

2024-2025 学年北京市东城区广渠门中学七年级（上）期中数学试卷

一、选择题（共 30 分，每题 3 分）

1.（3 分）-2024 的倒数是（ ）

- A. -2024 B. 2024 C. $-\frac{1}{2024}$ D. $\frac{1}{2024}$

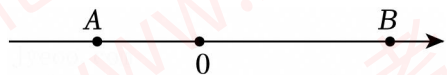
2.（3 分）乒乓球被誉为我国的“国球”，在正规比赛中，乒乓球的标准质量为 2.7 克。一位质检员检验乒乓球质量时，把一个超出标准质量 0.15 克的乒乓球记作 +0.15，那么另一个低于标准质量 0.03 克的乒乓球记作（ ）

- A. -0.12 B. -0.03 C. +0.12 D. +0.03

3.（3 分）“长征是宣言书，长征是宣传队，长征是播种机”。二万五千里长征是中国历史上的伟大壮举，也是人类史上的奇迹。将 25000 用科学记数法可表示为（ ）

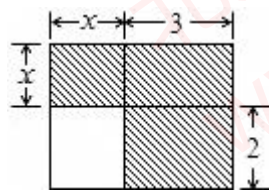
- A. 0.25×10^6 B. 2.5×10^5 C. 2.5×10^4 D. 25×10^3

4.（3 分）如图，有理数 a 、 b 在数轴上分别对应点 A 、 B ，下列各式正确的是（ ）



- A. $a+b < 0$ B. $a-b < 0$ C. $a \cdot b > 0$ D. $\frac{a}{b} > 0$

5.（3 分）下面四个整式中，不能表示图中阴影部分面积的是（ ）



- A. x^2+5x B. $x(x+3)+6$
C. $3(x+2)+x^2$ D. $(x+3)(x+2)-2x$

6.（3 分）用字母表示的代数式是具有一定意义的，下列赋予 $4a$ 实际意义的例子中错误的是（ ）

- A. 若水果的价格是 4 元/千克，则 $4a$ 表示买 a 千克该水果的金额
B. 若一个两位数的十位数字是 4，个位数字 a ，则 $4a$ 表示这个两位数
C. 汽车行驶速度是 a 千米/小时，则 $4a$ 表示这辆汽车行驶 4 小时的路程
D. 若 a 表示一个正方形的边长，则 $4a$ 表示这个正方形的周长

7.（3 分）下列计算正确的是（ ）

- A. $3ab-2ab=ab$ B. $6y^2-2y^2=4$
C. $5a+a=5a^2$ D. $m^2n-3mn^2=-2mn^2$

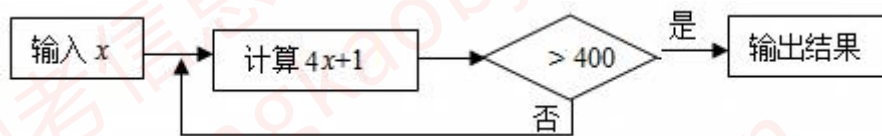
8. (3分) 下列各种关系中, 成反比例关系的是 ()

- A. 书的总页数一定, 未读的页数与已读的页数
- B. 小麦的总产量一定, 每公顷产量与公顷数
- C. 圆柱底面积一定, 圆柱的体积与高
- D. 同学的年龄一定, 他们的身高与体重

9. (3分) 已知代数式 $x+2y$ 的值是 3, 则代数式 $2x+4y+1$ 的值是 ()

- A. 1
- B. 4
- C. 7
- D. 不能确定

10. (3分) 小明按如图所示的程序输入一个正整数 x , 最后输出的结果为 597, 则满足条件的 x 的正整数



值有 ()

- A. 6 个
- B. 5 个
- C. 4 个
- D. 3 个

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

11. (2分) 圆周率是数学美的象征, 它的无限不循环小数形式引发了人们对数学的好奇和探索. 圆周率 $\pi = 3.1415926\cdots$, 用四舍五入法把 π 精确到百分位, 得到的近似值是 _____.

12. (2分) 如图是一位同学数学笔记可见的一部分. 若要补充文中这个不完整的代数式, 你补充的内容是: _____.

$+xy-5$ 是一个三次三项式.

13. (2分) 已知 $|a-2|$ 与 $(b-3)^2$ 互为相反数, 则 a^6 的值是 _____.

14. (2分) 比较大小: $-\frac{4}{5}$ _____ $-\frac{7}{8}$. (用 “>” “=” 或 “<” 连接)

15. (2分) 若代数式 $-x^a y^3$ 与 $\frac{1}{2} x^2 y^b$ 的和是单项式, 则 $-a^2 - 2b =$ _____.

16. (2分) 如图, 在数轴上点 A 表示的数是 2, 点 B 被墨水遮住了, 已知 $AB=4$, 则点 B 表示的数为 _____.



17. (2分) 数字 1 是一个重要的阿拉伯数字, 1 广泛应用于很多领域, 音乐领域 1 代表音节中的 1 个基本音级, 在计算机技术中 1 是存储的基本单位, 在天文学中, 太阳与地球的平均距离记为 1 (天文单位). 在数学中, 1 也有很多美妙的性质, 如: 1 是最小的正整数, 1 是最小的正奇数, 任何数乘以 1 或者除以 1 都等于它本身, 1 的倒数是 1, 1 的平方是还是 $1\cdots$

本学期，我们学习了有理数，同样的，数字 -1 也是一个重要的数，它也有很多奇妙的性质，请你试着写出 2 条：

①_____；

②_____。

18. (2 分) 课本再现：填幻方

有人建议向火星发射如图 1 所示的图案，它叫做幻方，其中 9 个格中的点数分别是 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. 每一横行、每一竖列以及两条斜对角线上的点数的和都相同. 如果火星上有智慧生物，那么他们可以从这种“数学语言”了解到地球上也有智能生物（人）.

(1) 如图 1，每一横行、每一竖列以及两条斜对角线上的点数的和都是_____；

(2) 如图 2，在一个由 6 个圆圈组成的三角形里，把 -7 到 -2 这 6 个连续整数分别填入圆圈中，要求三角形的每条边上的三个数的和 S 都相等，请直接写出 S 的最大值是_____。

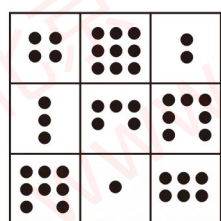


图1

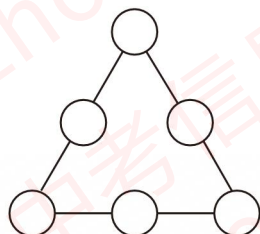


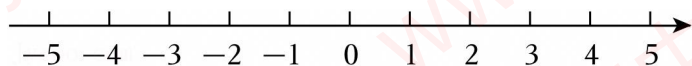
图2

三、解答题（本题共 54 分，19 题 4 分，20 题 14 分，21 题 5 分，22 题 8 分，23 题 5 分，24 题 4 分，25 题 5 分，26 题 5 分，27 题 4 分）

19. (4 分) 数轴上的点 A 、 B 、 C 、 D 分别表示 3, -1.5 , $-3\frac{1}{2}$, -4 .

(1) 在如图所示的数轴上画出点 A 、 B 、 C 、 D ;

(2) 比较这四个点所表示的数的大小，用“ $<$ ”号连接起来.



20. (14 分) 计算：

(1) $2 + (-8) + (-2) + (-12)$

(2) $36 \div 4 \times (-\frac{1}{4}) + (-\frac{2}{3})$

(3) $(\frac{2}{3} - \frac{11}{12} - \frac{14}{15}) \times (-60)$

(4) $-1^4 - (1 - 0.5) \times \frac{1}{3} \times [2 - (-3)^2]$

21. (5分) 小明与小红两位同学计算 $4^2 \div (-2)^3 \times (-\frac{1}{8})$ 的过程如下:

小明: 原式 $= 8 \div (-6) \times (-\frac{1}{8})$ (第一步) $= (-\frac{4}{3}) \times (-\frac{1}{8})$ (第二步) $= -\frac{1}{6}$ (第三步)	小红: 原式 $= 16 \div (-8) \times (-\frac{1}{8})$ (第一步) $= 16 \div [(-8) \times (-\frac{1}{8})]$ (第二步) $= 16 \div 1$ (第三步) $= 16$ (第四步)
---	---

(1) 小明与小红在计算中均出现了错误, 请分别指出他们开始出错的步骤;

(2) 写出正确的解答过程.

22. (8分) 化简.

(1) $xy^3 - 4x + 6x - 3xy^3$;

(2) $3(x^2 - 2y^2) - 2(4x^2 - 3y^2)$.

23. (5分) 先化简, 再求值. $15a^2 - [-4a^2 + 2(3a - a^2) - 3a]$, 其中 $a = -2$.

24. (4分) 萝卜快跑是由百度推出的无人驾驶出租车服务品牌, 目前在北京、武汉等5个城市开展服务与测试. 某天下午, 萝卜快跑的某辆无人驾驶出租车的营运路线全是在东西走向的大街上进行的, 如果规定向东为正, 向西为负, 这辆车这天下午载客行车的里程(单位: km) 如下: $+3, +16, -5, +8, -9, +4$.

(1) 最后一次营运结束时, 这辆无人驾驶出租车距离下午出发时的出发地有多远?

(2) 萝卜快跑的计费标准为: 不超过 $1km$, 收费 15 元; 超过 $1km$ 的部分, 按 2.7 元/ km 收费; 超过 $10km$ 的部分额外收取远途费 0.9 元/ km , 则这辆车这天下午前三次营运的收入共多少元?

25. (5分) 某校高度重视学生的体育健康状况, 打算在某商店采购一批篮球和跳绳, 已知篮球每个定价 120 元, 跳绳每条定价 20 元. 该商店给学校提供以下两种优惠方案:

方案①: 篮球和跳绳都按定价的 90%付款;

方案②: 买一个篮球送一条跳绳.

现学校要购买篮球 50 个, 跳绳 x ($x > 50$) 条.

(1) 按方案①购买篮球和跳绳共需付款 _____ 元; 按方案②购买篮球和跳绳共需付款 _____ 元. (均用含 x 的最简代数式表示)

(2) 当 $x=100$ 时, 通过计算说明此时按哪种方案购买较合算.

(3) 若两种优惠方案可同时使用, 当 $x=100$ 时, 请你给出更省钱的购买方案, 并说明理由.

26. (5分) 给出定义如下：我们称使等式 $a - b = ab + 1$ 的成立的一对有理数 a, b 为“相伴有理数对”，记为 (a, b) 。

如： $3 - \frac{1}{2} = 3 \times \frac{1}{2} + 1$ ， $5 - \frac{2}{3} = 5 \times \frac{2}{3} + 1$ ，所以数对 $(3, \frac{1}{2})$ ， $(5, \frac{2}{3})$ 都是“相伴有理数对”。

(1) 数对 $(-2, \frac{1}{3})$ ， $(-\frac{1}{2}, -3)$ 中，是“相伴有理数对”的是 _____；

(2) 若 $(x+1, 5)$ 是“相伴有理数对”，则 x 的值是 _____；

(3) 若 (a, b) 是“相伴有理数对”，求 $3ab - a + \frac{1}{2}(a+b - 5ab) + 1$ 的值。

27. (4分) 一所学校的学生编号构造为“毕业年份+班级+学号”，例如“20262919”就为 2026 届 29 班 19 号同学。

图1

0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	1	0	1
1	1	0	1	0
0	1	1	1	0

图2

为方便记录学生作业完成情况，编程社团的小李同学设计了一种识别码，如图 1，这种识别码由 5×5 的正方形网格构造，我们规定第 i 行第 j 列的正方形网格所代表的数据记为 $N_{i,j}$ ，每 j 列编译后为表信息，第 i 行都代表相同的二进制数位。每个网格有两种状态，分别为 1 和 0，分别代表当前网格的二进制数位数字。如图 2，第 1 列所代表的数据就计算为

$$\begin{aligned} N_1 &= N_{1,1} + N_{2,1} + N_{3,1} + N_{4,1} + N_{5,1} \\ &= 2^4 \times 0 + 2^3 \times 0 + 2^2 \times 0 + 2^1 \times 1 + 2^0 \times 0 \\ &= 0 + 0 + 0 + 2 + 0 \\ &= 2 \end{aligned}$$

如果学生编号中，毕业年份的前两位为“20”。如图 2，第 1、2 列分别代表的是毕业年份的后两位数字，第 3 列代表的是班级，第 4、5 列分别代表学号的两位数字。那么根据这种计算方法，完成下列各题：

(1) 请计算出图 2 所代表的学生编号：_____。

(2) 请在图 1 填写出学生编号为 20251406 的识别码图象。

(3) 这种编号系统一直适用吗？请说明理由。

2024-2025 学年北京市东城区广渠门中学七年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	C	B	A	B	A	B	C	C

一、选择题（共 30 分，每题 3 分）

1.（3 分）-2024 的倒数是（ ）

- A. -2024 B. 2024 C. $-\frac{1}{2024}$ D. $\frac{1}{2024}$

【分析】根据题意利用倒数定义即可得出本题答案.

【解答】解： $\because -2024 = -\frac{1}{\frac{1}{2024}}$,

故选：C.

【点评】本题考查倒数定义，解题的关键是掌握倒数的定义.

2.（3 分）乒乓球被誉为我国的“国球”，在正规比赛中，乒乓球的标准质量为 2.7 克. 一位质检员检验乒乓球质量时，把一个超出标准质量 0.15 克的乒乓球记作+0.15，那么另一个低于标准质量 0.03 克的乒乓球记作（ ）

- A. -0.12 B. -0.03 C. +0.12 D. +0.03

【分析】根据正负数表示意义相反的量，进行表示即可.

【解答】解：超出为正，则低于为负，

$\therefore$ 低于标准质量 0.03 克的乒乓球记作 -0.03；

故选：B.

【点评】本题考查正负数的意义，熟练掌握正负数表示意义相反的量，是解题的关键.

3.（3 分）“长征是宣言书，长征是宣传队，长征是播种机”. 二万五千里长征是中国历史上的伟大壮举，也是人类史上的奇迹. 将 25000 用科学记数法可表示为（ ）

- A. 0.25×10^6 B. 2.5×10^5 C. 2.5×10^4 D. 25×10^3

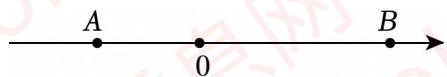
【分析】将一个数表示成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，这种记数方法叫做科学记数法，据此即可求得答案.

【解答】解： $25000 = 2.5 \times 10^4$,

故选：C.

【点评】本题考查科学记数法表示较大的数，熟练掌握其定义是解题的关键.

4. (3分) 如图，有理数 a 、 b 在数轴上分别对应点 A 、 B ，下列各式正确的是 ()



- A. $a+b < 0$ B. $a-b < 0$ C. $a \cdot b > 0$ D. $\frac{a}{b} > 0$

【分析】依题意得 $a < 0 < b$ ， $|a| < |b|$ ，进而得 $a+b > 0$ ， $a-b < 0$ ， $ab < 0$ ， $\frac{a}{b} < 0$ ，据此即可得出答案.

【解答】解：∵有理数 a 、 b 在数轴上分别对应点 A 、 B ，

$$\therefore a < 0 < b, |a| < |b|,$$

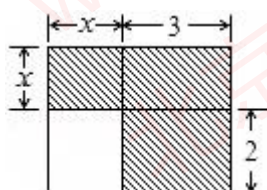
$$\therefore a+b > 0, a-b < 0, ab < 0, \frac{a}{b} < 0,$$

∴选项 A, C, D 不正确，不符合题意，选项 B 正确，符合题意，

故选：B.

【点评】此题主要考查了有理数与数轴，理解有理数与数轴的关系是解决问题的关键.

5. (3分) 下面四个整式中，不能表示图中阴影部分面积的是 ()



- A. x^2+5x B. $x(x+3)+6$
C. $3(x+2)+x^2$ D. $(x+3)(x+2)-2x$

【分析】根据图形，可以用代数式表示出图中阴影部分的面积，本题得以解决.

【解答】解：由图可得，

图中阴影部分的面积为： $x^2+3x+2 \times 3 = x^2+3x+6$ ，故选项 A 符合题意，

$x(x+3)+2 \times 3 = x(x+3)+6$ ，故选项 B 不符合题意，

$3(x+2)+x^2$ ，故选项 C 不符合题意，

$(x+3)(x+2)-2x$ ，故选项 D 不符合题意，

故选：A.

【点评】本题考查列代数式，解答本题的关键是明确题意，列出相应的代数式.

6. (3分) 用字母表示的代数式是具有一定意义的，下列赋予 $4a$ 实际意义的例子中错误的是 ()

- A. 若水果的价格是 4 元/千克，则 $4a$ 表示买 a 千克该水果的金额

- B. 若一个两位数的十位数字是 4, 个位数字 a , 则 $4a$ 表示这个两位数
- C. 汽车行驶速度是 a 千米/小时, 则 $4a$ 表示这辆汽车行驶 4 小时的路程
- D. 若 a 表示一个正方形的边长, 则 $4a$ 表示这个正方形的周长

【分析】 根据代数式表示的实际意义的方法分别判断每个选项, 只有 B 选项中, 若一个两位数的十位数字是 4, 个位数字 a , 则 $4 \times 10 + a$ 表示这个两位数, 从而得出答案.

【解答】 解: 根据题目:

A 若水果的价格是 4 元/千克, 则 $4a$ 表示买 a 千克该水果的金额, 此说法正确, 故不符合题意;

B 若一个两位数的十位数字是 4, 个位数字 a , 则 $4 \times 10 + a$ 表示这个两位数, 选项中说法不正确, 故符合题意;

C 汽车行驶速度是 a 千米/小时, 则 $4a$ 表示这辆汽车行驶 4 小时的路程, 此说法正确, 故不符合题意;

D 若 a 表示一个正方形的边长, 则 $4a$ 表示这个正方形的周长, 此说法正确, 故不符合题意.

故选: B.

【点评】 本题考查了代数式, 掌握代数式的书写规范和实际问题中数量间的关系是解答本题的关键.

7. (3 分) 下列计算正确的是 ()

A. $3ab - 2ab = ab$

B. $6y^2 - 2y^2 = 4$

C. $5a + a = 5a^2$

D. $m^2n - 3mn^2 = -2mn^2$

【分析】 根据整式的加减运算法则即可求出答案.

【解答】 解: A、 $3ab - 2ab = ab$, 故 A 正确;

B、 $6y^2 - 2y^2 = 4y^2 \neq 4$, 故 B 错误;

C、 $5a + a = 6a \neq 5a^2$, 故 C 错误;

D、 $m^2n - 3mn^2 \neq -2mn^2$, 故 D 错误.

故选: A.

【点评】 本题考查整式的运算法则, 解题的关键是熟练运用整式的运算, 本题属于基础题型.

8. (3 分) 下列各种关系中, 成反比例关系的是 ()

A. 书的总页数一定, 未读的页数与已读的页数

B. 小麦的总产量一定, 每公顷产量与公顷数

C. 圆柱底面积一定, 圆柱的体积与高

D. 同学的年龄一定, 他们的身高与体重

【分析】 根据正比例和反比例的定义判断即可.

【解答】 解: A. 书的总页数一定, 未读的页数与已读的页数不是成反比例关系, 故本选项不符合题意;

B. 小麦的总产量一定，每公顷产量与公顷数成反比例关系，故本选项符合题意；

C. 圆柱底面积一定，圆柱的体积与高成正比例关系，故本选项不符合题意；

D. 同学的年龄一定，他们的身高与体重不是成反比例关系，故本选项不符合题意。

故选：B.

【点评】本题考查了反比例的定义，掌握相关定义是解答本题的关键.

9. (3分) 已知代数式 $x+2y$ 的值是 3，则代数式 $2x+4y+1$ 的值是 ()

A. 1

B. 4

C. 7

D. 不能确定

【分析】把 $x+2y$ 看作一个整体并把所求代数式整理成已知条件的形式，然后计算即可得解.

【解答】解：∵ $x+2y=3$,

$$\therefore 2x+4y+1=2(x+2y)+1,$$

$$=2 \times 3+1,$$

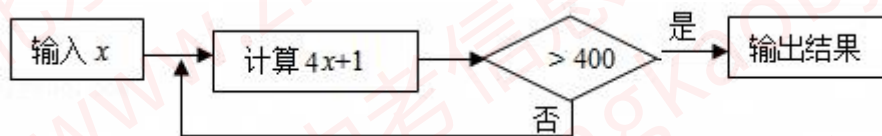
$$=6+1,$$

$$=7.$$

故选：C.

【点评】本题考查了代数式求值，整体思想的利用是解题的关键.

10. (3分) 小明按如图所示的程序输入一个正整数 x ，最后输出的结果为 597，则满足条件的 x 的正整数



值有 ()

A. 6 个

B. 5 个

C. 4 个

D. 3 个

【分析】根据输出的结果 597，结合程序框图依次倒推即可.

【解答】解：若 $4x+1=597$ ，则有 $x=149$ ；

若 $4x+1=149$ ，则有 $x=37$ ；

若 $4x+1=37$ ，则有 $x=9$ ；

若 $4x+1=9$ ，则有 $x=2$ ；

若 $4x+1=2$ ，则有 $x=\frac{1}{4}$.

∵ x 为正整数，

∴ 满足条件的 x 的正整数值有 4 个.

故选：C.

【点评】本题考查了代数式求值，读懂程序框图的规则、从而正确列出算式是解题的关键.

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

- 11.（2 分）圆周率是数学美的象征，它的无限不循环小数形式引发了人们对数学的好奇和探索．圆周率 $\pi=3.1415926\cdots$ ，用四舍五入法把 π 精确到百分位，得到的近似值是 3.14 ．

【分析】根据四舍五入法可以将题目中的数据精确到百分位．

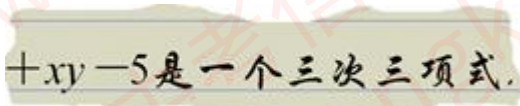
【解答】解： $\pi=3.1415926\cdots\approx 3.14$ （精确到百分位），

故答案为：3.14．

【点评】本题考查近似数和有效数字，解答本题的关键是明确题意，利用四舍五入法解答．

- 12.（2 分）如图是一位同学数学笔记可见的一部分．若要补充文中这个不完整的代数式，你补充的内容是：

答案不唯一，如： $2x^3$ ．



【分析】根据多项式的次数定义进行填写，答案不唯一，可以是 $2x^3$ ， $3x^3$ 等．

【解答】解：可以写成： $2x^3+xy-5$ ，

故答案为： $2x^3$ ．

【点评】本题考查了多项式的定义和次数，明确如果一个多项式含有 a 个单项式，次数是 b ，那么这个多项式就叫 b 次 a 项式．

- 13.（2 分）已知 $|a-2|$ 与 $(b-3)^2$ 互为相反数，则 a^6 的值是 64 ．

【分析】根据非负数的性质列出方程求出未知数的值，再代入所求代数式计算即可．

【解答】解： $\because |a-2|$ 和 $(b-3)^2$ 互为相反数，

$$\therefore |a-2|+(b-3)^2=0,$$

$$\therefore a-2=0, b-3=0,$$

$$\therefore a=2, b=3,$$

$$\therefore a^6=2^6=64.$$

故答案为：64．

【点评】本题考查了非负数的性质：掌握几个非负数的和为0，则这几个非负数分别等于0，并正确得出未知数的值是解题的关键．

- 14.（2 分）比较大小： $-\frac{4}{5}$ $>$ $-\frac{7}{8}$ ．（用“ $>$ ”“ $=$ ”或“ $<$ ”连接）

【分析】先通分，再比较其绝对值的大小，进而可得出结论．

【解答】解： $-\frac{4}{5}=-\frac{32}{40}$ ， $-\frac{7}{8}=-\frac{35}{40}$ ，

$$\begin{aligned}\therefore \frac{32}{40} &< \frac{35}{40}, \\ \therefore -\frac{32}{40} &> -\frac{35}{40}, \\ \therefore -\frac{4}{5} &> -\frac{7}{8}.\end{aligned}$$

故答案为：>.

【点评】 本题考查的是有理数的大小比较，熟知负数比较大小的法则是解题的关键.

15. (2分) 若代数式 $-x^a y^3$ 与 $\frac{1}{2}x^2 y^b$ 的和是单项式，则 $-a^2 - 2b = \underline{-10}$.

【分析】 根据代数式 $-x^a y^3$ 与 $\frac{1}{2}x^2 y^b$ 的和是单项式，可以得到 $a=2$, $b=3$ ，然后代入所求式子计算即可.

【解答】 解：∵ 代数式 $-x^a y^3$ 与 $\frac{1}{2}x^2 y^b$ 的和是单项式，

$$\therefore a=2, b=3,$$

$$\therefore -a^2 - 2b$$

$$= -2^2 - 2 \times 3$$

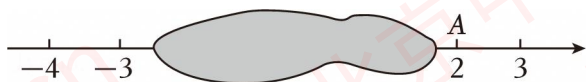
$$= -4 - 6$$

$$= -10,$$

故答案为：-10.

【点评】 本题考查整式的加减，熟练掌握同类项的定义是解答本题的关键.

16. (2分) 如图，在数轴上点 A 表示的数是 2，点 B 被墨水遮住了，已知 $AB=4$ ，则点 B 表示的数为 $\underline{-2}$.



【分析】 由数轴可知，点 B 在点 A 的左侧，根据题意并结合两点间的距离公式计算即可.

【解答】 解：由数轴可知，点 B 在点 A 的左侧，

$$\therefore \text{点 } A \text{ 表示的数是 } 2, AB=4,$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 表示的数为: } 2 - 4 = -2,$$

故答案为：-2.

【点评】 本题考查的是数轴，熟练掌握两点间的距离公式是解题的关键.

17. (2分) 数字 1 是一个重要的阿拉伯数字，1 广泛应用于很多领域，音乐领域 1 代表音节中的 1 个基本音级，在计算机技术中 1 是存储的基本单位，在天文学中，太阳与地球的平均距离记为 1 (天文单位). 在数学中，1 也有很多美妙的性质，如：1 是最小的正整数，1 是最小的正奇数，任何数乘以 1 或者除以 1

都等于它本身，1 的倒数是 1，1 的平方是还是 $1\cdots$

本学期，我们学习了有理数，同样的，数字 -1 也是一个重要的数，它也有很多奇妙的性质，请你试着写出 2 条：

① -1 的偶次方等于 1，-1 的奇次方等于它本身（答案不唯一）；

② -1 的倒数是 -1（答案不唯一）。

【分析】根据 -1 的特征可以从乘方，倒数等方面归纳总结即可。（答案不唯一）

【解答】解：① -1 的偶次方等于 1，-1 的奇次方等于它本身；

② -1 的倒数是 -1。（答案不唯一）

【点评】本题考查了有理数的乘方，倒数等，掌握有理数的乘方，倒数定义是解题的关键。

18.（2 分）课本再现：填幻方

有人建议向火星发射如图 1 所示的图案，它叫做幻方，其中 9 个格中的点数分别是 1，2，3，4，5，6，7，8，9。每一横行、每一竖列以及两条斜对角线上的点数的和都相同。如果火星上有智慧生物，那么他们可以从这种“数学语言”了解到地球上也有智能生物（人）。

（1）如图 1，每一横行、每一竖列以及两条斜对角线上的点数的和都是 15；

（2）如图 2，在一个由 6 个圆圈组成的三角形里，把 -7 到 -2 这 6 个连续整数分别填入圆圈中，要求三角形的每条边上的三个数的和 S 都相等，请直接写出 S 的最大值是 -12。

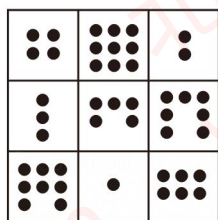


图1

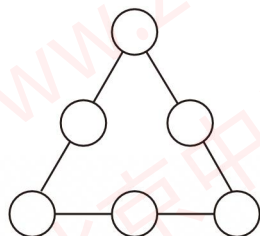


图2

【分析】（1）根据题意，由图 1 中数据计算即可；

（2）根据三角形的每条边上的三个数的和 S 都相等，且和最大，把 -7 到 -2 这 6 个数较大的三个数放在三个顶点处即可求解。

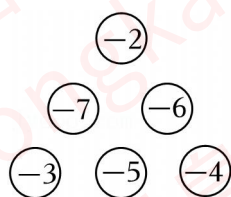
【解答】解：（2）任取一行，一列，一条对角线上的点数，

$$4+9+2=2+7+6=4+5+6=15.$$

故答案为：15；

（2）将 -2，-3，-4 填入三角形的三个顶点处，-2 与 -3 之间填 -7，-2 与 -4 之间填 -6，-3 与 -4 之间填 -5，

如图所示.



则三角形的每条边上的三个数的和都相等, 且和最大,

此时 $-2-3-7=-2-4-6=-3-4-5=-12$.

故答案为: -12 .

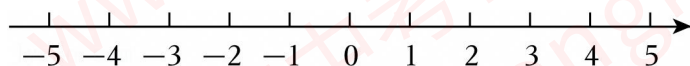
【点评】 本题考查了有理数的加法运算, 掌握有理数的加法运算法则是解题的关键.

三、解答题 (本题共 54 分, 19 题 4 分, 20 题 14 分, 21 题 5 分, 22 题 8 分, 23 题 5 分, 24 题 4 分, 25 题 5 分, 26 题 5 分, 27 题 4 分)

19. (4 分) 数轴上的点 A 、 B 、 C 、 D 分别表示 3 , -1.5 , $-3\frac{1}{2}$, -4 .

(1) 在如图所示的数轴上画出点 A 、 B 、 C 、 D ;

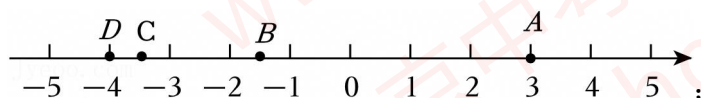
(2) 比较这四个点所表示的数的大小, 用 “ $<$ ” 号连接起来.



【分析】 (1) 画出数轴, 在数轴上描出 A , B , C , D 即可;

(2) 观察所画数轴, 把 A , B , C , D 表示的数按照从左到右的顺序排列, 并用小于号连接起来即可.

【解答】 解: (1) 如图所示:



(1) 各点表示的数用 “ $<$ ” 号连接起来为:

$$-4 < -3\frac{1}{2} < -1.5 < 3.$$

【点评】 本题主要考查了有理数的大小比较, 解题关键是熟练掌握利用数轴上的点把有理数表示出来.

20. (14 分) 计算:

(1) $2+(-8)+(-2)+(-12)$

(2) $36 \div 4 \times (-\frac{1}{4}) + (-\frac{2}{3})$

(3) $(\frac{2}{3} - \frac{11}{12} - \frac{14}{15}) \times (-60)$

(4) $-1^4 - (1 - 0.5) \times \frac{1}{3} \times [2 - (-3)^2]$

【分析】(1) 先去括号，再计算有理数的加减法即可得；

(2) 先计算有理数的乘除，再计算加法即可得；

(3) 利用有理数乘法的分配律进行计算即可得；

(4) 先计算有理数的乘方、括号内的减法，再计算有理数的乘法与减法即可得

【解答】解：(1) $2 + (-8) + (-2) + (-12)$

$$= 2 - 8 - 2 - 12$$

$$= 2 - (8 + 2 + 12)$$

$$= -20$$

$$(2) \text{原式} = -9 \times \frac{1}{4} - \frac{2}{3}$$

$$= -\frac{9}{4} - \frac{2}{3}$$

$$= -\frac{27}{12} - \frac{8}{12}$$

$$= -\frac{35}{12};$$

$$(3) \text{原式} = \frac{2}{3} \times (-60) - \frac{11}{12} \times (-60) - \frac{14}{15} \times (-60)$$

$$= -40 + 55 + 56$$

$$= 71;$$

$$(4) \text{原式} = -1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times (2 - 9)$$

$$= -1 + \frac{7}{6}$$

$$= \frac{1}{6}.$$

【点评】本题考查了含乘方的有理数混合运算，熟练掌握运算法则是关键.

21. (5分) 小明与小红两位同学计算 $4^2 \div (-2)^3 \times (-\frac{1}{8})$ 的过程如下：

小明：

$$\text{原式} = 8 \div (-6) \times (-\frac{1}{8}) \text{ (第一步)}$$

$$= (-\frac{4}{3}) \times (-\frac{1}{8}) \text{ (第二步)}$$

$$= -\frac{1}{6} \text{ (第三步)}$$

小红：

$$\text{原式} = 16 \div (-8) \times (-\frac{1}{8}) \text{ (第一步)}$$

$$= 16 \div [(-8) \times (-\frac{1}{8})] \text{ (第二步)}$$

$$= 16 \div 1 \text{ (第三步)}$$

$$= 16 \text{ (第四步)}$$

(1) 小明与小红在计算中均出现了错误，请分别指出他们开始出错的步骤；

(2) 写出正确的解答过程.

【分析】(1) 小明的第一步计算 $(-2)^3$ 出现错误, 小红的第二步运算顺序出现错误;

(2) 根据有理数的混合运算法则, 进行计算即可.

【解答】(1) 解: 小明第一步计算 $(-2)^3$ 出现错误, 小红的第二步运算顺序出现错误;

$$(2) \text{原式} = 16 \div (-8) \times (-\frac{1}{8}) = -2 \times (-\frac{1}{8}) = \frac{1}{4}.$$

【点评】 本题考查有理数的乘除法、有理数的乘方, 掌握运算法则, 正确的计算, 是解题的关键.

22. (8 分) 化简.

$$(1) xy^3 - 4x + 6x - 3xy^3;$$

$$(2) 3(x^2 - 2y^2) - 2(4x^2 - 3y^2).$$

【分析】(1) 直接合并同类项即可;

(2) 先去括号, 然后合并同类项即可.

【解答】解: (1) $xy^3 - 4x + 6x - 3xy^3;$

$$= (1 - 3)xy^3 + (-4 + 6)x$$

$$= -2xy^3 + 2x;$$

$$(2) 3(x^2 - 2y^2) - 2(4x^2 - 3y^2).$$

$$= 3x^2 - 6y^2 - 8x^2 + 6y^2$$

$$= -5x^2.$$

【点评】 本题考查了整式的加减, 整式的加减的实质就是去括号、合并同类项. 一般步骤是: 先去括号, 然后合并同类项.

23. (5 分) 先化简, 再求值. $15a^2 - [-4a^2 + 2(3a - a^2) - 3a]$, 其中 $a = -2$.

【分析】 原式去括号合并得到最简结果, 将 a 的值代入计算即可求出值.

【解答】解: 原式 $= 15a^2 + 4a^2 - 6a + 2a^2 + 3a$

$$= 21a^2 - 3a,$$

$$\text{当 } a = -2 \text{ 时, 原式} = 84 + 6 = 90.$$

【点评】 此题考查了整式的加减 - 化简求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

24. (4 分) 萝卜快跑是由百度推出的无人驾驶出租车服务品牌, 目前在北京、武汉等 5 个城市开展服务与测试. 某天下午, 萝卜快跑的某辆无人驾驶出租车的营运路线全是在东西走向的大街上进行的, 如果规定向东为正, 向西为负, 这辆车这天下午载客行驶里程 (单位: km) 如下: $+3, +16, -5, +8, -9, +4$.

(1) 最后一次营运结束时, 这辆无人驾驶出租车距离下午出发时的出发地有多远?

(2) 萝卜快跑的计费标准为: 不超过 1km , 收费 15 元; 超过 1km 的部分, 按 2.7元/km 收费; 超过 10km 的部分额外收取远途费 0.9元/km , 则这辆车这天下午前三次营运的收入共多少元?

【分析】(1) 根据题意, 向东为正, 向西为负, 把各数相加求和, 即可得到结果;

(2) 根据题意, 前三次营运的里程分别为 3km , 16km , 5km , 按要求计算每次的收费情况, 即可得到前三次的总收入.

【解答】解: (1) $\because$ 这辆车这天下午载客行驶里程 (单位: km) 如下: $+3, +16, -5, +8, -9, +4$,
 $\therefore +3+16-5+8-9+4=17(\text{km})$,

答: 最后一次营运结束时, 这辆无人驾驶出租车距离下午出发时的出发地 17km ;

(2) $\because$ 前三次营运的里程分别为 3km , 16km , 5km ,

$\therefore$ 第一次 3 公里, 收费为 $15+(3-1)\times 2.7=20.4(\text{元})$,

第二次 16 公里, 收费为 $15+(16-1)\times 2.7+(16-10)\times 0.9=60.9(\text{元})$,

第三次 5 公里, 收费为 $15+(5-1)\times 2.7=25.8(\text{元})$,

$\therefore$ 这天下午前三次营运总收入为 $20.4+60.9+25.8=107.1(\text{元})$,

答: 这辆车这天下午前三次营运的收入共 107.1 元.

【点评】 本题考查了有理数的混合运算, 关键是要正确理解题意, 在运算中注意符号, 不要出错.

25. (5 分) 某校高度重视学生的体育健康状况, 打算在某商店采购一批篮球和跳绳, 已知篮球每个定价 120 元, 跳绳每条定价 20 元. 该商店给学校提供以下两种优惠方案:

方案①: 篮球和跳绳都按定价的 90% 付款;

方案②: 买一个篮球送一条跳绳.

现学校要购买篮球 50 个, 跳绳 $x(x>50)$ 条.

(1) 按方案①购买篮球和跳绳共需付款 $(5400+18x)$ 元; 按方案②购买篮球和跳绳共需付款 $(5000+20x)$ 元. (均用含 x 的最简代数式表示)

(2) 当 $x=100$ 时, 通过计算说明此时按哪种方案购买较合算.

(3) 若两种优惠方案可同时使用, 当 $x=100$ 时, 请你给出更省钱的购买方案, 并说明理由.

【分析】(1) 根据方案①: 篮球和跳绳都按定价的 90% 付款; 方案②: 买一个篮球送一条跳绳, 两个方案分别列式计算;

(2) 把 $x=100$ 分别代入 (1) 的两个代数式, 分别计算, 然后比较大小, 选择合算的方案;

(3) 先按方案②购买 50 个篮球, 再按方案①购买 50 条跳绳, 计算结果, 与每一个方案的付款比较大小, 选择最合算方案.

【解答】解：（1）∵方案①：篮球和跳绳都按定价的 90%付款，

∴购买篮球 50 个，跳绳 x ($x > 50$) 条付款： $50 \times 120 \times 90\% + 20x \times 90\% = (5400 + 18x)$ 元；

∵方案②：买一个篮球送一条跳绳，

∴购买篮球 50 个，跳绳 x ($x > 50$) 条付款： $50 \times 120 + (x - 50) \times 20 = (5000 + 20x)$ 元；

故答案为： $(5400 + 18x)$ $(5000 + 20x)$ ；

（2）当 $x = 100$ 时，

按方案①购买需付款 $5400 + 18 \times 100 = 7200$ （元），

按方案②购买需付款 $5000 + 20 \times 100 = 7000$ （元）.

∵ $7200 > 7000$,

∴选择方案②购买较合算；

（3）购买方案：先按方案②购买 50 个篮球，再按方案①购买 50 条跳绳.

理由：若按上述方案购买需付款 $50 \times 120 + 20 \times 50 \times 90\% = 6900$ （元）.

∵ $6900 < 7000 < 7200$,

∴按照上述方案购买更省钱.（本小题答案不唯一）

【点评】本题考查代数式求值，列代数式，掌握代数式求值的方法，根据题意列出算式是解题关键.

26.（5 分）给出定义如下：我们称使等式 $a - b = ab + 1$ 的成立的一对有理数 a, b 为“相伴有理数对”，记为 (a, b) .

如： $3 - \frac{1}{2} = 3 \times \frac{1}{2} + 1$, $5 - \frac{2}{3} = 5 \times \frac{2}{3} + 1$ ，所以数对 $(3, \frac{1}{2})$, $(5, \frac{2}{3})$ 都是“相伴有理数对”.

（1）数对 $(-2, \frac{1}{3})$, $(-\frac{1}{2}, -3)$ 中，是“相伴有理数对”的是 $(-\frac{1}{2}, -3)$ ；

（2）若 $(x+1, 5)$ 是“相伴有理数对”，则 x 的值是 $-\frac{5}{2}$ ；

（3）若 (a, b) 是“相伴有理数对”，求 $3ab - a + \frac{1}{2}(a+b - 5ab) + 1$ 的值.

【分析】（1）根据题意，分别将 $a = -2$, $b = \frac{1}{3}$ 和 $a = -\frac{1}{2}$, $b = -3$ 代入 $a - b = ab + 1$ 中即可求解；

（2）将 $a = x+1$, $b = 5$ 代入 $a - b = ab + 1$ 中即可求解；

（3）先将 $3ab - a + \frac{1}{2}(a+b - 5ab) + 1$ 进行化简，再将 $a - b = ab + 1$ 变形后整体代入即可求解.

【解答】解：（1）由题意可得：

当 $a = -2$, $b = \frac{1}{3}$ 时，

$a - b = -2 - \frac{1}{3} = -\frac{7}{3}$,

$$ab+1 = -2 \times \frac{1}{3} + 1 = \frac{1}{3},$$

则 $a - b \neq ab+1$,

所以 $(-2, \frac{1}{3})$ 不是“相伴有理数对”,

当 $a = -\frac{1}{2}$, $b = -3$ 时,

$$a - b = -\frac{1}{2} - (-3) = -\frac{1}{2} + 3 = \frac{5}{2},$$

$$ab+1 = -\frac{1}{2} \times (-3) + 1 = \frac{5}{2},$$

则 $a - b = ab+1$,

所以 $(-\frac{1}{2}, -3)$ 是“相伴有理数对”,

所以数对 $(-2, \frac{1}{3})$, $(-\frac{1}{2}, -3)$ 中, 是“相伴有理数对”的是 $(-\frac{1}{2}, -3)$,

故答案为: $(-\frac{1}{2}, -3)$;

(2) $\because (x+1, 5)$ 是“相伴有理数对”,

$$\therefore x+1 - 5 = (x+1) \times 5 + 1,$$

$$\text{解得 } x = -\frac{5}{2},$$

故答案为: $-\frac{5}{2}$;

$$(3) 3ab - a + \frac{1}{2}(a+b - 5ab) + 1$$

$$= 3ab - a + \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b - \frac{5}{2}ab + 1$$

$$= \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + 1$$

$$= \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}(a - b) + 1,$$

$$\because a - b = ab+1,$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}(ab + 1) + 1$$

$$= \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2} + 1$$

$$= \frac{1}{2}.$$

【点评】 本题主要考查了整式的化简求值和有理数的混合运算, 理解题意掌握去括号法则和合并同类项法则以及有理数的混合运算法则是解题的关键, 应用了整体代入的数学思想.

27. (4分) 一所学校的学生编号构造为“毕业年份+班级+学号”，例如“20262919”就为2026届29班19号同学.

图1

0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	1	0	1
1	1	0	1	0
0	1	1	1	0

图2

为方便记录学生作业完成情况，编程社团的小李同学设计了一种识别码，如图1，这种识别码由 5×5 的正方形网格构造，我们规定第 i 行第 j 列的正方形网格所代表的数记为 $N_{i,j}$ ，每 j 列编译后为表信息，第 i 行都代表相同的二进制数位. 每个网格有两种状态，分别为1和0，分别代表当前网格的二进制数位数字. 如图2，第1列所代表的数就计算为

$$\begin{aligned} N_1 &= N_{1,1} + N_{2,1} + N_{3,1} + N_{4,1} + N_{5,1} \\ &= 2^4 \times 0 + 2^3 \times 0 + 2^2 \times 0 + 2^1 \times 1 + 2^0 \times 0 \\ &= 0 + 0 + 0 + 2 + 0 \\ &= 2 \end{aligned}$$

如果学生编号中，毕业年份的前两位为“20”. 如图2，第1、2列分别代表的是毕业年份的后两位数字，第3列代表的是班级，第4、5列分别代表学号的两位数字. 那么根据这种计算方法，完成下列各题：

- (1) 请计算出图2所代表的学生编号： 20271334 .
- (2) 请在图1填写出学生编号为20251406的识别码图象.
- (3) 这种编号系统一直适用吗？请说明理由.

【分析】 (1) 按照所给计算方法计算出每一列的数据的结果，前面加上数字20可得学生编码；
 (2) 分别把学生编号的数字按照题中所给的计算方法进行整理，可得每一列上的数字；
 (3) 计算出 5×5 的网格中每一列可表示的最大数，根据第3列数字表示班级的编号大小，可得能否使用.

【解答】 解：(1) 第2列所代表的数为： $N_2 = N_{1,2} + N_{2,2} + N_{3,2} + N_{4,2} + N_{5,2}$

$$\begin{aligned} &= 2^4 \times 0 + 2^3 \times 0 + 2^2 \times 1 + 2^1 \times 1 + 2^0 \times 1 \\ &= 0 + 0 + 4 + 2 + 1 \\ &= 7, \end{aligned}$$

第 3 列所代表的数为: $N_3 = N_{1, 3} + N_{2, 3} + N_{3, 3} + N_{4, 3} + N_{5, 3}$

$$= 2^4 \times 0 + 2^3 \times 1 + 2^2 \times 1 + 2^1 \times 0 + 2^0 \times 1$$

$$= 0 + 8 + 4 + 0 + 1$$

$$= 13,$$

第 4 列所代表的数为: $N_4 = N_{1, 4} + N_{2, 4} + N_{3, 4} + N_{4, 4} + N_{5, 4}$

$$= 2^4 \times 0 + 2^3 \times 0 + 2^2 \times 0 + 2^1 \times 1 + 2^0 \times 1$$

$$= 0 + 0 + 0 + 2 + 1$$

$$= 3,$$

第 5 列所代表的数为: $N_5 = N_{1, 5} + N_{2, 5} + N_{3, 5} + N_{4, 5} + N_{5, 5}$

$$= 2^4 \times 0 + 2^3 \times 0 + 2^2 \times 1 + 2^1 \times 0 + 2^0 \times 0$$

$$= 0 + 0 + 4 + 0 + 0$$

$$= 4,$$

∴ 图 2 所代表的学生编号为: 20271334.

故答案为: 20271334;

$$(2) 2 = 2^4 \times 0 + 2^3 \times 0 + 2^2 \times 0 + 2^1 \times 1 + 2^0 \times 0,$$

$$5 = 2^2 \times 1 + 2^0 \times 1,$$

$$14 = 2^4 \times 0 + 2^3 \times 1 + 2^2 \times 1 + 2^1 \times 1 + 2^0 \times 0,$$

$$0 = 2^4 \times 0 + 2^3 \times 0 + 2^2 \times 0 + 2^1 \times 0 + 2^0 \times 0,$$

$$6 = 2^4 \times 0 + 2^3 \times 0 + 2^2 \times 1 + 2^1 \times 1 + 2^0 \times 0,$$

0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
0	1	0	0	0

图1

(3) 这种编号系统不会一直使用.

理由: 5×5 的正方形网格每一列可表示的最大数为: $2^4 \times 1 + 2^3 \times 1 + 2^2 \times 1 + 2^1 \times 1 + 2^0 \times 1 = 16 + 8 + 4 + 2 + 1 =$

31,

若第 3 列的班级编号超过 31, 则无法使用.

【点评】本题考查数字的变化规律. 理解并应用每一列编码所代表的数字的计算方法是解决本题的关键.