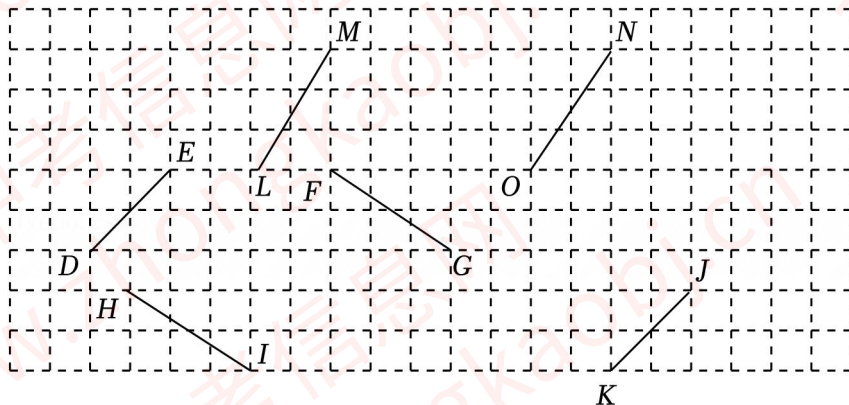


# 2024-2025 学年北京市三帆中学朝阳学校七年级（上）期中数学试卷

## 一、选择题（本大题共 8 小题，共 24 分）

1.（3 分）如图所示，线段  $ON$  经过平移后得到的线段是（ ）



- A.  $LM$       B.  $DE$       C.  $FG$       D.  $HI$

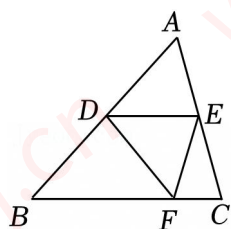
2.（3 分）在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $P(2, -4)$  在（ ）

- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

3.（3 分）下列运算正确的是（ ）

- A.  $(\sqrt{5})^2 = 5$       B.  $\sqrt{3} + \sqrt{3} = 3$   
C.  $\sqrt{(-7)^2} = -7$       D.  $\sqrt{9} = \pm 3$

4.（3 分）如图， $\triangle ABC$  中， $\angle B = 55^\circ$ ， $D, E$  分别在  $AB, AC$  上，且  $DE \parallel BC$ 。将  $\triangle ABC$  沿线段  $DE$  折叠，使点  $A$  落在点  $F$  处，则  $\angle BDF$  的度数为（ ）

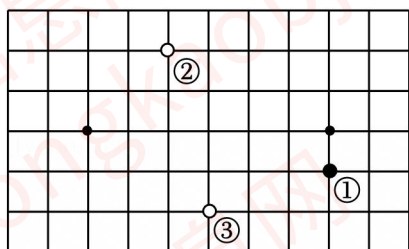


- A.  $50^\circ$       B.  $55^\circ$       C.  $70^\circ$       D.  $85^\circ$

5.（3 分）已知二元一次方程  $x + 7y = 5$ ，用含  $x$  的代数式表示  $y$ ，正确的是（ ）

- A.  $y = \frac{5+x}{7}$       B.  $y = \frac{5-x}{7}$       C.  $x = 5 + 7y$       D.  $x = 5 - 7y$

6.（3 分）如图所示是围棋棋盘的一部分，将它放置在平面直角坐标系中，若白棋②的坐标是  $(-3, -1)$ ，白棋③的坐标是  $(-2, -5)$ ，则黑棋①的坐标是（ ）



- A.  $(-3, -5)$       B.  $(0, 0)$       C.  $(1, -4)$       D.  $(2, -2)$

7. (3分) 某学校新增一些洗手杀菌装置, 需要 2 米和 1 米两种长度的水管, 现将一根长 7 米水管截成这两种长度 (两种都有), 如果没有剩余, 那么截法的种类有 ( )

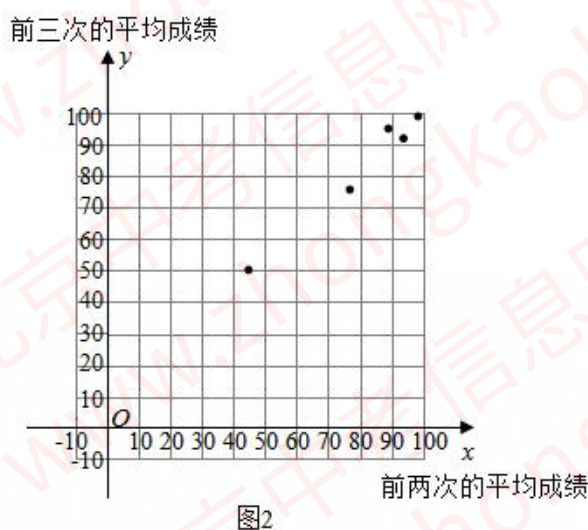
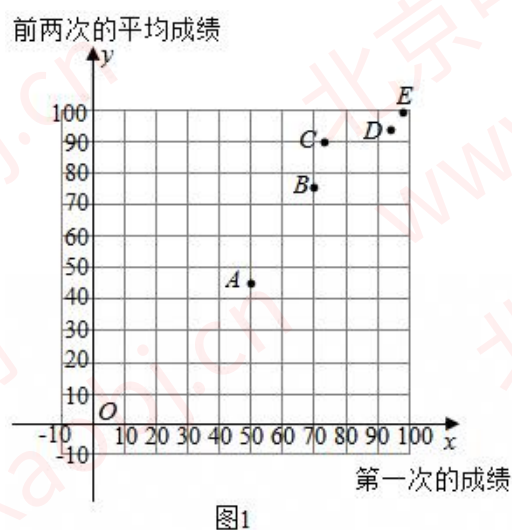
- A. 1 种      B. 2 种      C. 3 种      D. 4 种

8. (3分) 运算能力是一项重要的数学能力. 兵老师为帮助学生诊断和改进运算中的问题, 对全班学生进行了三次运算测试 (每次测验满分均为 100 分). 小明和小军同学帮助兵老师统计了某数学小组 5 位同学 ( $A, B, C, D, E$ ) 的三次测试成绩, 小明在下面两个平面直角坐标系里描述 5 位同学的相关成绩. 小军仔细核对所有数据后发现, 图 1 中所有同学的成绩坐标数据完全正确, 而图 2 中只有一个同学的成绩纵坐标数据有误.

以下说法中:

- ①  $A$  同学第一次成绩 50 分, 第二次成绩 40 分, 第三次成绩 60 分;
- ②  $B$  同学第二次成绩比第三次成绩高;
- ③  $D$  同学在图 2 中的纵坐标是有误的;
- ④  $E$  同学每次测验成绩都在 95 分以上.

其中合理的是 ( )



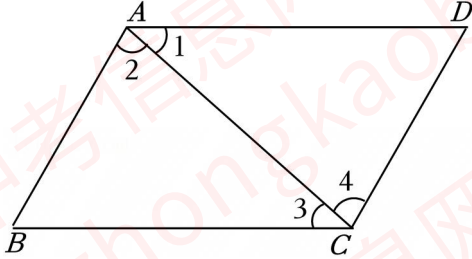
- A. ①②③      B. ①②④      C. ①③④      D. ②③④

二、填空题 (本大题共 8 小题, 共 24 分)

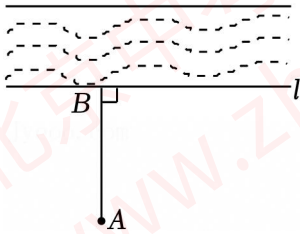
9. (3分) 把命题“对顶角相等”改写成“如果…那么…”的形式: \_\_\_\_\_.

10. (3分) 在  $-2$ ,  $\sqrt{4}$ ,  $\sqrt{2}$ ,  $3.14$ ,  $\sqrt[3]{-27}$ ,  $\frac{\pi}{5}$  这 6 个数中, 是无理数的共有 \_\_\_\_\_ 个.

11. (3分) 如图, 若使得  $AB \parallel DC$ , 则可以添加的一个条件是 \_\_\_\_\_.



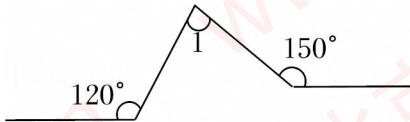
12. (3分) 如图, 把小河里的水引到田地  $A$  处, 若使水沟最短, 则过点  $A$  向河岸  $l$  作垂线, 垂足为点  $B$ , 沿  $AB$  挖水沟即可, 理由是 \_\_\_\_\_.



13. (3分) 若  $(a-3)^2 + \sqrt{b+2} = 0$ , 则  $a+b =$  \_\_\_\_\_.

14. (3分) 比较大小:  $\sqrt{23} - 1$  \_\_\_\_\_ 4. (填“>”, “<”或“=”)

15. (3分) 某学生上学路线如图所示, 他总共拐了三次弯, 最后行车路线与开始的路线相互平行, 已知第一次转过的角度, 第三次转过的角度, 则第二次拐弯角 ( $\angle 1$ ) 的度数是 \_\_\_\_\_.



16. (3分) 在我校初一年级举行的“古诗词大赛”中, 有小晴、小贝、小敏三位同学进入最后冠军的角逐. 决赛共分为六轮, 规定: 每轮分别决出第 1, 2, 3 名 (不并列), 对应名次的得分分别为  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ( $a > b > c$ , 且  $a$ ,  $b$ ,  $c$  均为正整数); 选手最后得分为各轮得分之和, 得分最高者为冠军, 下表是三位选手在每轮比赛中的部分得分情况:

|    | 第一轮 | 第二轮 | 第三轮 | 第四轮 | 第五轮 | 第六轮 | 最后得分 |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 小晴 | $a$ |     |     |     |     |     | 26   |
| 小贝 |     |     |     |     | $b$ | $c$ | 12   |
| 小敏 |     | $b$ |     |     |     |     | 10   |

根据题中所给信息, 下列说法正确的是 \_\_\_\_\_ (填序号)

- (1) 可求得  $a+b+c=8$ ;
- (2) 每轮比赛第二名得分为 2 分;
- (3) 小敏一定有两轮 (且只有两轮) 获得第 3 名;
- (4) 小贝每轮比赛都没有获得第 1 名.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 17-19 题每题 6 分, 20 题 5 分, 21 题 4 分, 22-26 题每题 5 分, 共 52 分)

17. (6 分) 计算:

(1)  $\sqrt[3]{8} + |2 - \sqrt{5}| + \sqrt{5}(\sqrt{5} - 1)$ ;

(2)  $\sqrt{36} - \sqrt{(-3)^2} + \sqrt{\frac{1}{4}}$ .

18. (6 分) 求出下列等式中  $x$  的值.

(1)  $x^2 - 16 = 9$ ;

(2)  $(x - 1)^3 = 27$ .

19. (6 分) 解下列方程组:

(1)  $\begin{cases} y = 2x \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$ ;

(2)  $\begin{cases} x - 4y = 13 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$ .

20. (5 分) 按要求完成下列证明:

已知: 如图,  $AB \parallel CD$ , 直线  $AE$  交  $CD$  于点  $C$ ,  $\angle BAC + \angle CDF = 180^\circ$ .

求证:  $AE \parallel DF$ .

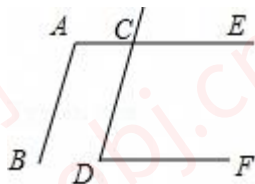
证明:  $\because AB \parallel CD$  ( ),

$\therefore \angle BAC = \angle DCE$  ( ).

$\because \angle BAC + \angle CDF = 180^\circ$  (已知),

$\therefore$  \_\_\_\_\_  $+ \angle CDF = 180^\circ$  ( ).

$\therefore AE \parallel DF$  ( ).

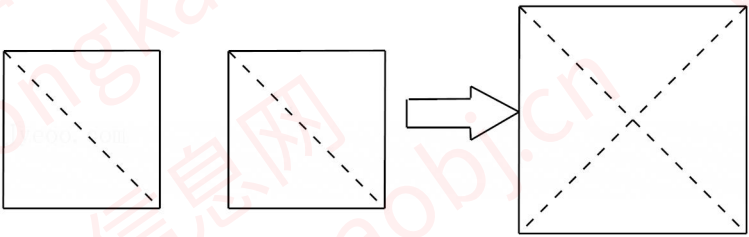


21. (4 分) 如图, 用两个边长为  $\sqrt{8}cm$  的小正方形纸片沿边裁剪拼成一个大的正方形,

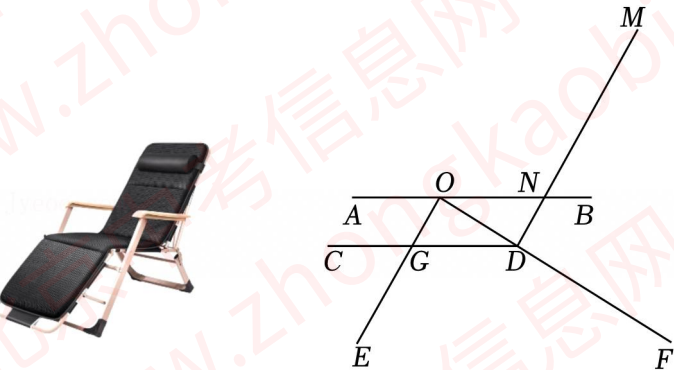
(1) 则大正方形的边长是 \_\_\_\_\_  $cm$ ;

(2) 若将此大正方形纸片的局部剪掉, 能否剩下一个长宽之比为 3: 2 且面积为  $12cm^2$  的长方形纸片,

若能，求出剩下的长方形纸片的长和宽；若不能，请说明理由.



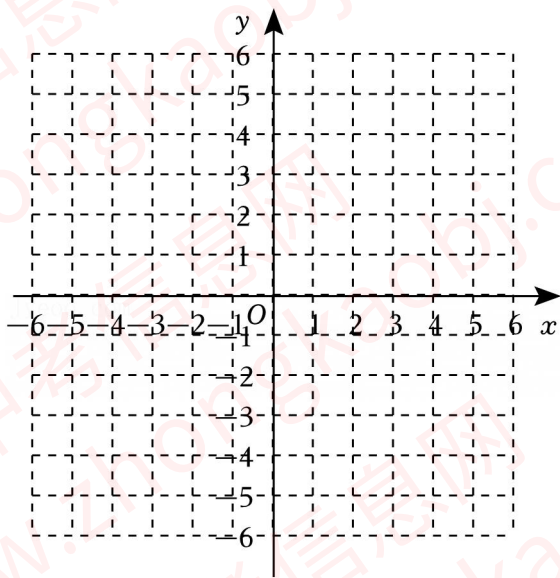
22. (5 分) 如图是一种躺椅及其简化结构示意图，扶手  $AB$  与底座  $CD$  都平行于地面  $EF$ ，前支架  $OE$  与后支架  $OF$  分别与  $CD$  交于点  $G$  和点  $D$ ， $AB$  与  $DM$  交于点  $N$ ， $\angle AOE = \angle BNM$ .



- (1) 求证： $OE \parallel DM$ ；
- (2) 若  $OE$  平分  $\angle AOF$ ， $\angle ODC = 30^\circ$ ，求扶手  $AB$  与靠背  $DM$  的夹角  $\angle ANM$  的度数.
23. (5 分) 某公益团体组织“义卖助学，奉献爱心”活动，计划购进红、白两种颜色的文化衫通过手绘设计后进行出售，并将所获利润全部捐资助学. 已知该公益团体花费了 2400 元从批发商城购买了红、白两种颜色的文化衫 100 件，每件文化衫的批发价格及手绘后的零售价格如表所示：

| 类别    | 每件批发价格（元） | 手绘零售价格（元） |
|-------|-----------|-----------|
| 红色文化衫 | 25        | 45        |
| 白色文化衫 | 20        | 35        |

- (1) 该公益团体购进红、白文化衫各多少件？
- (2) 这批文化衫通过手绘设计后全部售出，求该公益团体“义卖助学”活动所获的利润.
24. (5 分) 在平面直角坐标系中， $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点的坐标分别为  $(0, 3)$ 、 $(3, 1)$ 、 $(3, 5)$ .
- (1) 画出  $\triangle ABC$ ，则  $\triangle ABC$  的面积为 \_\_\_\_\_；
- (2) 在  $\triangle ABC$  中，点  $C$  经过平移后的对应点为  $C'(5, 4)$ ，将  $\triangle ABC$  作同样的平移得到  $\triangle A'B'C'$  写出一种平移方法：\_\_\_\_\_，并画出平移后的  $\triangle A'B'C'$ ；
- (3) 已知点  $P$  在  $y$  轴上，且  $\triangle ACP$  的面积为 6，直接写出  $P$  点的坐标为 \_\_\_\_\_.



25. (5分) 阅读材料:

两点间的距离公式: 如果平面直角坐标系内有两点  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ , 那么  $A$ 、 $B$  两点的距离

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}, \text{ 则 } AB^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2.$$

例如:

$$\text{若点 } A(4, 1), B(3, 2), \text{ 则 } AB = \sqrt{(4-3)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{2},$$

$$\text{若点 } A(a, 1), B(3, 2), \text{ 且 } AB = \sqrt{2}, \text{ 则 } (\sqrt{2})^2 = (a-3)^2 + (1-2)^2.$$

根据实数章节所学的开方运算即可求出满足条件的  $a$  的值.

根据上面材料完成下列各题:

(1) 若点  $A(-2, 3)$ ,  $B(1, 2)$ , 则  $A$ 、 $B$  两点间的距离是 \_\_\_\_\_.

(2) 若点  $A(-2, 3)$ , 点  $B$  在  $x$  轴上, 且  $A$ 、 $B$  两点间的距离是 5, 求  $B$  点坐标.

26. (5分) 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的任意一点  $P(x, y)$ , 给出如下定义: 如果  $a = \frac{1}{2}x - 2$ ,  $b = \frac{1}{2}y + 1$ ,

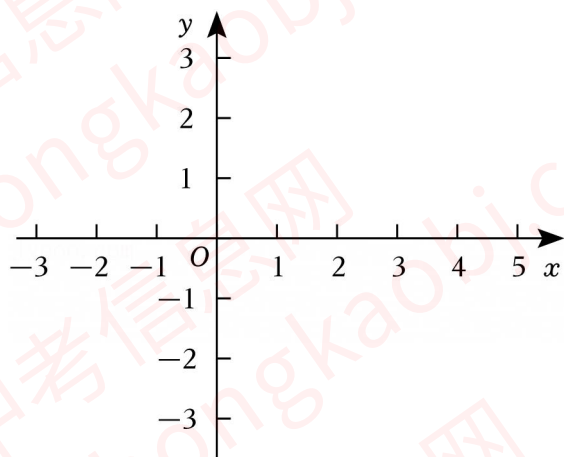
那么点  $M(a, b)$  就是点  $P$  的“关联点”.

例如, 点  $P(6, 2)$  的“关联点”是点  $M(1, 2)$ .

(1) 点  $A(2, 1)$  的“关联点”坐标是 \_\_\_\_\_;

(2) 将点  $C$  向下平移 3 个单位长度, 再向右平移 2 个单位长度后到点  $C'$ , 如果点  $C$  与点  $C'$  的“关联点”互相重合, 求点  $C$  的坐标;

(3) 设点  $D(n, -2)$  的“关联点”为点  $D'$ , 连接  $DD'$ , 如果线段  $DD'$  与  $y$  轴有公共点, 直接写出  $n$  的取值范围.



2024-2025 学年北京市三帆中学朝阳学校七年级（上）期中数学试卷

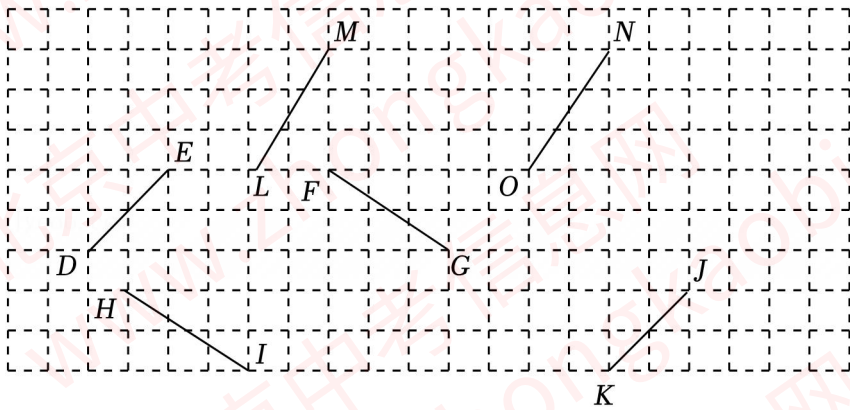
参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题）

|    |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 答案 | A | D | A | C | B | C | C | B |

一、选择题（本大题共 8 小题，共 24 分）

1.（3 分）如图所示，线段  $ON$  经过平移后得到的线段是（ ）



- A.  $LM$                       B.  $DE$                       C.  $FG$                       D.  $HI$

【分析】根据平移只改变位置，不改变大小和形状进行求解即可．

【解答】解：由题意得，线段  $ON$  经过平移后得到的线段是  $LM$ ，

故选：A．

【点评】本题主要考查了平移的性质，熟知平移只改变位置，不改变大小和形状是解题的关键．

2.（3 分）在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $P(2, -4)$  在（ ）

- A. 第一象限                      B. 第二象限                      C. 第三象限                      D. 第四象限

【分析】根据各象限内点的坐标特征解答．

【解答】解：点  $P(2, -4)$  在第四象限．

故选：D．

【点评】本题考查了各象限内点的坐标的符号特征，记住各象限内点的坐标的符号是解决的关键，四个象限的符号特点分别是：第一象限  $(+, +)$ ；第二象限  $(-, +)$ ；第三象限  $(-, -)$ ；第四象限  $(+, -)$ ．

3.（3 分）下列运算正确的是（ ）

A.  $(\sqrt{5})^2 = 5$

B.  $\sqrt{3} + \sqrt{3} = 3$

C.  $\sqrt{(-7)^2} = -7$

D.  $\sqrt{9} = \pm 3$

【分析】根据二次根式的性质解决问题即可.

【解答】解:  $\because (\sqrt{5})^2 = 5$ ,  $\therefore A$  正确;

$\sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ ,  $\therefore B$  错误;

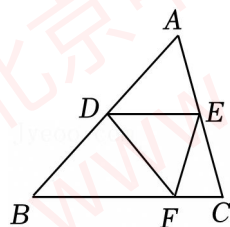
$\sqrt{(-7)^2} = 7$ ,  $\therefore C$  错误;

$D$  选项应该等于 3,  $\therefore D$  错误.

故选:  $A$ .

【点评】本题考查二次根式的性质, 解题的关键是熟练掌握基本知识, 属于中考常考题型.

4. (3 分) 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle B = 55^\circ$ ,  $D, E$  分别在  $AB, AC$  上, 且  $DE \parallel BC$ . 将  $\triangle ABC$  沿线段  $DE$  折叠, 使点  $A$  落在点  $F$  处, 则  $\angle BDF$  的度数为 ( )



A.  $50^\circ$

B.  $55^\circ$

C.  $70^\circ$

D.  $85^\circ$

【分析】先根据平行线的性质得到  $\angle ADE = 55^\circ$ , 再由折叠的性质可得  $\angle EDF = \angle ADE = 55^\circ$ , 则由平角的定义可得  $\angle BDF = 180^\circ - \angle EDF - \angle ADE = 70^\circ$ .

【解答】解:  $\because DE \parallel BC$ ,  $\angle B = 55^\circ$ ,

$\therefore \angle ADE = \angle B = 55^\circ$ ,

由折叠的性质可知  $\angle EDF = \angle ADE = 55^\circ$ ,

$\therefore \angle BDF = 180^\circ - \angle EDF - \angle ADE = 70^\circ$ .

故选:  $C$ .

【点评】本题主要考查了平行线的性质, 折叠的性质, 熟知两直线平行, 同位角相等是解题的关键.

5. (3 分) 已知二元一次方程  $x + 7y = 5$ , 用含  $x$  的代数式表示  $y$ , 正确的是 ( )

A.  $y = \frac{5+x}{7}$

B.  $y = \frac{5-x}{7}$

C.  $x = 5 + 7y$

D.  $x = 5 - 7y$

【分析】要用  $x$  的代数式表示  $y$ , 先移项, 再将系数化为 1 即可.

【解答】解:  $\because x + 7y = 5$ ,

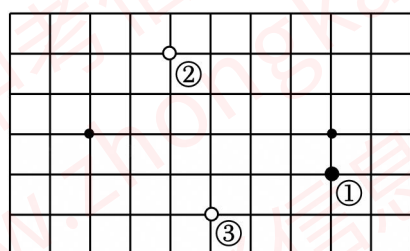
$\therefore 7y = -x + 5$ ,

则  $y = \frac{5-x}{7}$ .

故选：B.

【点评】本题主要考查了解二元一次方程，掌握解二元一次方程的步骤是关键.

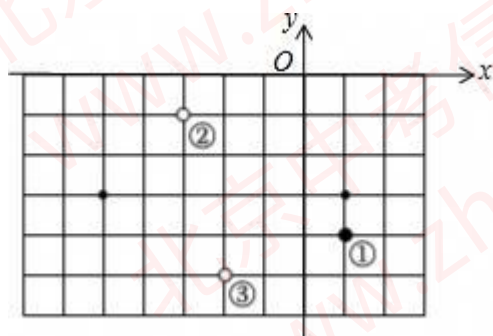
6. (3分) 如图所示是围棋棋盘的一部分，将它放置在平面直角坐标系中，若白棋②的坐标是  $(-3, -1)$ ，白棋③的坐标是  $(-2, -5)$ ，则黑棋①的坐标是 ( )



- A.  $(-3, -5)$       B.  $(0, 0)$       C.  $(1, -4)$       D.  $(2, -2)$

【分析】根据白棋②的坐标得出原点的位置，进而得出答案.

【解答】解：根据题意，可建立如图所示平面直角坐标系：



则黑棋①的坐标是  $(1, -4)$ ,

故选：C.

【点评】此题主要考查了坐标确定位置，正确得出原点的位置是解题关键.

7. (3分) 某学校新增一些洗手杀菌装置，需要 2 米和 1 米两种长度的水管，现将一根长 7 米水管截成这两种长度（两种都有），如果没有剩余，那么截法的种类有 ( )

- A. 1 种      B. 2 种      C. 3 种      D. 4 种

【分析】设可以截成  $x$  段 2 米， $y$  段 1 米的水管，根据水管的总长度为 7 米，可得出关于  $x, y$  的二元一次方程，再结合  $x, y$  均为正整数，即可得出共有 3 种截法.

【解答】解：设可以截成  $x$  段 2 米， $y$  段 1 米的水管，

根据题意得：  $2x + y = 7$ ,

$$\therefore y = 7 - 2x,$$

又  $\because x, y$  均为正整数，

$$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=5 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases},$$

$\therefore$  共有 3 种截法.

故选: C.

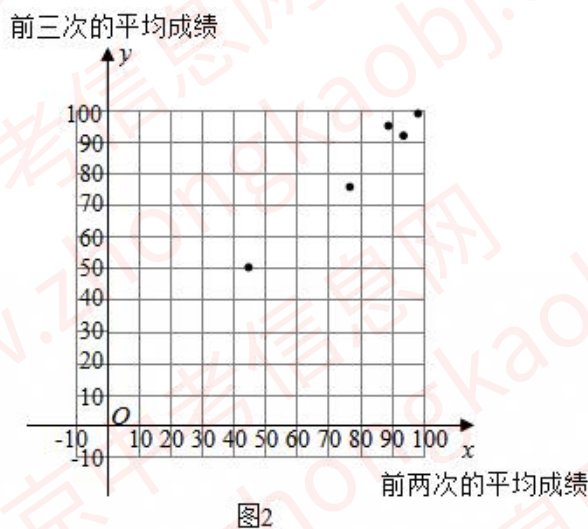
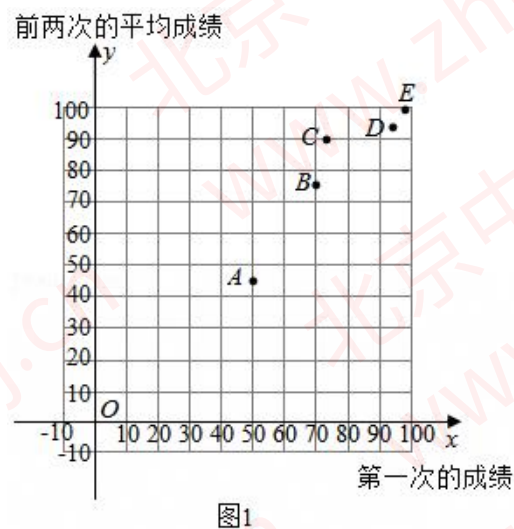
**【点评】** 本题考查了二元一次方程的应用, 找准等量关系, 正确列出二元一次方程是解题的关键.

8. (3 分) 运算能力是一项重要的数学能力. 兵老师为帮助学生诊断和改进运算中的问题, 对全班学生进行了三次运算测试 (每次测验满分均为 100 分). 小明和小军同学帮助兵老师统计了某数学小组 5 位同学 ( $A, B, C, D, E$ ) 的三次测试成绩, 小明在下面两个平面直角坐标系里描述 5 位同学的相关成绩. 小军仔细核对所有数据后发现, 图 1 中所有同学的成绩坐标数据完全正确, 而图 2 中只有一个同学的成绩纵坐标数据有误.

以下说法中:

- ①  $A$  同学第一次成绩 50 分, 第二次成绩 40 分, 第三次成绩 60 分;
- ②  $B$  同学第二次成绩比第三次成绩高;
- ③  $D$  同学在图 2 中的纵坐标是有误的;
- ④  $E$  同学每次测验成绩都在 95 分以上.

其中合理的是 ( )



- A. ①②③      B. ①②④      C. ①③④      D. ②③④

**【分析】** 分别观察图 1 和图 2, 根据横纵坐标所表示的数据的含义, 对各个选项的说法进行分析或计算即可.

**【解答】** 解: 观察图 1,  $A$  的横坐标对应 50, 说明  $A$  同学第一次成绩 50 分; 观察图 1 的纵坐标,  $A$  的值为 45, 说明  $A$  同学第二次成绩 40 分; 观察图 2, 可知  $A$  的前三次的平均成绩为 50, 则  $50 \times 3 - 50 - 40 = 60$ , 即  $A$  的第三次成绩 60 分, 故①合理;

观察图 1,  $B$  第一次成绩为 70 分, 前两次平均成绩 76 分左右, 则  $B$  同学第二次成绩大于 80 分; 观察图 2,  $B$  同学前三次的平均成绩和前两次的平均成绩基本相同, 说明  $B$  同学第三次成绩和前两次的平均成绩基本相同, 故  $B$  同学第二次成绩比第三次成绩高, ②合理;

由图 1 可知,  $D$  同学第一次和第二次的成绩均大于 90 分, 且小于 95 分; 观察图 2, 则右上角格内下方的点为  $D$  点, 反映出前三次平均成绩大于 90 分, 且小于 95 分, 则  $D$  同学在图 2 中的纵坐标是合理的, 故③说法不合理;

从选择题角度选项  $A, C, D$  已经排除; 结合图形分析, 由图 1 可知,  $E$  同学每次测验成绩都在 95 分以上, 且前两次平均成绩接近满分; 由图 2 可知, 前三次平均成绩接近满分, 则  $E$  同学每次测验成绩都在 95 分以上合理;

综上, 合理的有: ①②④.

故选:  $B$ .

**【点评】** 本题考查了点的坐标所表示的数据信息, 读懂图中横纵坐标所表示的含义、数形结合是解题的关键.

## 二、填空题 (本大题共 8 小题, 共 24 分)

9. (3 分) 把命题“对顶角相等”改写成“如果…那么…”的形式: 如果两个角是对顶角, 那么这两个角相等 .

**【分析】** 命题中的条件是两个角是对顶角, 放在“如果”的后面, 结论是这两个角相等, 应放在“那么”的后面.

**【解答】** 解: 题设为: 两个角是对顶角, 结论为: 这两个角相等,  
故写成“如果…那么…”的形式是: 如果两个角是对顶角, 那么这两个角相等,  
故答案为: 如果两个角是对顶角, 那么这两个角相等.

**【点评】** 本题主要考查了将原命题写成条件与结论的形式, “如果”后面是命题的条件, “那么”后面是条件的结论, 解决本题的关键是找到相应的条件和结论, 比较简单.

10. (3 分) 在  $-2, \sqrt{4}, \sqrt{2}, 3.14, \sqrt[3]{-27}, \frac{\pi}{5}$  这 6 个数中, 是无理数的共有 2 个.

**【分析】** 根据无理数的定义: 无理数就是无限不循环小数进行解答, 找出无理数的个数即可.

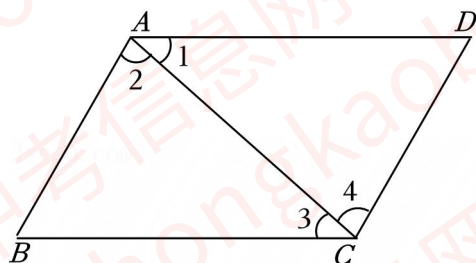
**【解答】** 解:  $-2, \sqrt{4}=2, 3.14, \sqrt[3]{-27}=-3$ , 这 4 个数是有理数,  
 $\sqrt{2}$  和  $\frac{\pi}{5}$  是无理数,

即无理数的个数有 2 个,

故答案为 2.

【点评】此题主要考查了无理数的定义，其中初中范围内学习的无理数有： $\pi$ ， $2\pi$ 等；开方开不尽的数；以及像  $0.1010010001\cdots$ ，等有这样规律的数。

11. (3分) 如图，若使得  $AB \parallel DC$ ，则可以添加的一个条件是  $\angle 2 = \angle 4$  (答案不唯一) .



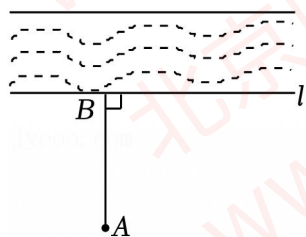
【分析】由平行线的判定，即可得到答案.

【解答】解：若使得  $AB \parallel DC$ ，由内错角相等，两直线平行，可以添加的一个条件是  $\angle 2 = \angle 4$  (答案不唯一)

故答案为： $\angle 2 = \angle 4$  (答案不唯一).

【点评】本题考查平行线的判定，关键是掌握平行线的判定方法.

12. (3分) 如图，把小河里的水引到田地  $A$  处，若使水沟最短，则过点  $A$  向河岸  $l$  作垂线，垂足为点  $B$ ，沿  $AB$  挖水沟即可，理由是 垂线段最短 .



【分析】由垂线的性质：垂线段最短，即可得到答案.

【解答】解：把小河里的水引到田地  $A$  处，若使水沟最短，则过点  $A$  向河岸  $l$  作垂线，垂足为点  $B$ ，沿  $AB$  挖水沟即可，理由是垂线段最短.

故答案为：垂线段最短.

【点评】本题考查垂线段最短，关键是掌握垂线的性质：垂线段最短.

13. (3分) 若  $(a-3)^2 + \sqrt{b+2} = 0$ ，则  $a+b =$  1 .

【分析】根据二次根式被开方数为非负数以及平方为非负数即可解答. 几个非负数相加和为  $0$ ，则这几个非负数分别为  $0$ .

【解答】解： $\because (a-3)^2 + \sqrt{b+2} = 0$ ,

$$\therefore a-3=0, b+2=0,$$

$$\therefore a=3, b=-2,$$

$$\therefore a+b=3-2=1,$$

故答案为：1.

**【点评】**本题主要考查了平方的非负性和二次根式被开方数的非负性，熟练的掌握几个非负数相加和为0，则这几个非负数分别为0是解题的关键.

14. (3分) 比较大小： $\sqrt{23}-1$  < 4. (填“>”，“<”或“=”)

**【分析】**利用 $\sqrt{16}<\sqrt{23}<\sqrt{25}$ ，则可估算出 $4<\sqrt{23}<5$ ，这样即可得到 $\sqrt{23}-1$ 与4的大小.

**【解答】**解： $\because \sqrt{16}<\sqrt{23}<\sqrt{25}$ ，

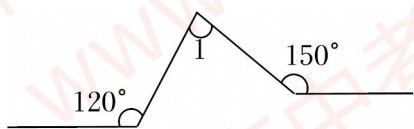
$$\therefore 4<\sqrt{23}<5,$$

$$\therefore \sqrt{23}-1<4.$$

故答案为：<.

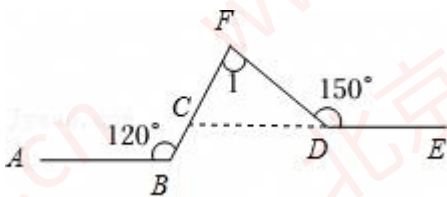
**【点评】**本题考查了实数的大小比较，也考查了估算无理数的大小.

15. (3分) 某学生上学路线如图所示，他总共拐了三次弯，最后行车路线与开始的路线相互平行，已知第一次转过的角度，第三次转过的角度，则第二次拐弯角( $\angle 1$ )的度数是  $90^\circ$  .



**【分析】**延长ED交BF于C，依据 $BA \parallel DE$ ，即可得到 $\angle BCD = \angle B = 120^\circ$ ， $\angle FCD = 60^\circ$ ，再根据 $\angle FDE$ 是 $\triangle CDF$ 的外角，即可得出 $\angle 1 = 90^\circ$  .

**【解答】**解：如图，延长ED交BF于C，



$$\because BA \parallel DE, \angle B = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle B = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle FCD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ,$$

又 $\because \angle FDE$ 是 $\triangle CDF$ 的外角，

$$\therefore \angle 1 = \angle FDE - \angle FCD = 150^\circ - 60^\circ = 90^\circ,$$

故答案为： $90^\circ$  .

**【点评】**本题主要考查平行线的性质，掌握两直线平行，内错角相等是解题的关键.

16. (3分) 在我校初一年级举行的“古诗词大赛”中，有小晴、小贝、小敏三位同学进入最后冠军的角逐. 决

赛共分为六轮，规定：每轮分别决出第 1，2，3 名（不并列），对应名次的得分分别为  $a, b, c$  ( $a > b > c$ ，且  $a, b, c$  均为正整数)；选手最后得分为各轮得分之和，得分最高者为冠军，下表是三位选手在每轮比赛中的部分得分情况：

|    | 第一轮 | 第二轮 | 第三轮 | 第四轮 | 第五轮 | 第六轮 | 最后得分 |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 小晴 | $a$ |     |     |     |     |     | 26   |
| 小贝 |     |     |     |     | $b$ | $c$ | 12   |
| 小敏 |     | $b$ |     |     |     |     | 10   |

根据题中所给信息，下列说法正确的是 (1) (2) (3) （填序号）

- (1) 可求得  $a+b+c=8$ ；
- (2) 每轮比赛第二名得分为 2 分；
- (3) 小敏一定有两轮（且只有两轮）获得第 3 名；
- (4) 小贝每轮比赛都没有获得第 1 名。

**【分析】**首先根据每轮分别决出第 1，2，3 名（不并列），可得  $(a+b+c) \times 6 = 26+12+10=48$ ，所以  $a+b+c=8$ ，然后根据小晴的得分，推得  $a \geq 5$ ；再根据  $a > b > c$  及  $b+c$  最小取 3，可知  $a=5$ ，进而求出  $b$  和  $c$  的值，再逐项判断即可。

**【解答】**解：∵每轮分别决出第 1，2，3 名（不并列），

$$\therefore (a+b+c) \times 6 = 26+12+10=48,$$

$$\therefore a+b+c=8, \text{ 选项 (1) 符合题意;}$$

$$\therefore \text{小晴的得分最高为 } 6a,$$

$$\therefore 6a \geq 26,$$

$$\therefore a \text{ 为正整数,}$$

$$\therefore a \geq 5,$$

$$\therefore a > b > c, \text{ 且 } a, b, c \text{ 均为正整数,}$$

$$\therefore b, c \text{ 的最小值分别为 } 2, 1,$$

$$\therefore b+c \geq 3,$$

$$\therefore a+b+c=8,$$

$$\therefore a \leq 5,$$

$$\text{又 } \therefore a \geq 5,$$

$$\therefore a=5, b=2, c=1, \text{ 选项 (2) 符合题意;}$$

$$\therefore 26 = 5 \times 5 + 1,$$

$\therefore$  小晴 5 轮得第一, 1 轮得第三;

假设小敏有 1 轮获得第 1 名,

则小敏的得分至少是  $5 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 11$  (分), 与小敏实际得了 10 分不符,

$\therefore$  小敏没有 1 轮获得第 1 名, 小贝有 1 轮获得第 1 名,

$\therefore$  选项 (4) 不符合题意;

$$\therefore 12 - 5 - 2 - 1 = 4 \text{ (分)},$$

$\therefore$  小贝 1 轮得第一, 2 轮得第二, 3 轮得第三,

$\therefore$  小敏 4 轮得第二, 2 轮得第三,

$\therefore$  选项 (3) 符合题意,

综上, 可得: 说法正确的是 (1) (2) (3) (填序号).

故答案为: (1) (2) (3).

**【点评】** 此题主要考查了比赛得分问题中的推理与论证, 解答此题的关键是求出  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的值.

### 三、解答题 (本大题共 10 小题, 17-19 题每题 6 分, 20 题 5 分, 21 题 4 分, 22-26 题每题 5 分, 共 52 分)

17. (6 分) 计算:

$$(1) \sqrt[3]{8} + |2 - \sqrt{5}| + \sqrt{5}(\sqrt{5} - 1);$$

$$(2) \sqrt{36} - \sqrt{(-3)^2} + \sqrt{\frac{1}{4}}.$$

**【分析】** (1) 先根据立方根、绝对值、二次根式的乘法计算, 再合并即可;

(2) 先根据算术平方根、二次根式的性质化简, 再根据有理数加减法则计算即可.

$$\text{【解答】解: (1) } \sqrt[3]{8} + |2 - \sqrt{5}| + \sqrt{5}(\sqrt{5} - 1)$$

$$= 2 + \sqrt{5} - 2 + 5 - \sqrt{5}$$

$$= 5;$$

$$(2) \sqrt{36} - \sqrt{(-3)^2} + \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$= 6 - 3 + \frac{1}{2}$$

$$= 3\frac{1}{2}.$$

**【点评】** 本题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解题的关键.

18. (6 分) 求出下列等式中  $x$  的值.

$$(1) x^2 - 16 = 9;$$

$$(2) (x-1)^3=27.$$

【分析】(1) 根据平方根的定义解方程即可；

(2) 根据立方根的定义解方程即可.

【解答】解：(1)  $x^2-16=9$ ,

$$x^2=25,$$

$$x=\pm 5;$$

$$(2) (x-1)^3=27,$$

$$x-1=3,$$

$$x=4.$$

【点评】本题考查了平方根，立方根，熟练掌握这两个定义是解题的关键.

19. (6分) 解下列方程组：

$$(1) \begin{cases} y=2x \\ 3x+2y=7 \end{cases};$$

$$(2) \begin{cases} x-4y=13 \\ 2x+y=-1 \end{cases}.$$

【分析】(1) 利用代入消元法，进行计算即可解答；

(2) 利用加减消元法，进行计算即可解答.

【解答】解：(1)  $\begin{cases} y=2x \text{ ①} \\ 3x+2y=7 \text{ ②} \end{cases}$ ,

把①代入②中得： $3x+4x=7$ ,

解得： $x=1$ ,

把 $x=1$ 代入①中得： $y=2$ ,

∴原方程组的解为： $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ ;

$$(2) \begin{cases} x-4y=13 \text{ ①} \\ 2x+y=-1 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{①} \times 2 \text{ 得: } 2x-8y=26 \text{ ③},$$

$$\text{②} - \text{③} \text{ 得: } 9y=-27,$$

解得： $y=-3$ ,

把 $y=-3$ 代入②中得： $2x-3=-1$ ,

解得： $x=1$ ,

∴原方程组的解为： $\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$ .

【点评】本题考查了解二元一次方程组，熟练掌握加减消元法和代入消元法是解题的关键.

20. (5分) 按要求完成下列证明:

已知: 如图,  $AB \parallel CD$ , 直线  $AE$  交  $CD$  于点  $C$ ,  $\angle BAC + \angle CDF = 180^\circ$ .

求证:  $AE \parallel DF$ .

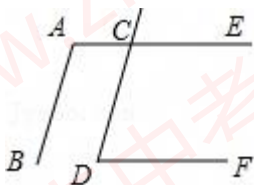
证明:  $\because AB \parallel CD$  (已知),

$\therefore \angle BAC = \angle DCE$  (两直线平行, 同位角相等).

$\because \angle BAC + \angle CDF = 180^\circ$  (已知),

$\therefore \angle DCE + \angle CDF = 180^\circ$  (等量代换).

$\therefore AE \parallel DF$  (同旁内角互补, 两直线平行).



**【分析】** 由已知条件  $AB \parallel CD$ , 利用平行线性质的知  $\angle BAC = \angle DCE$ , 根据等量代换得  $\angle DCE + \angle CDF = 180^\circ$ , 由平行线的判定即可得证.

**【解答】** 证明:  $\because AB \parallel CD$  (已知),

$\therefore \angle BAC = \angle DCE$  (两直线平行, 同位角相等).

$\because \angle BAC + \angle CDF = 180^\circ$  (已知),

$\therefore \angle DCE + \angle CDF = 180^\circ$  (等量代换).

$\therefore AE \parallel DF$  (同旁内角互补, 两直线平行).

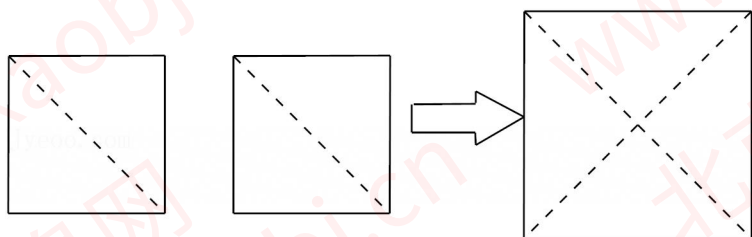
故答案为: 已知; 两直线平行, 同位角相等;  $\angle DCE$ ; 同旁内角互补, 两直线平行.

**【点评】** 本题主要考查了平行线的性质与判定的综合应用, 解题时注意: 平行线的判定是由角的数量关系判断两直线的位置关系, 平行线的性质是由平行关系来寻找角的数量关系.

21. (4分) 如图, 用两个边长为  $\sqrt{8}cm$  的小正方形纸片沿边裁剪拼成一个大的正方形,

(1) 则大正方形的边长是 4 cm;

(2) 若将此大正方形纸片的局部剪掉, 能否剩下一个长宽之比为 3:2 且面积为  $12cm^2$  的长方形纸片, 若能, 求出剩下的长方形纸片的长和宽; 若不能, 请说明理由.



【分析】(1) 已知两个正方形的面积之和就是大正方形的面积，根据面积公式即可求出大正方形的边长；

(2) 先设未知数根据面积 $=12\text{ (cm}^2\text{)}$ 列方程，求出长方形的边长，将长方形的长与正方形边长比较大再判断即可。

【解答】解：(1) 两个正方形面积之和为： $2 \times (\sqrt{8})^2 = 16\text{ (cm}^2\text{)}$ ，

$\therefore$  拼成的大正方形的面积 $=16\text{ (cm}^2\text{)}$ ，

$\therefore$  大正方形的边长是 $4\text{cm}$ ；

(2) 设长方形纸片的长为 $3x\text{ cm}$ ，宽为 $2x\text{ cm}$ ，

则 $2x \cdot 3x = 12$ ，

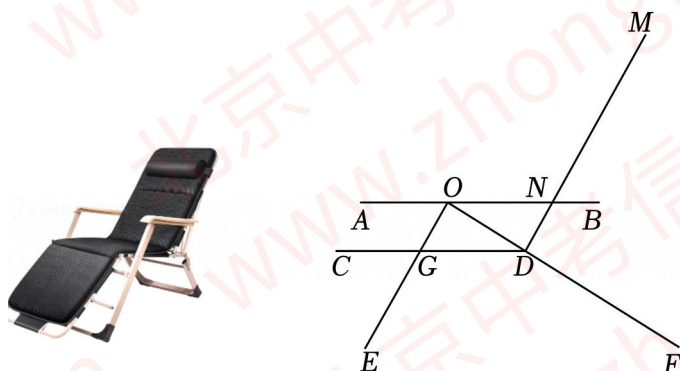
解得： $x = \sqrt{2}$ ，

$3x = 3\sqrt{2} > 4$ ，

所以不能使剩下的长方形纸片的长宽之比为 $3:2$ ，且面积为 $12\text{cm}^2$ 。

【点评】本题考查了算术平方根实际应用，能根据题意列出算式是解此题的关键。

22. (5分) 如图是一种躺椅及其简化结构示意图，扶手 $AB$ 与底座 $CD$ 都平行于地面 $EF$ ，前支架 $OE$ 与后支架 $OF$ 分别与 $CD$ 交于点 $G$ 和点 $D$ ， $AB$ 与 $DM$ 交于点 $N$ ， $\angle AOE = \angle BNM$ 。



(1) 求证： $OE \parallel DM$ ；

(2) 若 $OE$ 平分 $\angle AOF$ ， $\angle ODC = 30^\circ$ ，求扶手 $AB$ 与靠背 $DM$ 的夹角 $\angle ANM$ 的度数。

【分析】(1) 结合题意，根据对顶角相等推出 $\angle AOE = \angle AND$ ，根据“同位角相等，两直线平行”即可得解；

(2) 根据平行线的性质及角平分线定义求解即可。

【解答】(1) 证明： $\because \angle BNM = \angle AND$ ， $\angle AOE = \angle BNM$ ，

$\therefore \angle AOE = \angle AND$ ，

$\therefore OE \parallel DM$ ；

(2) 解： $\because AB$ 与底座 $CD$ 都平行于地面 $EF$ ，

$\therefore AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle BOD = \angle ODC = 30^\circ$  ,  
 $\therefore \angle AOF + \angle BOD = 180^\circ$  ,  
 $\therefore \angle AOF = 150^\circ$  ,  
 $\therefore OE$  平分  $\angle AOF$  ,  
 $\therefore \angle EOF = \frac{1}{2} \angle AOF = 75^\circ$  ,  
 $\therefore \angle BOE = \angle BOD + \angle EOF = 105^\circ$  ,  
 $\therefore OE \parallel DM$  ,  
 $\therefore \angle ANM = \angle BOE = 105^\circ$  .

**【点评】** 本题主要考查了平行线的判定与性质的运用，掌握平行线的判定与性质是解题的关键.

23. (5 分) 某公益团体组织“义卖助学，奉献爱心”活动，计划购进红、白两种颜色的文化衫通过手绘设计后进行出售，并将所获利润全部捐资助学. 已知该公益团体花费了 2400 元从批发商城购买了红、白两种颜色的文化衫 100 件，每件文化衫的批发价格及手绘后的零售价格如表所示：

| 类别    | 每件批发价格（元） | 手绘零售价格（元） |
|-------|-----------|-----------|
| 红色文化衫 | 25        | 45        |
| 白色文化衫 | 20        | 35        |

- (1) 该公益团体购进红、白文化衫各多少件？  
 (2) 这批文化衫通过手绘设计后全部售出，求该公益团体“义卖助学”活动所获的利润.

**【分析】** (1) 设公益团体购进红色文化衫  $x$  件，白色文化衫  $y$  件，根据购进红、白两种颜色的文化衫 100 件共需 2400 元，列出二元一次方程组，解之即可得出结论；

(2) 根据总利润 = 每件的利润  $\times$  数量，列式计算即可.

**【解答】** 解：(1) 设公益团体购进红色文化衫  $x$  件，白色文化衫  $y$  件，

依题意得：
 
$$\begin{cases} x + y = 100 \\ 25x + 20y = 2400 \end{cases}$$

解得：
 
$$\begin{cases} x = 80 \\ y = 20 \end{cases}$$

答：公益团体购进红色文化衫 80 件，白色文化衫 20 件；

(2)  $(45 - 25) \times 80 + (35 - 20) \times 20 = 1900$  (元).

答：该公益团体“义卖助学”活动所获的利润为 1900 元.

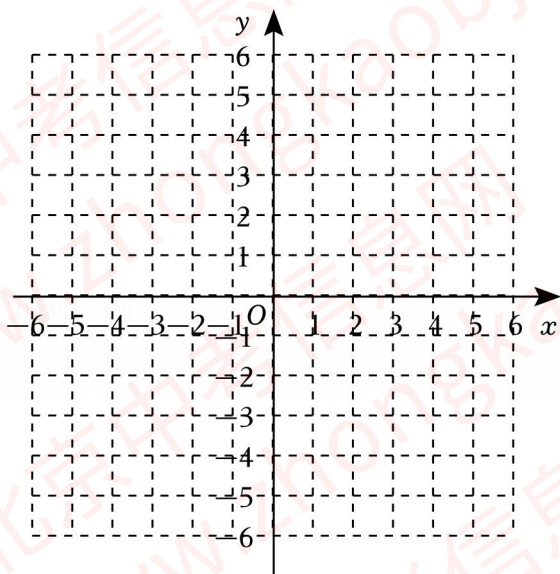
**【点评】** 本题考查了二元一次方程组的应用，找准等量关系，正确列出二元一次方程组是解题的关键.

24. (5 分) 在平面直角坐标系中， $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点的坐标分别为  $(0, 3)$ 、 $(3, 1)$ 、 $(3, 5)$ .

(1) 画出 $\triangle ABC$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为 6；

(2) 在 $\triangle ABC$ 中，点 $C$ 经过平移后的对应点为 $C'(5, 4)$ ，将 $\triangle ABC$ 作同样的平移得到 $\triangle A'B'C'$ 写出一种平移方法：向右平移2个单位，向下平移1个单位，并画出平移后的 $\triangle A'B'C'$ ；

(3) 已知点 $P$ 在 $y$ 轴上，且 $\triangle ACP$ 的面积为6，直接写出 $P$ 点的坐标为  $(0, 7)$  或  $(0, -1)$ 。



**【分析】**(1) 描点，连线可得 $\triangle ABC$ ，再根据三角形的面积公式可得答案；

(2) 根据点 $C$ 及其对应点 $C'$ 的坐标可得平移的方向和距离，据此可得平移后的 $\triangle A'B'C'$ ；

(3) 设点 $P(0, m)$ ，根据三角形的面积公式可得 $\frac{1}{2}|m - 3| \times 3 = 6$ ，解之求出 $m$ 的值即可。

**【解答】**解：(1) 如图所示， $\triangle ABC$ 即为所求， $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$ ，

故答案为：6；

(2) 由点 $C(3, 5)$ 及其对应点 $C'(5, 4)$ 知， $\triangle ABC$ 向右平移2个单位，向下平移1个单位可得 $\triangle A'B'C'$ ，

如图所示， $\triangle A'B'C'$ 即为所求。

故答案为：向右平移2个单位，向下平移1个单位。

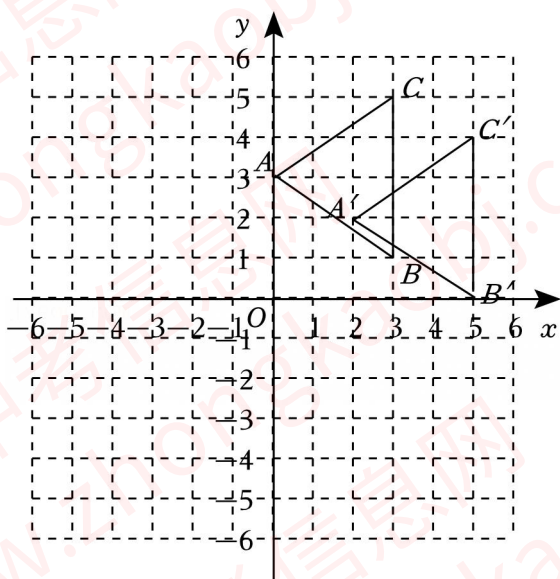
(3) 设点 $P(0, m)$ ，

根据题意，得： $\frac{1}{2}|m - 3| \times 3 = 6$ ，

解得 $m = 7$  或  $m = -1$ ，

$\therefore$ 点 $P$ 坐标为 $(0, 7)$  或  $(0, -1)$ ，

故答案为： $(0, 7)$  或  $(0, -1)$ 。



【点评】本题主要考查作图—平移变换，解题的关键是掌握平移变换的定义与性质，并据此得出变换后的对应点．

25. (5 分) 阅读材料：

两点间的距离公式：如果平面直角坐标系内有两点  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ，那么  $A$ 、 $B$  两点的距离

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}, \text{ 则 } AB^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2.$$

例如：

$$\text{若点 } A(4, 1), B(3, 2), \text{ 则 } AB = \sqrt{(4-3)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{2},$$

$$\text{若点 } A(a, 1), B(3, 2), \text{ 且 } AB = \sqrt{2}, \text{ 则 } (\sqrt{2})^2 = (a-3)^2 + (1-2)^2.$$

根据实数章节所学的开方运算即可求出满足条件的  $a$  的值．

根据上面材料完成下列各题：

(1) 若点  $A(-2, 3)$ ,  $B(1, 2)$ , 则  $A$ 、 $B$  两点间的距离是  $\underline{\sqrt{10}}$  ．

(2) 若点  $A(-2, 3)$ , 点  $B$  在  $x$  轴上, 且  $A$ 、 $B$  两点间的距离是 5, 求  $B$  点坐标.

【分析】(1) 根据材料所给两点间的距离公式求解即可；

(2) 设  $B(m, n)$ , 根据点  $B$  的位置和题目所给点的两点间距离公式列出方程, 再根据开方运算求解即可．

【解答】解：(1)  $\because A(-2, 3)$ ,  $B(1, 2)$ ,

$$\therefore AB = \sqrt{(-2-1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{10},$$

故答案为： $\sqrt{10}$ ；

(2) 设  $B(m, n)$ ,

∵ 点  $B$  在轴上,

$$\therefore n=0,$$

$$\therefore B(m, 0),$$

∵  $A(-2, 3)$ , 且  $A$ 、 $B$  两点间的距离是 5,

$$\therefore 5^2 = (-2 - m)^2 + (3 - 0)^2,$$

$$\text{整理得 } (-2 - m)^2 = 16,$$

$$\therefore \pm\sqrt{16} = \pm 4,$$

$$\therefore -2 - m = 4 \text{ 或 } -2 - m = -4,$$

$$\therefore m = -6 \text{ 或 } m = 2,$$

$$\therefore B(-6, 0) \text{ 或 } B(2, 0).$$

**【点评】** 本题考查平面直角坐标系中两点间的距离公式、点的坐标以及分类讨论思想, 解题关键是熟练运用公式.

26. (5 分) 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的任意一点  $P(x, y)$ , 给出如下定义: 如果  $a = \frac{1}{2}x - 2$ ,  $b = \frac{1}{2}y + 1$ ,

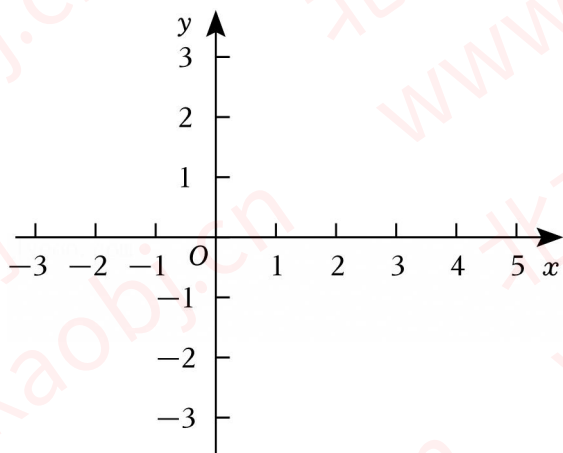
那么点  $M(a, b)$  就是点  $P$  的“关联点”.

例如, 点  $P(6, 2)$  的“关联点”是点  $M(1, 2)$ .

(1) 点  $A(2, 1)$  的“关联点”坐标是  $\underline{(-1, \frac{3}{2})}$ ;

(2) 将点  $C$  向下平移 3 个单位长度, 再向右平移 2 个单位长度后到点  $C'$ , 如果点  $C$  与点  $C'$  的“关联点”互相重合, 求点  $C$  的坐标;

(3) 设点  $D(n, -2)$  的“关联点”为点  $D'$ , 连接  $DD'$ , 如果线段  $DD'$  与  $y$  轴有公共点, 直接写出  $n$  的取值范围.



**【分析】** (1) 根据已知中的定义代入点  $A$  的坐标即可求得关联点的坐标;

(2) 根据坐标平移规律  $C'$  坐标, 根据定义可求得  $C'$  关联点, 由题意列方程可解决;

(3) 根据题意求得关联点, 如果线段  $DD'$  与  $y$  轴有公共点则,  $D$ 、 $D'$  两个点的横坐标异号, 列不等式即可解决.

**【解答】**解: (1)  $\because$  点  $A(2, 1)$ ,

$\therefore$  根据定义点  $A$  的“关联点”是:  $(\frac{1}{2} \times 2 - 2, \frac{1}{2} \times 1 + 1)$ , 即  $(-1, \frac{3}{2})$ ,

故答案为:  $(-1, \frac{3}{2})$ ;

(2) 设  $C(a, b)$ ,

$\therefore$  点  $C$  向下平移 3 个单位长度, 再向右平移 2 个单位长度后到点  $C'$ ,

$\therefore C'(a+2, b-3)$ ,

$\therefore$  点  $C'$  的“关联点”是  $[\frac{1}{2}(a+2) - 2, \frac{1}{2}(b-3) + 1]$ ,

$\therefore$  点  $C$  与点  $C'$  的“关联点”互相重合,

$\therefore \frac{1}{2}(a+2) - 2 = a, \frac{1}{2}(b-3) + 1 = b$ ,

解得:  $a = -2, b = -1$ ,

$\therefore C(-2, -1)$ ;

(3) 设点  $D(n, -2)$ ,

$\therefore$  点  $D(n, -2)$  的“关联点” $D'(\frac{1}{2}n - 2, 0)$ ,

$\therefore$  线段  $DD'$  与  $y$  轴有公共点,

$\therefore D$ 、 $D'$  两个点的横坐标异号,

$\therefore \begin{cases} n \geq 0 \\ \frac{1}{2}n - 2 \leq 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} n \leq 0 \\ \frac{1}{2}n - 2 \geq 0 \end{cases}$

解得:  $0 \leq n \leq 4$ ,

$\therefore n$  的取值范围是  $0 \leq n \leq 4$ .

**【点评】** 本题考查平面直角坐标系中点的特征, 坐标平移的规律左减右加, 上加下减, 提议所给的定义建立方程或不等式是解决问题的关键.