 画图即可.

【解答】解: (1) 设小正方形的边长为 a , 一个大正方形的边长恰好是小正方形边长的 x 倍时, 这个大正方形的周长等于三个边长相同的小正方形的周长和,

$$\text{则 } 4ax = 4a + 4a + 4a,$$

$$\therefore x = 3,$$

$\therefore$ 当一个大正方形的边长恰好是小正方形边长的 3 倍时, 这个大正方形的周长等于三个边长相同的小正方形的周长和;

故答案为: 3;

(2) 设小正方形的边长为 a ,

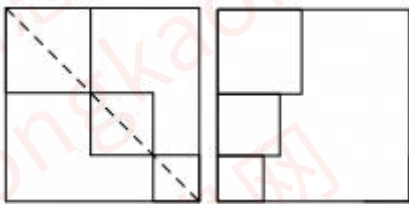
$$\text{则 } \frac{4an}{4a} = n,$$

$\therefore$ 这个大正方形的周长等于 n 个边长相同的小正方形的周长和;

故答案为: n ;

(3) 画图如下: (答案不唯一)

例如:



【点评】此题考查整式的加减运算，掌握正方形周长的计算方法是解决问题的关键。

四、选做题。

24. (4分) 如图1，点 Z 将线段 AB 分成 AZ 和 BZ 两部分。若 $AZ=2BZ$ 或 $BZ=2AZ$ ，则称点 Z 是线段 AB 的“分”点。

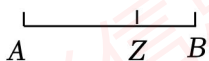


图1

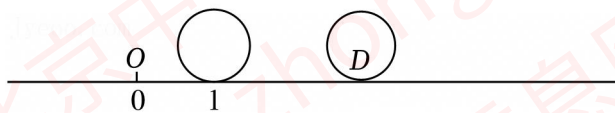


图2

【理解定义】

- (1) 若线段 $AB=6$ ， Z 是线段 AB 的“分”点，且 $AZ>BZ$ ，则 $AZ=$ 4；

【解决问题】

如图2，有一张半径为 $\frac{1}{\pi}$ 个单位长度的圆形纸片，将该纸片边上的某点与数轴上表示1的点重合，并把该纸片沿数轴向右无滑动地滚动1周，使该点到达点 D 的位置。

- (2) 若不重合的两点 M 、 N 均为线段 OD 的“分”点，求线段 MN 的长度；
 (3) 在图2中，点 P 从点 O 出发，以3个单位长度/秒的速度沿数轴向右运动；同时，点 Q 从点 D 出发，以1个单位长度/秒的速度沿数轴向右运动，运动时间为 t 秒。在点 P 、 D 、 Q 三个点中，当点 D 和 P 分别为其余两点所构成线段的“分”点时，直接写出 t 的值。

【分析】(1) 设 $AZ=x$ ，则 $BZ=6-x$ ，根据 $AZ=2BZ$ ，可列出关于 x 的一元一次方程，解之即可得出结论；

(2) 利用点 D 表示的数=点 A 表示的数+圆的周长，可求出点 D 表示的数，结合“分”点的定义，可求出 OM ， ON 的长，二者作差后，可求出 MN 的长；

(3) 当运动时间为 t 秒时，点 P 表示的数为 $3t$ ，点 Q 表示的数为 $3+t$ ，分点 D 是线段 PQ 的“分”点及点 P 是线段 DQ 的“分”点两种情况考虑，根据“分”点的定义，可列出关于 t 的一元一次方程，解之即可得出结论。

【解答】解：（1）设 $AZ=x$ ，则 $BZ=6-x$ ，

根据题意得： $x=2(6-x)$ ，

解得： $x=4$ ，

$\therefore AZ=4$ ．

故答案为：4；

（2） $\because$ 点 D 表示的数为 $1+2\pi\cdot\frac{1}{\pi}=3$ ，

$\therefore OD=|0-3|=3$ ，

$\because$ 不重合的两点 M 、 N 均为线段 OD 的“分”点，假设点 M 在点 N 的左边，

$\therefore OM=\frac{1}{3}OD=\frac{1}{3}\times 3=1$ ， $ON=\frac{2}{3}OD=\frac{2}{3}\times 3=2$ ，

$\therefore MN=ON-OM=2-1=1$ ；

（3）当运动时间为 t 秒时，点 P 表示的数为 $3t$ ，点 Q 表示的数为 $3+t$ ，

当点 D 是线段 PQ 的“分”点时， $3-3t=2(3+t-3)$ 或 $2(3-3t)=3+t-3$ ，

解得： $t=\frac{3}{5}$ 或 $t=\frac{6}{7}$ ；

当点 P 是线段 DQ 的“分”点时， $2(3t-3)=3+t-3t$ 或 $3t-3=2(3+t-3t)$ ，

解得： $t=\frac{9}{8}$ 或 $t=\frac{9}{7}$ ．

答： t 的值为 $\frac{3}{5}$ 或 $\frac{6}{7}$ 或 $\frac{9}{8}$ 或 $\frac{9}{7}$ ．

【点评】本题考查了一元一次方程的应用以及数轴，找准等量关系，正确列出一元一次方程是解题的关键．

25.（6分）如图，若一个表格的行数代表关于 x 的整式的次数，列数代表关于 x 的整式的项数（规定单项式的项数为1），那么每个关于 x 的整式均会对应表格中的某个小方格．若关于 x 的整式 A 是三次二项式，则 A 对应表格中标★的小方格．已知 B 也是关于 x 的整式，下列说法正确的有 ①③．（写出所有正确的序号）

①若 B 对应的小方格行数是4，则 $A+B$ 对应的小方格行数一定是4；

②若 $A+B$ 对应的小方格列数是5，则 B 对应的小方格列数一定是3；

③若 B 对应的小方格列数是3，且 $A+B$ 对应的小方格列数是5，则 B 对应的小方格行数不可能是3．

	1	2	3	4	...
1					
2					
3		★			
4					
...					

【分析】根据多项式的次数的定义可判定 $A+B$ 的次数，进而可判定①；由多项式的项数的定义可判定 B 的项数，即可判定②；由 $A+B$ ， A ， B 的项数可判定 B 的次数与 A 的次数不可能相同，进而可判定③。

【解答】解：① A 在第 3 行，表示最高次数 3 次，
 B 在第 4 行，表示 B 中最高次数 4 次，
 $A+B$ 中最高次数即为 4 次，
 由整式的次数由最高次数决定，行代表次数可得 $A+B$ 必在第 4 行，故正确；

② A 在第 2 列，表示整式 A 有 2 项，
 $A+B$ 对应的小方格列数是 5，表示表示整式 $A+B$ 有 5 项，
 故整式 B 最少有 3 项，而不确定就只有 3 项，故错误；

③ $\because A+B$ 对应的小方格列数是 5，
 $\therefore$ 整式 $A+B$ 有 5 项，
 $\because A$ 在第 2 列， B 对应的小方格列数是 3，
 $\therefore$ 整式 A ， B 的次数不可能相同，
 $\therefore B$ 对应的小方格行数不可能是 3。故正确，
 故答案为：①③。

【点评】本题主要考查整式，多项式，掌握多项式的项数，次数的定义是解题的关键。