

2024-2025 学年北京市朝阳区外国语学校七年级（上）期中数学试卷

一、选择题（共 24 分，每小题 3 分）

- 1.（3 分）一种面粉的外包装袋上标有“净含量： $50\text{kg} \pm 100\text{g}$ ”，质检工作人员为了解这种面粉的质量是否标准，测量了下面 4 袋，其中不标准的为（ ） kg .

A. 50.01 B. 51.01 C. 49.95 D. 50.05

- 2.（3 分）下列式子中去括号正确的是（ ）

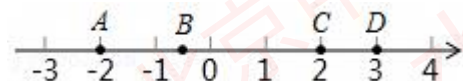
A. $5x - (x - 2y) = 5x - x - 2y$ B. $2a + (-3a - b) = 2a - 3a - b$
C. $-3(x+6) = -3x - 6$ D. $-(x^2+y^2) = -x^2+y^2$

- 3.（3 分）如图，数轴（单位长度为 1）上有三个点 A , B , C ，若点 A , B 表示的数互为相反数，则图中点 C 对应的数是（ ）



A. -2 B. 0 C. 1 D. 4

- 4.（3 分）如图，数轴上有 A , B , C , D 四个点，所对应的数分别是 a , b , c , d ，下列各式的值最小的为（ ）



A. $-a$ B. $d - a$ C. $|b+c|$ D. $|a|+|b|$

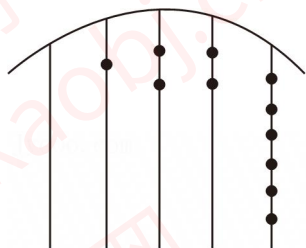
- 5.（3 分）若方程 $x+2a = -3$ 的解为 $x=1$ ，则 a 为（ ）

A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

- 6.（3 分）若 $x^2 - 3x = 4$ ，则 $3x^2 - 9x + 8$ 的值是（ ）

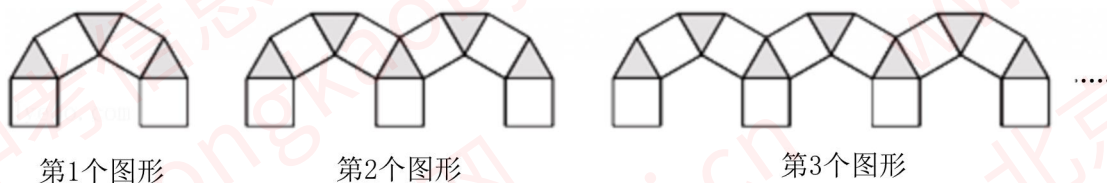
A. 20 B. 16 C. 4 D. -4

- 7.（3 分）远古时期，人们通过在绳子上打结来记录数量，即“结绳计数”。如图，一位母亲在从右到左依次排列的绳子上打结，满七进一，用来记录孩子自出生后的天数，由图可知，孩子自出生后的天数是（ ）



A. 41 天 B. 11 天 C. 167 天 D. 461 天

8. (3分) 用边长相等的正方形和等边三角形卡片按如图所示的方式和规律拼出图形. 拼第1个图形所用两种卡片的总数为7枚, 拼第2个图形所用两种卡片的总数为12枚...若按照这样的规律拼出的第 n 个图形中, 所用正方形卡片比等边三角形卡片多10枚, 则拼第 n 个图形所用两种卡片的总数为 ()



- A. 57枚 B. 52枚 C. 50枚 D. 47枚

二、填空题 (共24分, 每小题3分)

9. (3分) 比较大小: 3 _____ -10 ; -5 _____ -9 ; $-\frac{4}{5}$ _____ $-\frac{1}{2}$ (填“>”或“<”或“=”).
10. (3分) 地球上陆地的面积约为148000000平方千米, 用科学记数法表示为 _____ 平方千米; 1.8935 (用四舍五入法精确到0.001) 为 _____ ; 566.1235 精确到个位为 _____ .
11. (3分) 多项式 $-x^3y^2+xy-2$ 的常数项是 _____ , 它的项数是 _____ , 它的次数是 _____ .
12. (3分) 若一个多项式减去 $3x^2-x$ 等于 $x-1$, 则这个多项式是 _____ .
13. (3分) 将一个温度计与一条数轴贴合在一起, 保持位置不变, 早上气温是 -1 摄氏度, 对应数轴上的数字为6, 中午气温上升到4摄氏度, 对应数轴上的数字为21, 若傍晚温度下降到 -3 摄氏度, 则对应数轴上的数字为 _____ .
14. (3分) 如图, a 、 b 、 c 是数轴上点表示的有理数. 计算: $|a+b| - |a-c| - |b-1| =$ _____ .
-
15. (3分) 已知 $x=1$ 是关于 x 的方程 $\frac{b}{2} = \frac{a-2x}{3}$ 的解, 则代数式 $-(a+b)+5(a-b)$ 的值为 _____ .
16. (3分) 如图, 在数轴上有一点 A , 将点 A 向右移动1个单位得到点 B , 点 B 向右移动2个单位得到点 C , 点 A 、 B 、 C 分别表示有理数 a 、 b 、 c . A 、 B 、 C 三点在数轴上的位置如图所示, a 、 b 、 c 三个数的乘积为负数. 若这三个数的和与其中的一个数相等, 则 a 的值为 _____ .
-

三、解答题 (共52分, 17题6分, 18、19题8分, 20、21、22、23、24题6分)

17. (6分) 计算:

(1) $-58 - (-18) + 45$;

$$(2) -1^2 - (-\frac{9}{2}) \times \frac{4}{9} \div (-3)^2.$$

18. (8分) 先化简, 再求值.

$$(1) 2(ab^2 - 2a^2b) - 3(ab^2 - a^2b) + (2ab^2 - 2a^2b), \text{ 其中 } a=2, b=1;$$

$$(2) \text{ 已知: } A=4x^2 - 4xy + y^2, B=x^2 + xy - 5y^2, \text{ 求 } A - 2B \text{ 的值.}$$

19. (8分) 解方程:

$$(1) 4(x+1) = 3 - x;$$

$$(2) \frac{2(x+1)}{3} = \frac{5(x+1)}{6} - 1.$$

20. (6分) 整式 $A = -5x^2 - y^2 + 3x + 4$, 整式 A 与整式 B 的和为 $-9x^2 + y^2 + x + 1$, 求

(1) 整式 B ;

$$(2) \text{ 当 } x = -1, y = \frac{2}{3} \text{ 时, 整式 } B \text{ 的值.}$$

21. (6分) 已知: 关于 x 的方程 $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ 与 $3(x+m) = m - 1$ 有相同的解, 求以 y 为未知数的方程 $\frac{3-my}{3} = \frac{m-3y}{2}$ 的解.

22. (6分) 新定义: 符号 “ f ” 表示一种新运算. 它对一些数的运算结果如下:

$$f(-2) = -2 - 1 = -3, f(-1) = -1 - 1 = -2, f(0) = 0 - 1 = -1, f(1) = 1 - 1 = 0,$$

$$f(2) = 2 - 1 = 1, \dots\dots$$

新定义: 符号 “ g ” 表示一种新运算, 它对一些数的运算结果如:

$$g(-\frac{1}{3}) = 3, g(-\frac{1}{2}) = 2, g(\frac{1}{2}) = -2, g(\frac{1}{3}) = -3, \dots\dots$$

利用以上规律计算:

$$(1) f(-10) = \underline{\hspace{2cm}}, g(\frac{1}{10}) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) f(-2024) + g(-\frac{1}{2025}) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) \text{ 计算: } f(x^2) - f(xy - y^2) + g(\frac{1}{x^2 - xy}) + g(\frac{1}{y^2 - 2}).$$

23. (6分) 阅读下面材料并解决问题:

两个数量的大小可以通过它们的差来判断, 如果两个数 a 和 b 比较大小, 那么, 当 $a > b$ 时, 有 $a - b > 0$; 当 $a = b$ 时, 有 $a - b = 0$; 当 $a < b$ 时, 有 $a - b < 0$; 反过来也对, 即当 $a - b > 0$ 时, 有 $a > b$; 当 $a - b = 0$ 时, 有 $a = b$; 当 $a - b < 0$ 时, 有 $a < b$.

因此, 我们经常把两个要比较的对象先数量化, 再求它们的差, 根据差的正负判断对象的大小. 像这样判断两数大小关系的方法叫做求差法, 请你用求差的方法解决以下问题:

(1) 若 $P=2m+3$, $Q=2m-1$, 则 $P-Q$ _____ 0, P _____ Q (填 $>$, $=$ 或 $<$);

(2) 如图, 图 1 长方形 I 的周长 $M=$ _____, 图 2 长方形 II 的周长 $N=$ _____, 用求差法比较 M 、 N 的大小;

(3) 制作某产品有两种用料方案, 方案一: 用 3 块 A 型钢板, 用 5 块 B 型钢板; 方案二: 用 2 块 A 型钢板, 用 6 块 B 型钢板. A 型钢板的面积比 B 型钢板的面积大. 设 A 型钢板和 B 型钢板的面积分别为 x 和 y , 从省料角度考虑, 应选哪种方案?

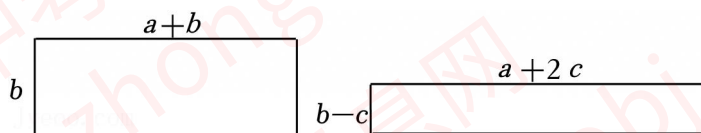


图1

图2

24. (6分) 定义: 在数轴上, 若点 C 到点 A 的距离恰好是 3, 则称点 C 为点 A 的“幸福点”; 若点 C 到点 A 、 B 的距离之和为 6, 则称点 C 为点 A 、 B 的“幸福中心”.

【初步应用】

(1) 若点 A 表示的数是 -1, 则点 A 的“幸福点”点 C 表示的数是 _____;

(2) 已知点 M 表示的数是 m , 点 N 表示的数是 n , 且 $(m+3)^2 + |n-3| = 0$. 若点 C 为点 M 、 N 的“幸福中心”, 则点 C 表示的数可以是 _____ (填一个满足要求的数即可);

【深入理解】

(3) 若点 A 表示的数是 -1, 点 B 表示的数是 4, 点 P 表示的数是 8, 一个电子蚂蚁 Q 从点 P 出发, 以 2 单位/秒的速度沿数轴向左运动, 求经过多少时间电子蚂蚁 Q 是点 A 、 B 的“幸福中心”?

【综合应用】

(4) 在 (3) 的条件下, 在数轴上是否存在点 C (点 C 与点 B 不重合), 使得电子蚂蚁 Q 既是 A 、 B 的“幸福中心”又是 A 、 C 的“幸福中心”? 若存在, 请直接写出点 C 表示的数, 若不存在, 请说明理由.

2024-2025 学年北京市朝阳区外国语学校七年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	B	C	C	D	A	D	B

一、选择题（共 24 分，每小题 3 分）

1. （3 分）一种面粉的外包装袋上标有“净含量： $50\text{kg} \pm 100\text{g}$ ”，质检工作人员为了了解这种面粉的质量是否标准，测量了下面 4 袋，其中不标准的为（ ） kg .

A. 50.01 B. 51.01 C. 49.95 D. 50.05

【分析】由题意可得合格范围，根据有理数的大小比较，即可解答.

【解答】解：由题意可得，合格的范围是 49.9kg 到 50.1kg 之间，

A、 $49.9\text{kg} < 50.01\text{kg} < 50.1\text{kg}$ ，符合标准，故不符合题意；

B、 $51.01\text{kg} > 50.1\text{kg}$ ，不符合标准，故符合题意；

C、 $49.9\text{kg} < 49.95\text{kg} < 50.1\text{kg}$ ，符合标准，故不符合题意；

D、 $49.9\text{kg} < 50.05\text{kg} < 50.1\text{kg}$ ，符合标准，故不符合题意；

故选：B.

【点评】本题考查了正数和负数在生活中的应用，有理数大小的比较，掌握有理数大小的比较是解题的关键.

2. （3 分）下列式子中去括号正确的是（ ）

A. $5x - (x - 2y) = 5x - x - 2y$

B. $2a + (-3a - b) = 2a - 3a - b$

C. $-3(x+6) = -3x - 6$

D. $-(x^2+y^2) = -x^2+y^2$

【分析】直接利用去括号法则：如果括号外的因数是正数，去括号后原括号内各项的符号与原来的符号相同；如果括号外的因数是负数，去括号后原括号内各项的符号与原来的符号相反，分别判断得出答案.

【解答】解：A. $5x - (x - 2y) = 5x - x + 2y$ ，故此选项不合题意；

B. $2a + (-3a - b) = 2a - 3a - b$ ，故此选项符合题意；

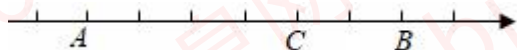
C. $-3(x+6) = -3x - 18$ ，故此选项不合题意；

D. $-(x^2+y^2) = -x^2 - y^2$ ，故此选项不合题意；

故选：B.

【点评】此题主要考查了去括号法则，正确掌握相关法则是解题关键.

3. (3分) 如图，数轴（单位长度为1）上有三个点 A , B , C ，若点 A , B 表示的数互为相反数，则图中点 C 对应的数是（ ）



- A. -2 B. 0 C. 1 D. 4

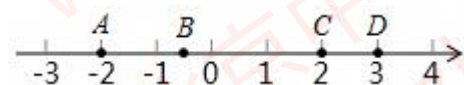
【分析】关键：是找出原点位置. 理解相反数在数轴上的几何意义，即两数分布在原点的左右两侧，一正一负，且等距. 点 A 到点 B 之间共六格，所以原点在点 A 右边的第3格（也可以说是在点 B 左边第3格）.

【解答】解：因为点 A , 点 B 表示的数互为相反数，所以原点在线段 AB 中间，即在点 A 右边的第3格，得出点 C 在原点的右边第1格，所以点 C 对应的数是1.

故选：C.

【点评】本题考查相反数在数轴上与原点的位置关系，相反数是在原点两侧且等距.

4. (3分) 如图，数轴上有 A , B , C , D 四个点，所对应的数分别是 a , b , c , d ，下列各式的值最小的为（ ）



- A. $-a$ B. $d-a$ C. $|b+c|$ D. $|a|+|b|$

【分析】确定 a 、 b 、 c 、 d 四个点的值，分别计算四个选项，比较大小即可.

【解答】解：由数轴可知： $a=-2$, $b=-0.5$, $c=2$, $d=3$,

$$\therefore -a=2, d-a=3-(-2)=5, |b+c|=|-0.5+2|=1.5, |a|+|b|=2+0.5=2.5,$$

$$\therefore 1.5 < 2 < 2.5 < 5,$$

$\therefore$ 最小的为 $|b+c|$.

故选：C.

【点评】此题主要考查了有理数大小比较的方法，数轴的特征和应用，以及绝对值的含义和求法，要熟练掌握.

5. (3分) 若方程 $x+2a=-3$ 的解为 $x=1$ ，则 a 为（ ）

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

【分析】把 $x=1$ 代入方程得出 $1+2a=-3$ ，求出方程的解即可.

【解答】解： $\because$ 方程 $x+2a=-3$ 的解为 $x=1$,

$$\therefore 1+2a = -3,$$

解得 $a = -2$.

故选: D .

【点评】 本题考查了解一元一次方程和一元一次方程的解, 能熟记一元一次方程的解的定义是解此题的关键.

6. (3 分) 若 $x^2 - 3x = 4$, 则 $3x^2 - 9x + 8$ 的值是 ()

A. 20

B. 16

C. 4

D. -4

【分析】 先把 $3x^2 - 9x + 8$ 变形为 $3(x^2 - 3x) + 8$, 然后利用整体代入的方法计算.

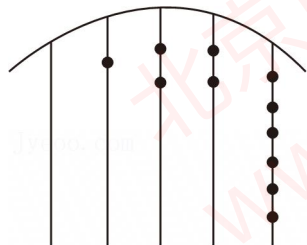
【解答】 解: $\because x^2 - 3x = 4$,

$$\therefore 3x^2 - 9x + 8 = 3(x^2 - 3x) + 8 = 3 \times 4 + 8 = 20,$$

故选: A .

【点评】 此题考查了代数式求值, 利用了整体代入的思想进行解答是解题关键.

7. (3 分) 远古时期, 人们通过在绳子上打结来记录数量, 即“结绳计数”. 如图, 一位母亲在从右到左依次排列的绳子上打结, 满七进一, 用来记录孩子自出生后的天数, 由图可知, 孩子自出生后的天数是 ()



A. 41 天

B. 11 天

C. 167 天

D. 461 天

【分析】 由于从右到左依次排列的绳子上打结, 满七进一, 所以从右到左的数分别为 6, 2×7 , $2 \times 7 \times 7$ 和 $1 \times 7 \times 7 \times 7$, 然后把它们相加即可.

【解答】 解: 孩子自出生后的天数是:

$$1 \times 7 \times 7 \times 7 + 2 \times 7 \times 7 + 2 \times 7 + 6$$

$$= 343 + 98 + 14 + 6$$

$$= 461,$$

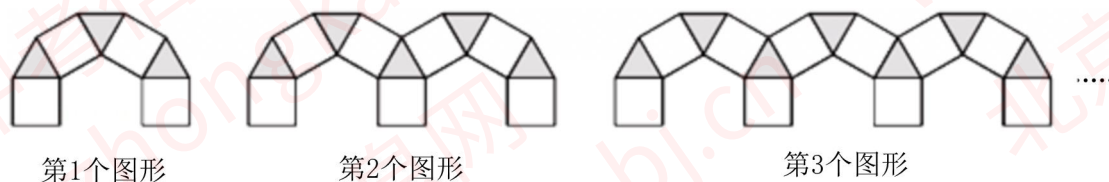
答: 孩子自出生后的天数是 461 天.

故选: D .

【点评】 本题考查了用数字表示事件. 本题是以古代“结绳计数”为背景, 按满七进一计算自孩子出生后的天数, 运用了类比的方法, 根据图中的数学列式计算; 本题题型新颖, 一方面让学生了解了古代的

数学知识，另一方面也考查了学生的思维能力.

8. (3分) 用边长相等的正方形和等边三角形卡片按如图所示的方式和规律拼出图形. 拼第1个图形所用两种卡片的总数为7枚, 拼第2个图形所用两种卡片的总数为12枚...若按照这样的规律拼出的第 n 个图形中, 所用正方形卡片比等边三角形卡片多10枚, 则拼第 n 个图形所用两种卡片的总数为()



- A. 57枚 B. 52枚 C. 50枚 D. 47枚

【分析】由题意可知: 第1个图形中有正方形和等边三角形卡片 $2+5\times 1=7$ 枚, 所用正方形卡片比等边三角形卡片多1枚, 第2个图形中有正方形和等边三角形卡片 $2+5\times 2=12$ 枚, 所用正方形卡片比等边三角形卡片多2枚, 第3个图形中有正方形和等边三角形卡片 $2+5\times 3=17$ 枚, 所用正方形卡片比等边三角形卡片多3枚, 依次可推出第 n 个图形中有正方形和等边三角形卡片 $2+5n$ 个, 所用正方形卡片比等边三角形卡片多 n 枚, 即可求得答案.

【解答】解: $\because$ 第1个图形中有正方形和等边三角形卡片 $2+5\times 1=7$ 枚, 所用正方形卡片比等边三角形卡片多1枚,

第2个图形中有正方形和等边三角形卡片 $2+5\times 2=12$ 枚, 所用正方形卡片比等边三角形卡片多2枚,

第3个图形中有正方形和等边三角形卡片 $2+5\times 3=17$ 枚, 所用正方形卡片比等边三角形卡片多3枚,

...

$\therefore$ 第4个图形中有正方形和等边三角形卡片 $2+5\times 4=22$ 枚, 所用正方形卡片比等边三角形卡片多4枚,

第 n 个图形中有正方形和等边三角形卡片 $2+5n$ 个, 所用正方形卡片比等边三角形卡片多 n 枚,

$\therefore$ 第 n 个图形中, 所用正方形卡片比等边三角形卡片多10枚,

$\therefore n=10$,

当 $n=10$ 时, $2+5n=2+5\times 10=52$,

$\therefore$ 第 n 个图形所用两种卡片的总数为52.

故选: B.

【点评】此题考查图形的变化规律, 找出图形之间的变化规律, 利用规律解决问题.

二、填空题 (共24分, 每小题3分)

9. (3分) 比较大小: 3 > -10 ; -5 > -9 ; $-\frac{4}{5}$ < $-\frac{1}{2}$ (填“>”或“<”“=”).

【分析】根据正数大于一切负数，两个负数比较大小，绝对值大的反而小，即可得出答案.

【解答】解： $3 > -10$;

$$\because |-5|=5, |-9|=9,$$

$$\therefore 5 < 9,$$

$$\therefore -5 > -9;$$

$$\because \left| -\frac{4}{5} \right| = 0.8, \left| -\frac{1}{2} \right| = 0.5,$$

$$\therefore 0.8 > 0.5,$$

$$\therefore -\frac{4}{5} < -\frac{1}{2}.$$

故答案为： $>$; $>$; $<$.

【点评】本题考查了有理数的大小比较，熟练掌握正数大于一切负数，两个负数比较大小，绝对值大的反而小是解题的关键.

10. (3 分) 地球上陆地的面积约为 148000000 平方千米，用科学记数法表示为 1.48×10^8 平方千米;

1.8935 (用四舍五入法精确到 0.001) 为 1.894 ;

566.1235 精确到个位为 566 .

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时， n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时， n 是负数.

【解答】解：地球上陆地的面积约为 148000000 平方千米，用科学记数法表示为 1.48×10^8 平方千米;

1.8935 (用四舍五入法精确到 0.001) 为 1.894;

566.1235 精确到个位为 566.

故答案为： 1.48×10^8 , 1.894, 566.

【点评】考查了科学记数法及有效数字的知识，用科学记数法表示数，一定要注意 a 的形式，以及指数 n 的确定方法.

11. (3 分) 多项式 $-x^3y^2+xy-2$ 的常数项是 -2 , 它的项数是 3 , 它的次数是 5 .

【分析】直接利用多项式的项数与次数确定方法分析得出答案.

【解答】解：多项式 $-x^3y^2+xy-2$ 的常数项是： -2 , 它的项数是： 3 , 它的次数是： 5 .

故答案为： -2 , 3 , 5 .

【点评】此题主要考查了多项式，正确掌握相关定义是解题关键.

12. (3 分) 若一个多项式减去 $3x^2-x$ 等于 $x-1$ ，则这个多项式是 $3x^2-1$.

【分析】根据整式的加减运算法则即可求出答案.

【解答】解：设该多项式为 A ,

$$\therefore A = (3x^2 - x) + (x - 1)$$

$$= 3x^2 - x + x - 1$$

$$= 3x^2 - 1,$$

故答案为: $3x^2 - 1$.

【点评】本题考查整式的加减运算, 解题的关键是熟练运用整式的加减运算法则, 本题属于基础题型.

13. (3 分) 将一个温度计与一条数轴贴合在一起, 保持位置不变, 早上气温是 -1 摄氏度, 对应数轴上的数字为 6, 中午气温上升到 4 摄氏度, 对应数轴上的数字为 21, 若傍晚温度下降到 -3 摄氏度, 则对应数轴上的数字为 0 .

【分析】根据实际温度与数轴上点的对应关系求解.

【解答】解: 由题意得: 温度每上升 1 摄氏度, 数轴对应的数增加 3. $\therefore$ 傍晚温度下降到 -3 摄氏度, 则对应数轴上的数字为: $6 - [-1 - (-3)] \times 3 = 6 - 2 \times 3 = 0$.

故答案为 0.

【点评】本题考查正负数的应用, 搞清实际温度与数轴上的点的对应关系是求解本题的关键.

14. (3 分) 如图, a 、 b 、 c 是数轴上点表示的有理数. 计算: $|a+b| - |a-c| - |b-1| =$ $-c-1$.



【分析】根据数轴判断出 a 、 b 、 c 的正负情况以及绝对值的大小, 然后求出 $a+b$, $a-c$, $b-1$ 的正负情况, 再根据绝对值的性质去掉绝对值号, 然后合并同类项即可得解.

【解答】解: 由图可知: $b < a < 0 < c < 1$,

所以可得 $a+b < 0$, $a-c < 0$, $b-1 < 0$,

$$|a+b| - |a-c| - |b-1| = -a-b+a-c+b-1 = -c-1,$$

故答案为: $-c-1$.

【点评】本题考查了数轴, 绝对值的性质, 以及合并同类项, 根据数轴判断出 a 、 b 、 c 的正负情况以及绝对值的大小是解题的关键.

15. (3 分) 已知 $x=1$ 是关于 x 的方程 $\frac{b}{2} = \frac{a-2x}{3}$ 的解, 则代数式 $-(a+b) + 5(a-b)$ 的值为 8 .

【分析】先根据一元一次方程的解求出 a 与 b 的关系, 再代入求解即可.

【解答】解: $\because x=1$ 是关于 x 的方程 $\frac{b}{2} = \frac{a-2x}{3}$ 的解,

$$\text{即 } \frac{b}{2} = \frac{a-2}{3},$$

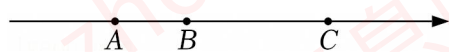
$$\therefore 2a - 3b = 4,$$

$$- (a+b) + 5(a-b) = 4a - 6b = 2(2a - 3b) = 8,$$

故答案为：8.

【点评】 本题考查了一元一次方程的解和代数式求值，熟练掌握解一元一次方程是解决问题的关键.

16. (3分) 如图，在数轴上有一点 A ，将点 A 向右移动 1 个单位得到点 B ，点 B 向右移动 2 个单位得到点 C ，点 A 、 B 、 C 分别表示有理数 a 、 b 、 c 。 A 、 B 、 C 三点在数轴上的位置如图所示， a 、 b 、 c 三个数的乘积为负数。若这三个数的和与其中的一个数相等，则 a 的值为 $-\frac{1}{2}$ 。



【分析】 设 a 的值为 x ，则 b 的值为 $x+1$ ， c 的值为 $x+3$ ，根据这三个数的和与其中的一个数相等分情况讨论即可得出答案.

【解答】 解：设 a 的值为 x ，则 b 的值为 $x+1$ ， c 的值为 $x+3$ ，

当 $x+x+1+x+3=x$ 时， $x=-2$ ，

$$\therefore a = -2, b = -1, c = 1,$$

$\therefore abc > 0$ ，不合题意；

当 $x+x+1+x+3=x+1$ 时， $x=-\frac{3}{2}$ ，

$$\therefore a = -\frac{3}{2}, b = -\frac{1}{2}, c = \frac{3}{2},$$

$\therefore abc > 0$ ，不合题意；

当 $x+x+1+x+3=x+3$ 时， $x=-\frac{1}{2}$ ，

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}, c = \frac{5}{2},$$

$\therefore abc < 0$ ，符合题意；

故答案为： $-\frac{1}{2}$.

【点评】 本题考查了数轴，有理数的乘法，考查分类讨论的数学思想，根据这三个数的和与其中的一个数相等分情况讨论是解题的关键.

三、解答题（共 52 分，17 题 6 分，18、19 题 8 分，20、21、22、23、24 题 6 分）

17. (6分) 计算：

$$(1) -58 - (-18) + 45;$$

$$(2) -1^2 - (-\frac{9}{2}) \times \frac{4}{9} \div (-3)^2.$$

【分析】(1) 利用有理数的加减法则计算即可；

(2) 先算乘方，再算乘除，最后算减法即可。

【解答】解：(1) 原式 $= -58 + 18 + 45$

$$= -40 + 45$$

$$= 5;$$

$$(2) \text{原式} = -1 - \left(-\frac{9}{2}\right) \times \frac{4}{9} \div 9$$

$$= -1 - \left(-\frac{9}{2}\right) \times \frac{4}{9} \times \frac{1}{9}$$

$$= -1 + \frac{2}{9}$$

$$= -\frac{7}{9}.$$

【点评】本题考查有理数的运算，熟练掌握相关运算法则是解题的关键。

18. (8分) 先化简，再求值。

$$(1) 2(ab^2 - 2a^2b) - 3(ab^2 - a^2b) + (2ab^2 - 2a^2b), \text{ 其中 } a=2, b=1;$$

$$(2) \text{已知: } A=4x^2 - 4xy + y^2, B=x^2 + xy - 5y^2, \text{ 求 } A - 2B \text{ 的值.}$$

【分析】(1) 先去括号，再合并同类项化简，然后将 a 、 b 的值代入计算即可；

(2) 将 A 、 B 代入，再去括号、合并同类项即可。

【解答】解：(1) 原式 $= 2ab^2 - 4a^2b - 3ab^2 + 3a^2b + 2ab^2 - 2a^2b$

$$= 2ab^2 + 2ab^2 - 3ab^2 - 4a^2b - 2a^2b + 3a^2b$$

$$= ab^2 - 3a^2b,$$

当 $a=2, b=1$ 时，

$$\text{原式} = 2 \times 1^2 - 3 \times 2^2 \times 1$$

$$= 2 \times 1 - 3 \times 4 \times 1$$

$$= 2 - 12$$

$$= -10;$$

$$(2) A - 2B$$

$$= (4x^2 - 4xy + y^2) - 2(x^2 + xy - 5y^2)$$

$$= 4x^2 - 4xy + y^2 - 2x^2 - 2xy + 10y^2$$

$$= 4x^2 - 2x^2 - 4xy - 2xy + 10y^2 + y^2$$

$$= 2x^2 - 6xy + 11y^2.$$

【点评】本题主要考查了整式的加减 - 化简求值，掌握整式的加减 - 化简求值的方法是关键.

19. (8 分) 解方程:

(1) $4(x+1) = 3 - x$;

(2) $\frac{2(x+1)}{3} = \frac{5(x+1)}{6} - 1$.

【分析】(1) 按照去括号，移项、合并同类项，系数化为 1 的步骤求解即可；

(2) 按照去分母，去括号，移项、合并同类项，系数化为 1 的步骤求解即可.

【解答】解：(1) $4(x+1) = 3 - x$,

去括号，得 $4x+4=3-x$,

移项、合并同类项，得 $5x=-1$,

系数化为 1，得 $x=-\frac{1}{5}$;

(2) $\frac{2(x+1)}{3} = \frac{5(x+1)}{6} - 1$,

去分母，得 $4(x+1)=5(x+1)-6$,

去括号，得 $4x+4=5x+5-6$,

移项、合并同类项，得 $-x=-5$,

系数化为 1，得 $x=5$.

【点评】本题主要考查了解一元一次方程，理解并掌握解一元一次方程的方法和步骤是解题关键.

20. (6 分) 整式 $A = -5x^2 - y^2 + 3x + 4$ ，整式 A 与整式 B 的和为 $-9x^2 + y^2 + x + 1$ ，求

(1) 整式 B ;

(2) 当 $x = -1$, $y = \frac{2}{3}$ 时，整式 B 的值.

【分析】(1) 直接去括号，再合并同类项得出答案，

(2) 把 $x = -1$, $y = \frac{2}{3}$ 代入求值即可.

【解答】解：(1) $-9x^2 + y^2 + x + 1 - (-5x^2 - y^2 + 3x + 4)$,

$$= -9x^2 + y^2 + x + 1 + 5x^2 + y^2 - 3x - 4,$$

$$= -4x^2 + 2y^2 - 2x - 3,$$

整式 B 为: $-4x^2 + 2y^2 - 2x - 3$;

(2) 当 $x = -1$, $y = \frac{2}{3}$ 时,

$$-4x^2 + 2y^2 - 2x - 3,$$

$$= -4 \times (-1)^2 + 2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \times (-1) - 3,$$

$$= -4 + \frac{8}{9} + 2 - 3,$$

$$= -4\frac{1}{9}.$$

【点评】此题主要考查了整式的加减，正确合并同类项是解题关键.

21. (6分) 已知：关于 x 的方程 $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ 与 $3(x+m) = m - 1$ 有相同的解，求以 y 为未知数的方程 $\frac{3-my}{3} = \frac{m-3y}{2}$ 的解.

【分析】先解方程 $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ ，得到 $x=1$ ，再根据方程同解，将 $x=1$ 代入方程 $3(x+m) = m - 1$ ，解得 $m = -2$ ，再代入方程 $\frac{3-my}{3} = \frac{m-3y}{2}$ ，求出 y 的值即可.

【解答】解： $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$,

$$\frac{1}{2}x = \frac{1}{2},$$

解得： $x=1$,

$\therefore$ 关于 x 的方程 $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ 与 $3(x+m) = m - 1$ 有相同的解，

$\therefore$ 将 $x=1$ 代入方程 $3(x+m) = m - 1$ ，可得 $3(1+m) = m - 1$ ，

解得： $m = -2$ ，

将 $m = -2$ 代入 $\frac{3-my}{3} = \frac{m-3y}{2}$ ，

$$\text{可得 } \frac{3+2y}{3} = \frac{-2-3y}{2},$$

$$2(3+2y) = 3(-2-3y),$$

$$6+4y = -6-9y,$$

$$13y = -12,$$

$$\text{解得： } y = -\frac{12}{13}.$$

【点评】本题考查了同解方程，掌握同解方程的定义是解题关键.

22. (6分) 新定义：符号 “ f ” 表示一种新运算. 它对一些数的运算结果如下：

$$f(-2) = -2 - 1 = -3, f(-1) = -1 - 1 = -2, f(0) = 0 - 1 = -1, f(1) = 1 - 1 = 0,$$

$$f(2) = 2 - 1 = 1, \dots\dots$$

新定义：符号 “ g ” 表示一种新运算，它对一些数的运算结果如：

$$g(-\frac{1}{3})=3, g(-\frac{1}{2})=2, g(\frac{1}{2})=-2, g(\frac{1}{3})=-3, \dots$$

利用以上规律计算：

$$(1) f(-10) = \underline{-11}, g(\frac{1}{10}) = \underline{-10};$$

$$(2) f(-2024) + g(-\frac{1}{2025}) = \underline{0};$$

$$(3) \text{计算: } f(x^2) - f(xy - y^2) + g(\frac{1}{x^2 - xy}) + g(\frac{1}{y^2 - 2}).$$

【分析】(1) 根据题中给出的例子进行计算即可；

(2) 先根据题中给的新定义化简，然后再进行计算即可；

(3) 先根据题中给的新定义化简，然后再根据整式的加减混合运算法则计算即可。

$$\text{【解答】解: (1) } f(-10) = -10 - 1 = -11, g(\frac{1}{10}) = 1 \div (-\frac{1}{10}) = -10.$$

故答案为：-11，-10；

$$(2) \text{原式} = (-2024 - 1) + 1 \div [-(-\frac{1}{2025})] \\ = -2025 + 2025.$$

故答案为：0.

$$(3) \text{原式} = x^2 - 1 - (xy - y^2 - 1) - (x^2 - xy) - (y^2 - 2) \\ = x^2 - 1 - xy + y^2 + 1 - x^2 + xy - y^2 + 2 \\ = 2.$$

【点评】本题主要考查了新定义运算、数字规律、整式的加减混合运算等知识点，根据新定义运算发现规律成为解题的关键。

23. (6分) 阅读下面材料并解决问题：

两个数量的大小可以通过它们的差来判断，如果两个数 a 和 b 比较大小，那么，当 $a > b$ 时，有 $a - b > 0$ ；当 $a = b$ 时，有 $a - b = 0$ ；当 $a < b$ 时，有 $a - b < 0$ ；反过来也对，即当 $a - b > 0$ 时，有 $a > b$ ；当 $a - b = 0$ 时，有 $a = b$ ；当 $a - b < 0$ 时，有 $a < b$ 。

因此，我们经常把两个要比较的对象先数量化，再求它们的差，根据差的正负判断对象的大小。像这样判断两数大小关系的方法叫做求差法，请你用求差的方法解决以下问题：

$$(1) \text{若 } P = 2m + 3, Q = 2m - 1, \text{ 则 } P - Q \underline{>} 0, P \underline{>} Q \text{ (填 } >, = \text{ 或 } < \text{)};$$

(2) 如图，图 1 长方形 I 的周长 $M = \underline{2a + 4b}$ ，图 2 长方形 II 的周长 $N = \underline{2a + 2b + 2c}$ ，用求差法比较 M 、 N 的大小；

(3) 制作某产品有两种用料方案，方案一：用 3 块 A 型钢板，用 5 块 B 型钢板；方案二：用 2 块 A 型

钢板，用 6 块 B 型钢板. A 型钢板的面积比 B 型钢板的面积大. 设 A 型钢板和 B 型钢板的面积分别为 x 和 y ，从省料角度考虑，应选哪种方案？

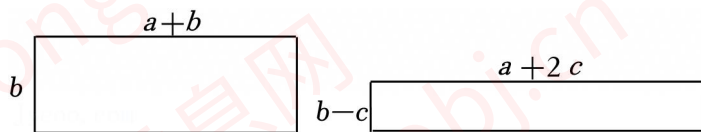


图1

图2

【分析】(1) 用 P 减 Q 即可得到答案；

(2) 由长方形的周长公式得 $M=2(a+b+b)=2a+4b$, $N=2(a+2c+b-c)=2a+2b+2c$ ，再作差讨论比较即可；

(3) 方案一所用钢板面积为： $3x+5y$ ，方案二所用钢板面积为： $2x+6y$ ，再作差比较即可.

【解答】解：(1) $\because P-Q=(2m+3)-(2m-1)=2m+3-2m+1=4>0$,

$\therefore P>Q$,

故答案为：>，>；

(2) 图 1 长方形的周长 $M=2(a+b+b)=2a+4b$ ，图 2 长方形的周长 $N=2(a+2c+b-c)=2a+2b+2c$ ，

$\therefore M-N=2a+4b-2a-2b-2c=2b-2c$ ，

$\therefore$ 当 $b>c$ 时， $M>N$ ，

当 $b=c$ 时， $M=N$ ；

当 $b<c$ 时， $M<N$ ，

故答案为： $2a+4b$ ， $2a+2b+2c$ ；

(3) 根据题意，方案一所用钢板面积为： $3x+5y$ ，方案二所用钢板面积为： $2x+6y$ ，

$\therefore 3x+5y-2x-6y=x-y$ ，

且 $x>y$ ，

$\therefore 3x+5y>2x+6y$ ，

$\therefore$ 从省料角度考虑，应选方案二.

【点评】本题考查比差法及应用，涉及整式的加减，解题的关键是读懂题意，把实际问题转化为数学问题解决.

24. (6 分) 定义：在数轴上，若点 C 到点 A 的距离恰好是 3，则称点 C 为点 A 的“幸福点”；若点 C 到点 A 、 B 的距离之和为 6，则称点 C 为点 A 、 B 的“幸福中心”.

【初步应用】

(1) 若点 A 表示的数是 -1，则点 A 的“幸福点”点 C 表示的数是 -4 或 2；

(2) 已知点 M 表示的数是 m ，点 N 表示的数是 n ，且 $(m+3)^2 + |n-3| = 0$ 。若点 C 为点 M 、 N 的“幸福中心”，则点 C 表示的数可以是 0 (答案不唯一) (填一个满足要求的数即可)；

【深入理解】

(3) 若点 A 表示的数是 -1 ，点 B 表示的数是 4 ，点 P 表示的数是 8 ，一个电子蚂蚁 Q 从点 P 出发，以 2 单位/秒的速度沿数轴向左运动，求经过多少时间电子蚂蚁 Q 是点 A 、 B 的“幸福中心”？

【综合应用】

(4) 在 (3) 的条件下，在数轴上是否存在点 C (点 C 与点 B 不重合)，使得电子蚂蚁 Q 既是 A 、 B 的“幸福中心”又是 A 、 C 的“幸福中心”？若存在，请直接写出点 C 表示的数，若不存在，请说明理由。

【分析】(1) 根据题中所给定义可直接进行求解；

(2) 先求得 $m = -3$ ， $n = 3$ ，再根据“幸福中心”的定义可直接进行求解；

(3) 由题意可分两种情况列式：①点 Q 在点 B 和点 P 之间，②点 Q 在点 A 的左侧讨论；进而分类求解即可；

(4) 根据题意，结合数轴，在 (3) 的条件下，根据新定义得 $AQ + CQ = 6$ ，分类讨论，即可求解。

【解答】解：(1) 由题意得：点 A 的“幸福点” C 表示的数为 $-1 - 3 = -4$ 或 $-1 + 3 = 2$ ，
故答案为： -4 或 2 ；

(2) $\because$ 点 M 表示的数是 m ，点 N 表示的数是 n ，且 $(m+3)^2 + |n-3| = 0$ 。

$\therefore m = -3$ ， $n = 3$ ，

$\therefore$ 点 M 表示的数是 -3 ，点 N 表示的数是 3 ，

$\therefore$ 点 M 、 N 的距离为 $3 - (-3) = 6$ ，

$\because$ 点 C 为点 M 、 N 的“幸福中心”，

$\therefore$ 点 C 在点 M 、 N 之间，

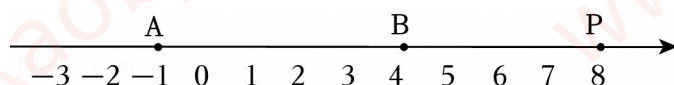
即点 C 表示的数可以是 -3 与 3 之间的数，

$\therefore$ 点 C 表示的数可以是 0 ，

故答案为： 0 (答案不唯一)；

(3) 由题意可得 A 、 B 之间的距离为 5 ，故有两种可能：

设经过 x 秒点 Q 是 A 、 B 的“幸福中心”，则 Q 点表示的数为 $8 - 2x$



①点 Q 在点 B 和点 P 之间，则有：

$$(8 - 2x) - 4 + (8 - 2x) - (-1) = 6,$$

解得： $x = \frac{7}{4}$;

②点 Q 在点 A 的左侧，

$$[4 - (8 - 2x)] + [(-1) - (8 - 2x)] = 6,$$

解得： $x = \frac{19}{4}$,

综上所述：当经过 $\frac{7}{4}$ 或 $\frac{19}{4}$ 秒时，点 Q 是 A 、 B 的“幸福中心”；

(4) 由(3)可得，当 $x = \frac{7}{4}$ 时，点 Q 表示的数为 $8 - \frac{7}{2} = 4.5$,

$\therefore Q$ 、 A 之间的距离为 $4.5 - (-1) = 5.5$,

$\therefore$ 点 Q 是 A 、 C 的“幸福中心”，

$$\therefore CQ = 6 - AQ = 6 - 5.5 = 0.5,$$

$\therefore$ 点 C 与点 B 不重合，

$\therefore$ 点 C 在点 A 的右侧，

$\therefore C$ 点表示的数是 $4.5 + 0.5 = 5$;

当 $x = \frac{19}{4}$ ，点 Q 表示的数为 $8 - \frac{19}{2} = -1.5$,

$\therefore Q$ 、 A 之间的距离为 $-1 - (-1.5) = 0.5$,

$\therefore$ 点 Q 是 A 、 C 的“幸福中心”，

$$\therefore CQ = 6 - AQ = 6 - 0.5 = 5.5,$$

$\therefore$ 点 C 与点 B 不重合，则点 C 在点 A 的左侧，

$\therefore C$ 点表示的数是 $-1.5 - 5.5 = -7$;

综上所述，点 C 表示的数为 5 或 -7 .

【点评】 本题考查了一元一次方程的应用，数轴和两点间的距离，注意数轴的三要素：原点、正方向、单位长度；能够正确表示数轴上两点间的距离：两点所对应的数的差的绝对值.