

2024-2025 学年北京市海淀区七年级（上）期中数学试卷

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

1. (3 分) $-\frac{1}{2}$ 的相反数是 ()

A. $\frac{1}{2}$

B. 2

C. -2

D. $-\frac{1}{2}$

2. (3 分) 稀土是钪、钇、镧系 17 种元素的总称，素有“工业味精”之美誉，是我国重要的战略矿产资源. 2024 年我国稀土勘探在四川凉山取得新突破，预期新增稀土资源量 496 万吨. 将 4960000 用科学记数法表示为 ()

A. 0.496×10^7

B. 49.6×10^5

C. 4.96×10^7

D. 4.96×10^6

3. (3 分) 下列计算正确的是 ()

A. $(-5) + (-2) = 7$

B. $(-5) - (-2) = 3$

C. $(-5) \times (-2) = -10$

D. $(-5) \div (-2) = \frac{5}{2}$

4. (3 分) 若 x 和 y 成反比例关系，当 x 的值分别为 2, 3 时， y 的值如表所示，则表中 a 的值是 ()

x	2	3
y	a	4

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

5. (3 分) 将下列各数在数轴上表示，其中与原点距离最近的点表示的数是 ()

A. -3

B. -0.8

C. 1

D. 2

6. (3 分) 对于多项式 $2x - xy$ ，下列说法正确的是 ()

A. 次数是 2

B. 一次项是 2

C. 二次项系数是 1

D. 其值不可能等于 2

7. (3 分) 某文具原价为每件 m 元，为迎接开学季，每件降 5 元，在此基础上新生还可以享受九折优惠. 一名新生购买一件该文具付款 n 元，则 $n =$ ()

A. $0.9(m - 5)$

B. $0.9m - 5$

C. $0.9m$

D. $0.1(m - 5)$

8. (3 分) 若 $2s - 4t = 9$ ，则 $s - 2t + \frac{1}{2}$ 的值为 ()

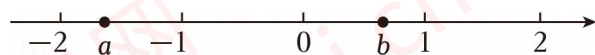
A. 10

B. 9.5

C. 5

D. -4

9. (3 分) 若有理数 a , b 在数轴上的对应点的位置如图所示. 下列结论中正确的是 ()



- A. $-a < b$ B. $ab > 1$ C. $|a - b| = b - a$ D. $|a + 2| > |b - 2|$

10. (3分) 关于 x, y 的单项式, 若 x 的指数与 y 的指数是相等的正整数, 则称该单项式是“等次单项式”, 如 $x^2y^2, -3xy$. 给出下面四个结论:

- ① $-2x^3y^3$ 是“等次单项式”;
 ② “等次单项式”的次数可能是奇数;
 ③ 两个次数相等的“等次单项式”的和一定是“等次单项式”;
 ④ 若五个“等次单项式”的次数均不高于 8, 则它们中必有同类项.

上述结论中, 所有正确结论的序号是 ()

- A. ①③ B. ①④ C. ②③ D. ②④

二、填空题 (本大题共 18 分, 每小题 3 分)

11. (3分) 在游乐场的“旋转茶杯”项目中, 游客可以通过转动茶杯的方向盘自主控制茶杯的旋转方向. 如果把逆时针旋转两圈记作 +2, 那么顺时针旋转三圈可以记作 _____.



12. (3分) 比较大小: -1 _____ $-\frac{2}{3}$ (填“>”, “<”或“=”).

13. (3分) 约 1500 年前, 我国古代伟大的数学家和天文学家祖冲之计算出圆周率应在 3.1415926 和 3.1415927 之间, 成为世界上第一个把圆周率的值精确到小数点后 7 位的人. 用四舍五入法将圆周率精确到千分位, 所得到的近似数为 _____.



14. (3分) 多项式 $x^2y + 2xy$ 与一个整式的和是单项式, 则这个整式可以是 _____. (写出一个整式即可)

15. (3分) 若有理数 m, n 满足 $|m| + (2 - n)^4 = 0$, 则 $m - n =$ _____.

16. (3分) A, B, C, D, E 是圆上的 5 个点, 在这些点之间连接线段, 规则如下:

连线规则

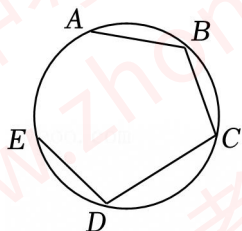
◇任意两点之间至多有一条线段；

◇任意三点之间至多有两点线段。

如图，已连接线段 AB ， BC ， CD ， DE 。

(1) 若想增加一条新的线段，共有 _____ 种连线方式；

(2) 至多可以增加 _____ 条线段。



三、解答题（本大题共 52 分，第 17 题 3 分，第 18 题 12 分，第 19 题 6 分，第 20-24 题，每小题 3 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. (3 分) 如图，数轴上点 A 表示的数是 -4 ，点 B 表示的数是 3 。

(1) 在图中所示的数轴上标出原点 O ；

(2) 在图中所示的数轴上表示下列各数，并将它们按从小到大的顺序用 “ $<$ ” 连接起来。

-3 ， 0 ， -1 ， 2.5 。



18. (12 分) 计算：

(1) $2 - (-1) + (-6)$ ；

(2) $-12 \times 4 \div (-2)$ ；

(3) $(-\frac{10}{3}) \times (2.5 - \frac{2}{5})$ ；

(4) $(-2)^3 - |-2| + \frac{4}{9} \div (-\frac{2}{3})^2$ 。

19. (6 分) 化简：

(1) $-2m^2n + 3nm^2 - m^2n$ ；

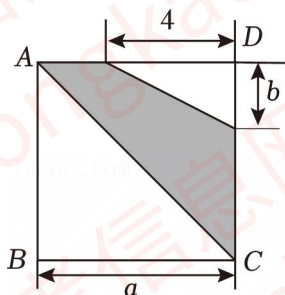
(2) $5a^2 - [5a + 2(a - a^2)]$ 。

20. (4 分) 先化简，再求值： $\frac{1}{2}x - 2(x - \frac{1}{3}y^2) + (-\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y^2)$ ，其中 $x = \frac{1}{3}$ ， $y = -1$ 。

21. (4 分) 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 a 。

(1) 根据图中数据，用含 a ， b 的代数式表示阴影部分的面积 S ；

(2) 当 $a=6$, $b=2$ 时, 求阴影部分的面积.



22. (4分) AI (人工智能) 技术有望为传统的教学方式带来新变化, 如 AI 解题. 某公司为测验其 AI 产品的解题能力, 尝试利用最新考试题进行全科目测试. 分数记录以 60 分为基准, 超过基准的分数记为正数, 少于基准的分数记为负数. 将测试的相对分数记录如下:

科目	语文	数学	英语	道法	地理	历史	物理	化学	生物
相对分数	+20	- 16	+30	+28		+8	- 9	- 18	- 9

已知该 AI 产品的地理测试分数为 81 分.

- 请补全上表;
 - 在本次测试的各科目中, 该产品所得最高分为 _____ 分, 最低分为 _____ 分;
 - 求该产品在本次测试中全科目的总分.
23. (4分) “圆楼之王” 承启楼位于福建省龙岩市, 始建于明崇祯年间, 是永定客家土楼群的组成部分. 整座楼造型奇特, 三环主楼环环叠套. 如图, 中心位置耸立着一座祠堂. 第三环楼为单层, 有 m 间房间; 第二环楼为两层, 每层的房间数均比第三环楼的房间数多 8 间; 外环楼为四层、每层的房间数均等于第二环楼每层的房间数与第三环楼的房间数之和.
- 第二环楼每层有 _____ 间房间, 外环楼共有 _____ 间房间; (用含 m 的式子表示)
 - 民间流传一首顺口溜: “高四层, 楼四圈. 上上下下*间; 圈套圈, 圆中圆, 历经沧桑数百年”, “*” 处所填内容是三环主楼所有房间数之和, 已知 $m=32$, 求 “*” 处所填的数.



24. (4分) 小云和小明参加了数学节活动的某游戏. 一次玩法如下:

游戏玩法

◇给定若干个有理数;

◇小云先操作: 将给定的每个有理数分别减去有理数 a , 得到一组新数, 计算这些新数的绝对值, 并求出这些绝对值的和, 记作 S_1 ;

◇小明后操作: 将给定的每个有理数分别减去有理数 b ($b \neq a$), 也计算这些新数的绝对值, 并求出这些绝对值的和, 记作 S_2 .

若 $S_1 < S_2$, 则小云获胜; 若 $S_1 > S_2$, 则小明获胜; 若 $S_1 = S_2$, 则双方平局.

(1) 若给定的有理数是 2, 小云为了确保自己获胜, 则 a 的值应该是 _____ ;

(2) 若给定的有理数是 2, 4, 则小云 _____ 确保自己获胜; (填“能”或“不能”)

(3) 若给定的有理数是 -2, 0, 2, 4. 当 a 是负数, 且双方平局时, 则 $b =$ _____. (用含 a 的式子表示)

25. (5分) 对有理数 a, b 进行如下操作: 第一次, 将 a, b 中的一个数加 1 或者减 1, 另一个数加 2 或者减 2, 得到数 a_1 和 b_1 ; 第二次, 将 a_1 和 b_1 中的一个数加 1 或者减 1, 另一个数加 2 或者减 2, 得到数 a_2 和 b_2 ; ...; 第 n 次, 将 a_{n-1} 和 b_{n-1} 中的一个数加 1 或者减 1, 另一个数加 2 或者减 2, 得到数 a_n 和 b_n .

(1) $a=1, b=3$.

①若 $a_1=0$, 则 b_1 的值可以是 _____ ;

② a_2+b_2 所有可能的取值为 _____ ;

(2) 若 $a_n=a, b_n=b$, 则 n 的值是否可以 5? 请说明理由.

26. (6分) 给定有理数 a, b , 对整式 A, B , 定义新运算“ $\oplus$ ”: $A \oplus B = aA + bB$; 对正整数 n ($n \geq 2$) 和整式 A , 定义新运算“ $\otimes$ ”: $n \otimes A = \underbrace{A \oplus A \oplus \cdots \oplus A}_{n \text{ 个 } A}$ (按从左到右的顺序依次做“ $\oplus$ ”运算). 特别地, $1 \otimes A$

$=A$.

例如, 当 $a=1, b=2$ 时, 若 $A=x, B=-y$, 则 $A\oplus B=A+2B=x-2y, 2\otimes A=A\oplus A=3x$.

(1) 当 $a=2, b=1$ 时, 若 $A=x+y, B=x-2y$, 则 $A\oplus B=$ _____, $3\otimes A=$ _____;

(2) 写出一组 a, b 的值, 使得对每一个正整数 n 和整式 A , 均有 $n\otimes A=A$, 并说明理由;

(3) 当 $a=2, b=1$ 时, 若 $A=3x^2+7xy, B=2x^2-30xy-y^2, p, q$ 是正整数, 令 $P=p\otimes A, Q=q\otimes B$, 且 $P\oplus Q$ 不含 xy 项, 直接写出 p 和 q 的值.

2024-2025 学年北京市海淀区七年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	D	D	C	B	A	A	C	C	B

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

1. (3 分) $-\frac{1}{2}$ 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. -2 D. $-\frac{1}{2}$

【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数，可得答案.

【解答】解： $-\frac{1}{2}$ 的相反数是 $\frac{1}{2}$ ，

故选：A.

【点评】本题考查了相反数，在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

2. (3 分) 稀土是钪、钇、镧系 17 种元素的总称，素有“工业味精”之美誉，是我国重要的战略矿产资源. 2024 年我国稀土勘探在四川凉山取得新突破，预期新增稀土资源量 496 万吨. 将 4960000 用科学记数法表示为 ()

- A. 0.496×10^7 B. 49.6×10^5 C. 4.96×10^7 D. 4.96×10^6

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解： $4960000 = 4.96 \times 10^6$.

故选：D.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $(-5) + (-2) = 7$ B. $(-5) - (-2) = 3$
C. $(-5) \times (-2) = -10$ D. $(-5) \div (-2) = \frac{5}{2}$

【分析】利用有理数混合运算的相应的法则对各项进行运算即可.

【解答】解： $A、(-5)+(-2)=-7$ ，故 A 不符合题意；

$B、(-5)-(-2)=-5+2=-3$ ，故 B 不符合题意；

$C、(-5)\times(-2)=10$ ，故 C 不符合题意；

$D、(-5)\div(-2)=\frac{5}{2}$ ，故 D 符合题意；

故选： D 。

【点评】本题主要考查有理数的混合运算，解答的关键是对相应的运算法则的掌握。

4. (3 分) 若 x 和 y 成反比例关系，当 x 的值分别为 2, 3 时， y 的值如表所示，则表中 a 的值是 ()

x	2	3
y	a	4

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

【分析】先设反比例函数的表达式为 $y=\frac{k}{x}$ ($k\neq 0$)，再将 $x=3$ ， $y=4$ 代入求出反比例函数的表达式，然后再求出当 $x=2$ 时对应的 y 的值即可。

【解答】解： $\because x$ 和 y 成反比例关系，

$\therefore$ 设 $y=\frac{k}{x}$ ($k\neq 0$)，

由表格中数值可知： $x=3$ ， $y=4$ ，

$\therefore 4=\frac{k}{3}$ ，

$\therefore k=12$ ，

$\therefore$ 该反比例函数的表达式为： $y=\frac{12}{x}$ ，

$\therefore$ 当 $x=2$ 时， $y=\frac{12}{2}=6$ ，

$\therefore a=6$ 。

故选： C 。

【点评】此题主要考查了反比例函数，熟练掌握待定系数法求反比例函数的表达式及函数的值是解决问题的关键。

5. (3 分) 将下列各数在数轴上表示，其中与原点距离最近的点表示的数是 ()

A. -3

B. -0.8

C. 1

D. 2

【分析】利用数轴知识解答。

【解答】解： $\because -3$ ， -0.8 ， 1 ， 2 ，这四个数的绝对值最小的是 -0.8 ，

故选: B .

6. (3分) 对于多项式 $2x - xy$, 下列说法正确的是 ()

- A. 次数是 2
B. 一次项是 2
C. 二次项系数是 1
D. 其值不可能等于 2

【解答】解：依题意，结合多项式的定义以及多项式的项，系数和次数的定义可得：

对于 D ，当 $x=1, y=0$ 时，多项式的值为 2，故 D 选项错误。

【点评】 本题考查了多项式的定义和多项式的项和系数的定义，做题的关键是准确掌握定义即可。

7. (3分) 某文具原价为每件 m 元, 为迎接开学季, 每件降 5 元, 在此基础上新生还可以享受九折优惠. 一名新生购买一件该文具付款 n 元, 则 $n =$ ()

- A. $0.9(m - 5)$ B. $0.9m - 5$ C. $0.9m$ D. $0.1(m - 5)$

【解答】解：根据题意可得： $n=0.9(m-5)$ ，

【点评】 本题考查了列代数式，解题的关键是正确理解题中的数量关系.

8. (3分) 若 $2s - 4t = 9$, 则 $s - 2t + \frac{1}{2}$ 的值为 ()

- A. 10 B. 9.5 C. 5 D. -4

【解答】解: $\because 2s - 4t = 9,$

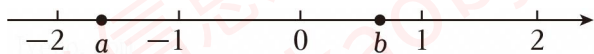
$$\begin{aligned} & \therefore s - 2t + \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} (2s - 4t + 1) \\ &= \frac{1}{2} \times (9 + 1) \end{aligned}$$

$=5$,

故选: C.

【点评】本题考查代数式求值, 将原式进行正确的变形是解题的关键.

9. (3分) 若有理数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示. 下列结论中正确的是 ()



A. $-a < b$

B. $ab > 1$

C. $|a - b| = b - a$

D. $|a + 2| > |b - 2|$

【分析】利用数轴知识和绝对值的定义解答.

【解答】解: $\because$ 由数轴图可知, $-2 < a < -1, 0 < b < 1$,

$\therefore -a > b, ab < 0 < 1, |a - b| = b - a$,

$\therefore |a + 2| < 1, |b - 2| = 2 - b > 1$,

$\therefore |a + 2| < |b - 2|$,

$\therefore$ 只有选项 C 正确, 符合题意.

故选: C.

【点评】本题考查了数轴和绝对值, 解题的关键是掌握数轴知识和绝对值的定义.

10. (3分) 关于 x, y 的单项式, 若 x 的指数与 y 的指数是相等的正整数, 则称该单项式是“等次单项式”,

如 $x^2y^2, -3xy$. 给出下面四个结论:

① $-2x^3y^3$ 是“等次单项式”;

② “等次单项式”的次数可能是奇数;

③ 两个次数相等的“等次单项式”的和一定是“等次单项式”;

④ 若五个“等次单项式”的次数均不高于 8, 则它们中必有同类项.

上述结论中, 所有正确结论的序号是 ()

A. ①③

B. ①④

C. ②③

D. ②④

【分析】依题意, 结合单项式的定义和新定义“等次单项式”直接判断各选项即可.

【解答】解: 依题意, 结合单项式的定义和新定义“等次单项式”可得:

对于①, 正确;

对于②, 等次单项式 x 和 y 的次数要相同, 次数和一定是偶数, 故②错误;

对于③, 两个次数相等的“等次单项式”的和可以为 0, 故③错误;

对于④, 依题意, 五个“等次单项式”次数不高于 8 的次数最大只能是 6 次, 只能是 3 种, 所以一定有同类项, 故④正确;

综上可得，选 B 。

故选： B 。

【点评】本题主要考查了新定义题型，做题的关键是读懂新定义进行求解即可。

二、填空题（本大题共 18 分，每小题 3 分）

11. (3 分) 在游乐场的“旋转茶杯”项目中，游客可以通过转动茶杯的方向盘自主控制茶杯的旋转方向。如果把逆时针旋转两圈记作 $+2$ ，那么顺时针旋转三圈可以记作 -3 。



【分析】利用正数和负数的意义解答。

【解答】解： $\because$ 逆时针旋转两圈记作 $+2$ ，

$\therefore$ 顺时针旋转三圈可以记作 -3 。

故答案为： -3 。

【点评】本题考查了正数和负数，解题的关键是掌握正数和负数的意义。

12. (3 分) 比较大小： -1 $<$ $-\frac{2}{3}$ (填“ $>$ ”，“ $<$ ”或“ $=$ ”。

【分析】两个负数比较大小，绝对值大的其值反而小，据此判断即可。

【解答】解： $\because |-1| > |-\frac{2}{3}|$ ，

$\therefore -1 < -\frac{2}{3}$ 。

故答案为： $<$ 。

【点评】此题主要考查了有理数大小比较的方法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①正数都大于 0；②负数都小于 0；③正数大于一切负数；④两个负数比较大小，绝对值大的其值反而小。

13. (3 分) 约 1500 年前、我国古代伟大的数学家和天文学家祖冲之计算出圆周率应在 3.1415926 和 3.1415927 之间，成为世界上第一个把圆周率的值精确到小数点后 7 位的人。用四舍五入法将圆周率精确到千分位，所得到的近似数为 3.142 。



【分析】圆周率的千分位后一位数是 5，入一位，即可得圆周率精确到千分位的近似数.

【解答】解：根据题意可得，

圆周率精确到千分位，所得到的近似数为：3.142.

故答案为：3.142.

【点评】本题考查了近似数，熟练掌握近似数的运算法则是解本题的关键，难度不大，仔细审题即可.

14. (3 分) 多项式 x^2y+2xy 与一个整式的和是单项式，则这个整式可以是 $-2xy$ (答案不唯一). (写出一个整式即可)

【分析】多项式 x^2y+2xy 有两项，当该多项式加上 $-2xy$ 时，其结果为 x^2y ，是一个单项式，符合题目要求即可.

【解答】解： $(x^2y+2xy) + (-2xy) = x^2y+2xy-2xy = x^2y$ ，
 x^2y 是一个单项式.

故答案为： $-2xy$ (答案不唯一).

【点评】本题考查了整式的概念，涉及到单项式，多项式的概念，整式的加减运算，熟练掌握相关概念是解题的关键.

15. (3 分) 若有理数 m 、 n 满足 $|m|+(2-n)^4=0$ ，则 $m-n=$ -2 .

【分析】根据非负数的性质列出方程求出未知数的值，再代入所求代数式计算即可.

【解答】解： $\because |m|+(2-n)^4=0$ ，
 $\therefore m=0, 2-n=0$ ，
 $\therefore m=0, n=2$ ，
 $\therefore m-n=0-2=-2$.

故答案为： -2 .

【点评】本题考查了非负数的性质：掌握几个非负数的和为 0，则这几个非负数分别等于 0，并正确得出未知数的值是解题的关键.

16. (3 分) A 、 B 、 C 、 D 、 E 是圆上的 5 个点，在这些点之间连接线段，规则如下：

连线规则

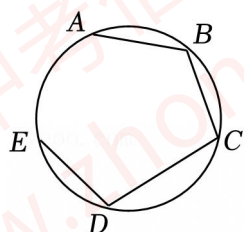
◇任意两点之间至多有一条线段；

◇任意三点之间至多有两点线段。

如图，已连接线段 AB 、 BC 、 CD 、 DE 。

(1) 若想增加一条新的线段，共有 3 种连线方式；

(2) 至多可以增加 2 条线段。



【分析】(1) 根据题中的连线规则进行解答即可；

(2) 根据题意分情况讨论：①若连接 AD ，②若连接 AE ，③若连接 BE ，即可求解。

【解答】解：(1) $\because A$ 、 B 两点之间已有一条线段， A 、 B 、 C 之间已有两条线段，

$\therefore A$ 、 C 不可以连接，

$\therefore A$ 可与 D 、 E 各连接一条线段，

$\because B$ 、 C 、 D 之间已有两条线段，

$\therefore B$ 还可以与 E 连接一条线段，

$\because C$ 、 D 、 E 之间已有两条线段，

$\therefore C$ 不能再与其他点连接，而 D 与 E 已连接，

$\therefore D$ 也不可再连接， E 为最后一个点，也没有可连接的点，

$\therefore$ 共 $2+1=3$ (种)，

故答案为：3；

(2) ①若连接 AD ，则 A 、 D 、 E 之间已有两条线段，

$\therefore A$ 、 E 不可再连接， B 、 E 可以连接，

$\therefore$ 可以连接 AD ， BE ，共 2 条；

②若连接 AE ，则 A 、 D 、 E 之间已有两条线段，

$\therefore A$ 、 D 不可再连接，

$\because A$ 、 B 、 E 之间已有两条线段，

$\therefore B$ 、 E 不可再连接，

$\therefore$ 可以连接 AE ，共 1 条；

③若连接 BE ，则同①还可以连接 A 、 D ，则 A 、 E 不可连接，

∴可以连接 AD ， BE ，共 2 条；

综上所述，最多可以增加 2 条线段，

故答案为：2.

【点评】 本题主要考查了线段的定义，解题的关键是理解题意.

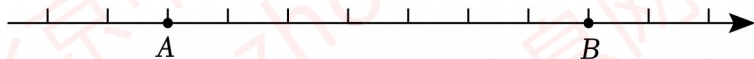
三、解答题（本大题共 52 分，第 17 题 3 分，第 18 题 12 分，第 19 题 6 分，第 20-24 题，每小题 3 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. (3 分) 如图，数轴上点 A 表示的数是 -4 ，点 B 表示的数是 3.

(1) 在图中所示的数轴上标出原点 O ；

(2) 在图中所示的数轴上表示下列各数，并将它们按从小到大的顺序用 “ $<$ ” 连接起来.

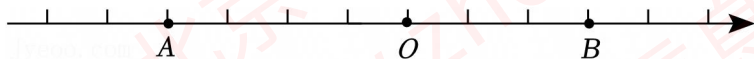
-3 ， 0 ， -1 ， 2.5 .



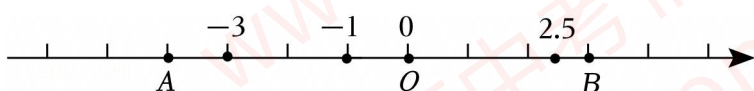
【分析】 (1) 根据点 A 表示的数是 -4 ，点 B 表示的数是 3 判断原点 O 的位置即可；

(2) 根据数轴上数的特点把各数表示在数轴上，并根据数轴上左边的数总比右边的数小得出比较结果.

【解答】 解：(1) 原点 O 位置如图，



(2) 把各数表示在数轴上，如下：



由数轴得， $-3 < -1 < 0 < 2.5$.

【点评】 本题考查了有理数大小比较，数轴，熟练掌握数轴的性质是解题的关键.

18. (12 分) 计算：

(1) $2 - (-1) + (-6)$ ；

(2) $-12 \times 4 \div (-2)$ ；

(3) $(-\frac{10}{3}) \times (2.5 - \frac{2}{5})$ ；

(4) $(-2)^3 - |-2| + \frac{4}{9} \div (-\frac{2}{3})^2$.

【分析】 (1) 根据加减运算法则计算即可；

(2) 先计算乘法，再计算除法即可；

(3) 先计算括号内运算，再计算乘法；

(4) 先计算乘方和绝对值, 再计算除法, 最后计算加法即可.

【解答】解: (1) 原式 $=2+1-6$

$$=-3;$$

(2) 原式 $= -48 \div (-2)$

$$=24;$$

(3) 原式 $= (-\frac{10}{3}) \times \frac{21}{10}$

$$=-7;$$

(4) 原式 $= -8-2+\frac{4}{9} \div \frac{4}{9}$

$$=-10+1$$

$$=-9.$$

【点评】本题主要考查有理数的混合运算, 解题的关键是掌握有理数混合运算顺序和运算法则.

19. (6分) 化简:

(1) $-2m^2n+3nm^2-m^2n$;

(2) $5a^2-[5a+2(a-a^2)]$.

【分析】根据整式混合运算法则, 逐一运算即可得到结果.

【解答】解: (1) $-2m^2n+3nm^2-m^2n$

$$=-2m^2n+3m^2n-m^2n$$

$$=0;$$

(2) $5a^2-[5a+2(a-a^2)]$

$$=5a^2-(5a+2a-2a^2)$$

$$=5a^2-5a-2a+2a^2$$

$$=7a^2-7a.$$

【点评】本题考查了整式的混合运算, 熟练掌握整式混合运算的法则是解题的关键.

20. (4分) 先化简, 再求值: $\frac{1}{2}x-2(x-\frac{1}{3}y^2)+(-\frac{3}{2}x+\frac{1}{3}y^2)$, 其中 $x=\frac{1}{3}$, $y=-1$.

【分析】直接利用去括号法则以及合并同类项法则分别化简, 再把已知数据代入得出答案.

【解答】解: $\frac{1}{2}x-2(x-\frac{1}{3}y^2)+(-\frac{3}{2}x+\frac{1}{3}y^2)$

$$=\frac{1}{2}x-2x+\frac{2}{3}y^2-\frac{3}{2}x+\frac{1}{3}y^2$$

$$=-3x+y^2,$$

当 $x = \frac{1}{3}$, $y = -1$ 时,

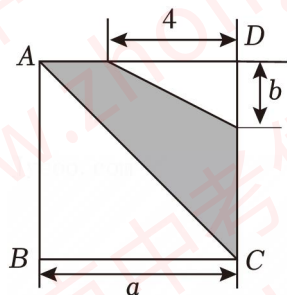
$$\text{原式} = -3 \times \frac{1}{3} + (-1)^2 = -1 + 1 = 0.$$

【点评】此题主要考查了整式的加减——化简求值，正确合并同类项是解题关键.

21. (4分) 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 a .

(1) 根据图中数据，用含 a , b 的代数式表示阴影部分的面积 S ;

(2) 当 $a=6$, $b=2$ 时，求阴影部分的面积.



【分析】(1) 由于阴影部分不规则，所以可考虑用正方形的面积 - 两个三角形的面积;

(2) 代入计算即可.

【解答】解: (1) $S_{\text{阴影}} = S_{\text{正方形}} - S_{\triangle ABC} - S_{\triangle DEF}$

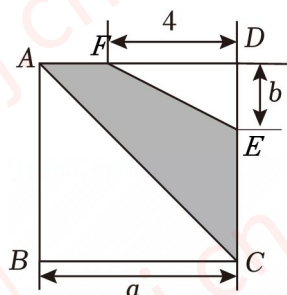
$$= a^2 - \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2} \times 4b$$

$$= \frac{1}{2}a^2 - 2b;$$

(2) 当 $a=6$, $b=2$ 时,

$$S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2} \times 6^2 - 2 \times 2$$

$$= 14.$$



【点评】本题考查了列代数式和代数式的求值. 列出代数式是解决本题的关键.

22. (4分) AI (人工智能) 技术有望为传统的教学方式带来新变化, 如 AI 解题. 某公司为测验其 AI 产品的解题能力, 尝试利用最新考试题进行全科目测试. 分数记录以 60 分为基准, 超过基准的分数记为正数, 少于基准的分数记为负数. 将测试的相对分数记录如下:

科目	语文	数学	英语	道法	地理	历史	物理	化学	生物
相对分数	+20	- 16	+30	+28	<u>+21</u>	+8	- 9	- 18	- 9

已知该 AI 产品的地理测试分数为 81 分.

(1) 请补全上表;

(2) 在本次测试的各科目中, 该产品所得最高分为 90 分, 最低分为 42 分;

(3) 求该产品在本次测试中全科目的总分.

【分析】(1) 根据分数记录以 60 分为基准, 超过基准的分数记为正数可得答案;

(2) 找出记录中的最大值减去最小值解答即可;

(3) 用 60 乘 9 的积, 再计算记录中的数的和即可.

【解答】解: (1) $81 - 60 = 21$ (分)

故答案为: +21;

(2) 在本次测试的各科目中, 该产品所得最高分为: $60 + 30 = 90$ (分), 最低分为: $60 - 18 = 42$ (分),

故答案为: 90, 42;

(3) $60 \times 9 + (20 - 16 + 30 + 28 + 21 + 8 - 9 - 18 - 9)$

$= 540 + 55$

$= 595$ (分),

答: 该产品在本次测试中全科目的总分为 595 分.

【点评】此题主要考查了实际生活中的正数与负数以及有理数的混合运算, 关键是理解正负数具有相反的意义.

23. (4 分) “圆楼之王” 承启楼位于福建省龙岩市, 始建于明崇祯年间, 是永定客家土楼群的组成部分. 整座楼造型奇特, 三环主楼环环叠套. 如图, 中心位置耸立着一座祠堂. 第三环楼为单层, 有 m 间房间; 第二环楼为两层, 每层的房间数均比第三环楼的房间数多 8 间; 外环楼为四层、每层的房间数均等于第二环楼每层的房间数与第三环楼的房间数之和.

(1) 第二环楼每层有 $(m+8)$ 间房间, 外环楼共有 $(8m+32)$ 间房间; (用含 m 的式子表示)

(2) 民间流传一首顺口溜: “高四层, 楼四圈. 上上下下*间; 圈套圈, 圆中圆, 历经沧桑数百年”, “*” 处所填内容是三环主楼所有房间数之和, 已知 $m=32$, 求 “*” 处所填的数.



【分析】(1) 根据题意列出代数式即可；

(2) 根据题意列出代数式并进行化简，再把 $m=32$ 代入进行计算即可。

【解答】解：(1) 第二环楼每层有 $(m+8)$ 间房间，外环楼共有： $4(m+8+m) = 4(2m+8) = (8m+32)$ 间房间；

故答案为： $(m+8)$ ， $(8m+32)$ ；

(2) 根据题意得： $m+2(m+8)+8m+32$
 $=m+2m+16+8m+32$

$=11m+48$ ，

当 $m=32$ 时，

原式 $=11 \times 32 + 48$

$=352 + 48 = 400$ ，

$\therefore$ “*” 处所填的数是 400.

【点评】本题考查了列代数式和代数式求值，能正确根据题意列出代数式是解此题的关键。

24. (4 分) 小云和小明参加了数学节活动的某游戏. 一次玩法如下：

游戏玩法

◇给定若干个有理数；

◇小云先操作：将给定的每个有理数分别减去有理数 a ，得到一组新数，计算这些新数的绝对值，并求出这些绝对值的和，记作 S_1 ；

◇小明后操作：将给定的每个有理数分别减去有理数 b ($b \neq a$)，也计算这些新数的绝对值，并求出这些绝对值的和，记作 S_2 .

若 $S_1 < S_2$ ，则小云获胜；若 $S_1 > S_2$ ，则小明获胜；若 $S_1 = S_2$ ，则双方平局.

(1) 若给定的有理数是 2，小云为了确保自己获胜，则 a 的值应该是 2；

(2) 若给定的有理数是 2，4，则小云 不能 确保自己获胜；(填“能”或“不能”)

(3) 若给定的有理数是 $-2, 0, 2, 4$. 当 a 是负数, 且双方平局时, 则 $b = \underline{2 - a}$. (用含 a 的式子表示)

【分析】 依题意, 读懂题目意思, 掌握绝对值的计算进行求解即可.

【解答】 解: 依题意, 该游戏规则是比较小云和小明分别减去不同数后, 所得数的绝对值之和的大小:

(1) 当给定数为 2 时, 小云减去 2 , 绝对值为 0 , 是最小值, 确保获胜,

故答案为: $a=2$;

(2) 当给定的数为 2 和 4 时, 小云无法确保获胜, 因为无法保证所有情况下, 小云的绝对值之和都小于小明,

故答案为: 不能;

(3) 当给定数为 $-2, 0, 2, 4$ 时,

S_1 表示数 a 到 $-2, 0, 2, 4$ 的距离之和,

-2 和 4 关于 1 对称, 0 和 2 关于 1 对称,

所以只要 a, b 关于 1 对称, 双方就平局,

所以 $\frac{a+b}{2} = 1$,

$\therefore b = 2 - a$,

故答案为: $b = 2 - a$.

【点评】 本题考查了绝对值的计算, 以及游戏规则的理解, 属于新颖题型.

25. (5 分) 对有理数 a, b 进行如下操作: 第一次, 将 a, b 中的一个数加 1 或者减 1 , 另一个数加 2 或者减 2 , 得到数 a_1 和 b_1 ; 第二次, 将 a_1 和 b_1 中的一个数加 1 或者减 1 , 另一个数加 2 或者减 2 , 得到数 a_2 和 b_2 ; $\cdots$; 第 n 次, 将 a_{n-1} 和 b_{n-1} 中的一个数加 1 或者减 1 , 另一个数加 2 或者减 2 , 得到数 a_n 和 b_n .

(1) $a=1, b=3$.

①若 $a_1=0$, 则 b_1 的值可以是 1 或 5 ;

② a_2+b_2 所有可能的取值为 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$;

(2) 若 $a_n=a, b_n=b$, 则 n 的值是否可以 5 ? 请说明理由.

【分析】 依题意, 弄清楚对于有理数 a, b 的操作, 分情况讨论计算即可.

【解答】 解: (1) 依题意, 认真计算, 分情况讨论可得:

①因为 $a_1=0$, 说明是减去了 1 ,

则另一个数就要加 2 或减 2 ,

所以可得 b_1 的值可以是 1 或 5;

②依题意, 分析可得: 每次操作, 两个数的和的变化量只能是 ± 1 或 ± 3 ,

首先: $a+b=4$, 加减 1 或加减 3 后,

其次: $a_1+b_1=1, 3, 5, 7$, 再加减 1 或加减 3 后,

最后: $a_2+b_2=-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$,

故答案为: 1 或 5; $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$;

(2) n 不可能是 5. 理由如下: 由 (1) ②的分析知, 每次操作, 两个数的和的变化量只能是 ± 1 或 ± 3 , 都是奇数,

5 次操作后, 和的变化量依然是奇数, 若 $a_3=a, b_3=b$, 两个数的和不变, 变化量为 0, 是偶数, 矛盾, 所以 n 不可能是 5.

【点评】 本题考查的是找规律型计算题, 做题的关键是找准规律计算即可.

26. (6 分) 给定有理数 a, b , 对整式 A, B , 定义新运算 “ $\oplus$ ”: $A \oplus B = aA + bB$; 对正整数 n ($n \geq 2$) 和整式 A , 定义新运算 “ $\otimes$ ”: $n \otimes A = \underbrace{A \oplus A \oplus \cdots \oplus A}_{n \uparrow A}$ (按从左到右的顺序依次做 “ $\oplus$ ” 运算). 特别地, $1 \otimes A = A$.

例如, 当 $a=1, b=2$ 时, 若 $A=x, B=-y$, 则 $A \oplus B = A + 2B = x - 2y$, $2 \otimes A = A \oplus A = 3x$.

(1) 当 $a=2, b=1$ 时, 若 $A=x+y, B=x-2y$, 则 $A \oplus B = \underline{3x}$, $3 \otimes A = \underline{7x+7y}$;

(2) 写出一组 a, b 的值, 使得对每一个正整数 n 和整式 A , 均有 $n \otimes A = A$, 并说明理由;

(3) 当 $a=2, b=1$ 时, 若 $A=3x^2+7xy, B=2x^2-30xy-y^2$, p, q 是正整数, 令 $P=p \otimes A, Q=q \otimes B$, 且 $P \oplus Q$ 不含 xy 项, 直接写出 p 和 q 的值.

【分析】 (1) 根据新定义直接代入化简即可;

(2) 将 $n \otimes A$ 运算展开, 进一步化简, 然后根据使得这个方程对每一个正整数 n 都成立, 代入即可;

(3) 根据已知条件分别表示出 P, Q , 然后化简, 根据不含有的项的系数为 0, 化简, 然后找出正整数的解即可.

【解答】 (1) 解: 当 $a=2, b=1$ 时, 若 $A=x+y, B=x-2y$,

$$A \oplus B = aA + bB = 2(x+y) + 1(x-2y) = 2x+2y+x-2y = 3x,$$

$$3 \otimes A = A \oplus A \oplus A = [2(x+y) + 1 \times (x+y)] \oplus (x+y) = 3(x+y) \oplus (x+y)$$

$$= 2(3x+3y) + 1(x+y)$$

$$= 7x+7y,$$

故答案为: $3x, 7x+7y$;

(2) 解: 取 $a=0, b=1$, 理由如下:

$$n \otimes A = a^n A + a^{n-1} b A + a^{n-2} b^2 A + \cdots + a b^{n-1} A + b^n A,$$

$$\text{若 } n \otimes A = A, \text{ 则 } a^n A + a^{n-1} b A + a^{n-2} b^2 A + \cdots + a b^{n-1} A + b^n A = A,$$

$$\text{令 } A=1, a^n + a^{n-1} b + a^{n-2} b^2 + \cdots + a b^{n-1} + b^n = 1,$$

这是一个关于 a 和 b 的方程, 我们需要找到一组解使得这个方程对每一个正整数 n 都成立,

$$\therefore 1^n + 1^{n-1} \cdot 0 + 1^{n-2} \cdot 0^2 + \cdots + 1 \cdot 0^{n-1} + 0^n = 1,$$

通过观察, 我们可以发现当 $a=1, b=0$ 时, 上式变为:

$$1^n + 1^{n-1} \cdot 0 + 1^{n-2} \cdot 0^2 + \cdots + 1 \cdot 0^{n-1} + 0^n = 1,$$

$$\text{即 } 1=1,$$

这个等式对每一个正整数 n 都成立,

因此, 我们找到了一组满足条件的 a 和 b 的值, 即 $a=1, b=0$,

所以对每一个正整数 n 和整式 A , 均有 $n \otimes A = A$;

(3) 解: 根据新运算的定义得,

$$P = (a^{p-1} + a^{p-2} b + a^{p-3} b^2 + \cdots + b) A,$$

$$Q = (a^{q-1} + a^{q-2} b + \cdots + b) B,$$

当 $a=2, b=1$ 时,

$$P \oplus Q = 2P + Q, \text{ 当 } a=2, b=1 \text{ 时, 上式变为:}$$

$$P \oplus Q = 2P + Q,$$

$$= 2(2^{p-1} + 2^{p-2} + 2^{p-3} + \cdots + 1) A + (2^{q-1} + 2^{q-2} + \cdots + 1) B,$$

$\therefore P \oplus Q$ 不含 xy 项,

$$\therefore 7(2^{p-1} + 2^{p-2} + 2^{p-3} + \cdots + 1) xy - 30(2^{q-1} + 2^{q-2} + \cdots + 1) xy = 0,$$

$$\therefore 14(2^{p-1} + 2^{p-2} + 2^{p-3} + \cdots + 1) = 30(2^{q-1} + 2^{q-2} + \cdots + 1),$$

$$\therefore 7(2^{p-1} + 2^{p-2} + 2^{p-3} + \cdots + 1) = 15(2^{q-1} + 2^{q-2} + \cdots + 1),$$

$$\therefore 2^{p-1} + 2^{p-2} + 2^{p-3} + \cdots + 1 \text{ 为 } 15 \text{ 的倍数,}$$

当 $p=4, q=3$ 时, 满足题意.

【点评】 本题主要考查了新运算的定义与理解, 指数运算与代数运算, 理解新运算的定义是解题的关键.